

## ANALYSIS OF IMPACT IN A FOUR – BAR MECHANISM

## TRIECIENA ANALĪZE ČETRU LOCEKĻU MEHĀNISMĀ

**Ilmars Vjaters**, lecturer, Dr.sc.ing.

Riga Technical University, Institute of Mechanics  
Address: 6 Ezermalas Street, LV-1006, Riga, Latvia  
Phone: +371 67089473, Fax +371 67089748  
E-mail: vjaters@latnet.lv

**Janis Viba**, professor, Dr.habil.sc.ing.

Riga Technical University, Institute of Mechanics  
Address: 6 Ezermalas Street, LV-1006, Riga, Latvia  
Phone: +371 67089473, Fax +371 67089746  
E-mail: janis.viba@rtu.lv

**Bruno Grasmanis**, profesor, Dr.sc.ing.

Riga Technical University, Institute of Mechanics  
Address: 6 Ezermalas Street, LV-1006, Riga, Latvia  
Phone: +371 67089473, Fax +371 67089746  
E-mail: brgrasman@latnet.lv

*Atslēgas vārdi: trieciens, impulss, četru locekļu mehānisms*

## 1. Ievads

Triecieni gultņos rada paaugstinātu nodilumu, troksni un vibrācijas. Daudzos darbos ir apskatīta triecienu mijiedarbība, kura rodas gultņu spēļu dēļ [1, 2]. Darbs [2] ir veltīts triecienu impulsu spektra noteikšanai četru locekļu mehānismā (1. attēls). Pieņemts, ka piedziņa nodrošina kloķa rotāciju ar konstantu ātrumu, kurš nemainās arī triecienu laikā. Tomēr šī triecienu laikā ļoti mazā laika sprīdī rodas triecienu spēki, kas ir daudz lielāki par pārējiem spēkiem. Ja kloķis rotē ar konstantu ātrumu, tad tas nozīmē, ka triecienu laikā piedziņas mehānismam uz kloķi jāiedarbojas ar lieliem momenta impulsiem, kam būtu jākompensē triecienu spēku iedarbība. Tas ir nereāli, tā kā motora moments praktiski nemainās ļoti īsajā triecienu laika sprīdī. Šajā darbā ir parādīts triecienu impulsu aprēķins, kurš bāzējas uz reālākiem pieņēmumiem: visu locekļu, ieskaitot kloķi, punktu ātrumi un leņķiskie ātrumi mainās lēcienveidīgi triecienu laikā. Pārējie pieņēmumi sakrīt ar darbu [2] un citu līdzīgu darbu pieņēmumiem: - triecienu laikā tiek ņemti vērā tikai triecienu spēki, jo pārējie spēki ir daudzkārt mazāki par tiem; - tiek uzskatīts, ka mehānisms nemaina savu stāvokli triecienu laikā.

## 2. Trieciena vienādojumi saistītā mehānisma locekļu sistēmā

Četrus locekļu 1, 2, 3, un 4 mehānisms ar spēli gultnī B momentā, kad gultņa iekšējais elements (kļaņa 3 gala punkts) saduras ar ārējo elementu (kloķa 4 gala punktu) parādīts 1. attēlā. Uz iekšējo elementu darbojas normālie trieciena impulsi  $F$  un berzes spēku trieciena impulsi  $f$ . Ir pieņemti apzīmējumi:

$m_2, m_3, m_4$  - locekļu 2, 3 un 4 masas;

$r_2, r_3, r_4$  - locekļu 2, 3 un 4 garumi;

$I_{O_2}, I_{O_4}$  - locekļu 2 un 4 masas inerces momenti pret rotācijas asīm  $O_2$  un  $O_4$ ;

$I_3$  - locekļa 3 inerces moments pret masas centru;

$\theta_2, \theta_3, \theta_4, \psi, \alpha$  - leņķi, parādīti 1.att.;

$\dot{\theta}_2^+, \dot{\theta}_3^+, \dot{\theta}_4^+$  - locekļu 2, 3 un 4 leņķiskie ātrumi pēc trieciena;

$\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4$  - locekļu 2, 3 un 4 leņķiskie ātrumi pirms trieciena;

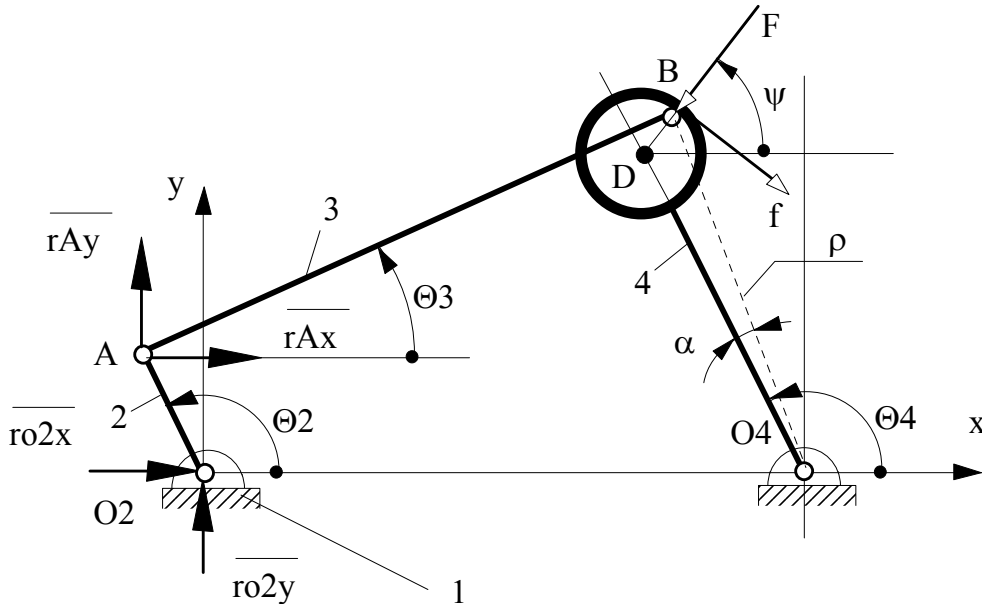
$r_{Ax}, r_{Ay}$  - trieciena impulsi gultnī A;

$r_{O_2x}, r_{O_2y}$  - trieciena impulsi gultnī  $O_2$ ;

$\xi$  - spēle gultnī B;

$k$  - normālo impulsu atjaunošanās koeficients;

$\mu$  - berzes koeficients.



1. attēls. Aprēķina shēma

Locekļa 3 masas centra ātruma projekcijas uz koordinātu asīm pēc trieciena ir šādas:

$$\dot{x}_3^+ = -r_2 \dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2 - (r_3 / 2) \dot{\theta}_3^+ \sin \theta_3; \quad (1)$$

$$\dot{y}_3^+ = r_2 \dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2 + (r_3 / 2) \dot{\theta}_3^+ \cos \theta_3. \quad (2)$$

Analoģiskas izteiksmes var uzrakstīt arī ātrumiem pirms trieciena, tikai bez indeksa (+).

Kustības daudzuma un kinētiskā momenta izmaiņas teorēmas triecienā loceklim 3 dod šādas sakarības:

$$\begin{aligned} m_3(\dot{x}_3^+ - \dot{x}_3) &= r_{Ax} - F \cos \psi + f \sin \psi; \\ m_3(\dot{y}_3^+ - \dot{y}_3) &= r_{Ay} - F \sin \psi - f \cos \psi; \\ I_3(\dot{\theta}_3^+ - \dot{\theta}_3) &= (r_3 / 2)[-F \sin(\psi - \theta_3) - f \cos(\psi - \theta_3) + r_{Ax} \sin \theta_3 - r_{Ay} \cos \theta_3]; \end{aligned} \quad (3)$$

Izteiksmēs (3) impulsi  $F, f, r_{Ax}$  un  $r_{Ay}$  uzdoti sekojošā veidā:

$$F = \int_t^{t^+} F_n dt; \quad f = \int_t^{t^+} F_t dt; \quad r_{Ax} = \int_t^{t^+} R_{Ax} dt; \quad r_{Ay} = \int_t^{t^+} R_{Ay} dt,$$

kur  $F_n, F_t$  - trieciena spēku normālās un tangenciālās komponentes punktā B;

$R_{Ax}, R_{Ay}$  - trieciena spēki gultnī A.

Attiecīgi loceklim 2 var iegūt:

$$I_{O2}(\dot{\theta}_2^+ - \dot{\theta}_2) = r_2(r_{Ax} \sin \theta_2 - r_{Ay} \cos \theta_2). \quad (4)$$

Līdzīgi loceklim 4 ir:

$$I_{O4}(\dot{\theta}_4^+ - \dot{\theta}_4) = Fr_4 \sin(\psi - \theta_4) + f[r_4 \cos(\psi - \theta_4) + \xi]. \quad (5)$$

Izmantojot normālo impulsu atjaunošanās koeficientu, var uzrakstīt:

$$v_{B4n}^+ - v_{B3n}^+ = k(v_{B3n} - v_{B4n}). \quad (6)$$

Šajā izteiksmē

$$\begin{aligned} v_{B3n} &= r_{2\theta} \dot{\theta}_2 \sin(\psi - \theta_2) + r_3 \dot{\theta}_3 \sin(\psi - \theta_3); \\ v_{B4n} &= \rho \dot{\theta}_4 \sin(\psi - \theta_4 + \alpha), \end{aligned} \quad (7)$$

kur

$$\begin{aligned} \rho^2 &= r_4^2 + \xi^2 + 2r_4 \xi \cos(\psi - \theta_4); \\ \sin \alpha &= (\xi / \rho) \sin(\psi - \theta_4). \end{aligned} \quad (8)$$

Ievietojot izteiksmes (7) un (8) izteiksmē (6), iegūstam:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_4^+ \rho \sin(\psi - \theta_4 + \alpha) - \dot{\theta}_2^+ r_2 \sin(\psi - \theta_2) - \dot{\theta}_3^+ r_3 \sin(\psi - \theta_3) &= \\ = k(\dot{\theta}_2 r_2 \sin(\psi - \theta_2) + \dot{\theta}_3 r_3 \sin(\psi - \theta_3) - \rho \dot{\theta}_4 \sin(\psi - \theta_4 + \alpha)). \end{aligned} \quad (9)$$

Darbā [2] izmantotie pieņēmumi dod 3 vienādojumus attiecībā pret nezināmajiem  $\dot{\theta}_3^+, \dot{\theta}_4^+, F, f$ . Tādējādi iznāk, ka punkta A ātrums pēc trieciena nemainās un rodas rotācijas vienādojumi pret šo punktu trieciena laikā, kas neatbilst realitātei. Publicējamajā darbā izmantotā pieeja dod 8 vienādojumus (1) - (5) un (9) attiecībā pret 9 nezināmajiem  $\dot{\theta}_2^+, \dot{\theta}_3^+, \dot{\theta}_4^+, \dot{x}_3^+, \dot{y}_3^+, r_{Ax}, r_{Ay}, F, f$ .

Papildus vienādojumu var iegūt no attiecības starp F un f. Piemēram, pilnas slīdes gadījumā  $f = \mu F$ .

### 3. Aprēķina piemērs

Lai salīdzinātu šo abu pieeju rezultātus, tika atrisināta 9 vienādojumu sistēma sekojošām skaitliskām vērtībām, kuras izmantotas darbā [2] :

$r_1 = 100\text{mm}, r_2 = 50\text{mm}, r_3 = r_4 = 80\text{mm}, m_2 = 0,012\text{kg}, m_3 = m_4 = 0.018\text{kg}, I_{O_2} = 10\text{kgmm}^2,$   
 $I_3 = I_4 = 10\text{kgmm}^2, \xi = 0,5\text{mm}, \dot{\theta}_2 = 188,5\text{rad/s} = 1800\text{apgr/min}, k = 1, \mu = 0.$

Pieņemts, ka trieciena laikā  $\theta_2 = 150^\circ$ . Šim stāvoklim bija aprēķināti leņķi  $\theta_3, \psi$  un trim locekļa 4 ātrumiem pirms trieciena noteikti lielumi, kas parādīti 1. tabulā.

1. tabula. Aprēķina rezultāti

$\dot{\theta}_4$ <i>rad/s</i>	$\dot{\theta}_2^+$ <i>rad/s</i> [2]	$\dot{\theta}_2^+$ <i>rad/s</i> P	$\dot{\theta}_3^+$ <i>rad/s</i> [2]	$\dot{\theta}_3^+$ <i>rad/s</i> P	$F$ <i>Ns</i> [2]	$F$ <i>Ns</i> P	$r_A$ <i>Ns</i> [2]	$r_A$ <i>Ns</i> P	$r_{O_2}$ <i>Ns</i> [2]	$r_{O_2}$ <i>Ns</i> P
0	188,5	159,0	112,3	90,2	745,8	726,4	613,2	458,2	613,2	455,4
-30	188,5	150,9	139,7	111,6	950,3	925,4	781,3	583,8	781,3	580,2
-60	188,5	142,8	167,2	133,0	1154,7	1125	949,3	709,4	949,3	705,0

No tabulas redzams, ka locekļu leņķiskie ātrumi, ieskaitot arī kloķa ātrumu, būtiski mainās trieciena laikā. Ja izmanto šo ieteikto pieeju pilnai kustības analīzei, kur ātrumu pēc trieciena noteikšana ir viens šīs analīzes etaps, tad var secināt, ka sakarā ar šo ātrumu izmaiņām būs arī būtiskas izmaiņas kustības likumos starp triecieniem, kā arī impulsu lielumos un frekvencēs.

#### 4. Secinājumi

Mehānismos ar spēlēm rodas papildus trieciena spēki kontakta vietās, kas var ievērojami izmainīt mehānisma locekļu kustības ātrumu. Šādas mehānismu locekļu masas centra ātrumu un leņķiskos ātrumu izmaiņas var noteikt integrālā formā, lietojot klasiskās mehānikas spēku impulsu un to momentu teorēmas trieciena aprakstā.

#### Literatūra

1. Dubovsky S. On Predicting the Dynamic Effects of Clearance in Planar Mechanisms // In: Journal of Engineering for Industry. Trans. ASME, Vol. 96, Series B, No 1, February 1974 – p. 317-323.
2. Townsend M.A., Mansour W.M.. A Pendulating Model for Mechanisms with Clearances in the Revolutes // In: Journal of Engineering for Industry. Trans. ASME, Series B, February 1975 – p. 354-358.

#### **Vjaters I., Vība J., Grasmanis B. Trieciena analīze četru locekļu mehānismā**

*Aplūkots trieciens četru locekļu mehānismā ar spēli gultnī. Salīdzinātas divas pieejas. Atbilstoši vienai no tām kloķa leņķiskais ātrums nemainās trieciena laikā, atbilstoši otrai trieciens izmaina visu locekļu ātrumus. Parādītas būtiskas atšķirības šajās divās pieejās.*

#### **Vjaters I., Vība J., Grasmanis B. Analysis of Impact in a Four-Bar mechanism**

*The impact at clearance bearings in a four bar mechanism is studied. Two methods are compared. One considers that crank rotational speed is constant during impact, the other that rotational speed changes. Significant differences are shown in these two methods.*

***Вятерс И., Виба Я., Грасманис Б. Анализ удара в четырехзвенном механизме***

*Рассмотрен удар в подшипнике с зазором четырехзвенного механизма. Сравнены два подхода. Согласно первому угловая скорость кривошипа не меняется во время удара, согласно второму удар меняет скорость всех звеньев. Показано существенное различие этих двух подходов.*