

**RUBBER-METAL ELEMENTS RIGIDITY AT COMPRESSION IN VIEW OF WEAK COMPRESSIBILITY OF RUBBER****GUMIJAS-METĀLA ELEMENTU STINGUMS SPIEDĒ, ŅEMOT VĒRĀ GUMIJAS VĀJO SASPIEŽAMĪBU**

**Vladimirs Gonca**, professor, Dr.sc.ing.  
Riga Technical University, Institute of Mechanics  
Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia  
Phone: +371 67089317, Fax: +371 67089748  
E-mail: Vladimirs.gonca@rtu.lv

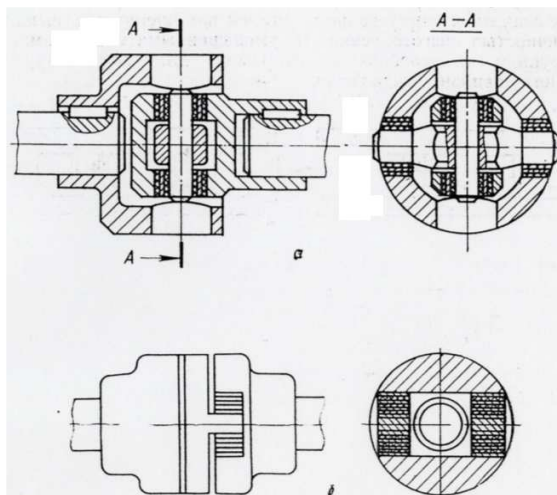
**Viktors Gutakovskis**, student  
Riga Technical University, Institute of Mechanics  
Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia  
Phone: +371 67089473, Fax: +371 67089748  
E-mail: gudakovskis@inbox.lv

*Atslēgas vārdi: gumija, stingums, saspiežamība, nosēde*

**1. Ievads**

Vairāki autori, piemēram [1, 2], kas veikuši eksperimentālus saspiedes un stiepes izmēģinājumus plāno slāņu gumijas – metāla elementos ( $\rho = a/h \gg 10$ , kur  $a$  – ģeometriskais izmērs;  $h$  – elastomēra slāņa biezums), kuru ražošanā lietota vulkanizācija (tipiskie gumijas – metāla elementu piemēri 1. attēlā), atzīmē šāda tipa elementu raksturīgas īpašības:

- elastomēra materiāla mazās saspiežamības (kad Puasona koeficients mainās robežās  $0,480 \div 0,499$ ) nozīmīga ietekme uz stinguma raksturojumu stiepē - spiedē;
- redzamā atkarības „spēks – nosēde” nelinearitāte elastomēra slāņa mazo deformāciju apgabalā ( $\varepsilon < 10 - 15\%$ );
- stinguma raksturojums ir „ciets” pie saspiedes un „mīksts” pie stiepes.



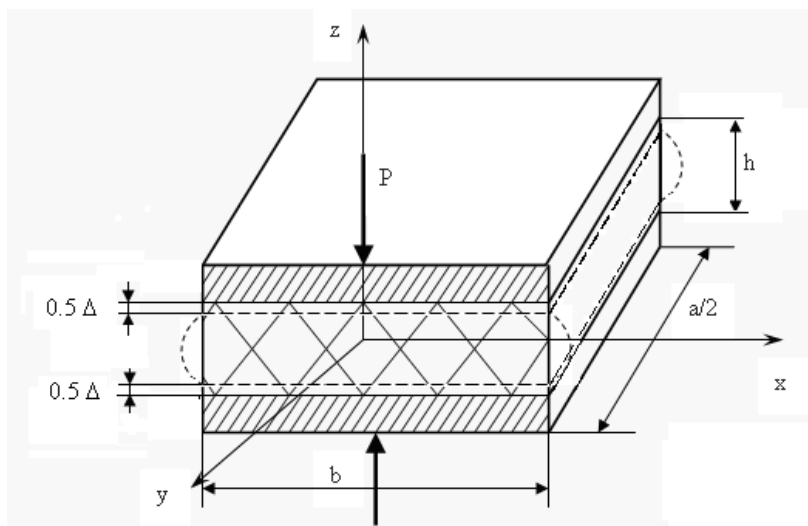
1. attēls. Gumijas – metāla elementi konstrukcijā

Lai nodrošinātu plāno slāņu gumijas – metāla kompensējošo ierīču efektīvu darbu un optimālu projektēšanu, stinguma raksturojuma „spēks – nosēde” analītiskajam risinājumam ir nepieciešama aprēķina shēma, kas ņem vērā un novērtē ģeometrisko un fizikāli – mehānisko raksturojumu ietekmi. Darbā tiek apskatīta sakarības „spēks - nosēde” iegūšanas metodika gumijas – metāla elementiem, kas darbojas pie spiedes un stiepes, ņemot vērā elastomēra mazo saspiežamību. Pielietota lineārās elastības teorijas variācijas metode mazo deformāciju materiāliem [3, 4]. Iegūtās analītiskās sakarības var pielietot gan kompensējošo elastomēru izstrādājumiem, gan elastomēru materiālu Puasona koeficienta aprēķināšanai.

## 2. Stinguma raksturojuma „spēks - nosēde” iegūšanas metodika

Darbā piedāvāts viens no aprēķināšanas shēmas variantiem gumijas – metāla elementa darbības analīzei, kas ļauj novērtēt elastomēra mazās saspiežamības ietekmi uz elementu stinguma raksturojumiem stiepē un spiedē mazo deformāciju apgabalā. Apskatīti plakanie taisnstūrainie gumijas – metāla elementi, kuros elastomēra slānis savienots ar neelastomēra slāņiem ar vulkanizācijas palīdzību. Apskatāmajam gumijas – metāla elementam sakarības „spēks – nosēde” aprēķināšanai metāla deformēšanu var neņemt vērā.

Gumijas slāņa mazās saspiežamības nozīmīgo ietekmi uz stinguma raksturojumu „spēks - nosēde” izpētīsim taisnstūra prizmatiska gumijas-metāla amortizatora stiepes – spiedes piemērā. Tā konstrukcijas shēma ir parādīta 2. attēlā.



2. attēls. Plakana taisnstūrains gumijas-metāla amortizatora aprēķināšanas shēma

Uzdevumu atrisinām ar variācijas metodi, pielietojot potenciālas enerģijas minimuma principu [3, 4]. Potenciālā enerģija apskatāmajai risināšanas shēmai izskatīsies šādi:

$$\begin{aligned} \Pi = G \iint_V \{ u_{,x}^2 + v_{,y}^2 + w_{,z}^2 + 0.5[(u_{,y} + v_{,x})^2 + (v_{,z} + w_{,y})^2 + (u_{,z} + w_{,x})^2] + \\ + \frac{3\mu}{1+\mu} s(u_{,x} + v_{,y} + w_{,z}) - \frac{9\mu(1-2\mu)}{4(1+\mu)^2} s^2 \} dx dy dz - P \Delta, \end{aligned} \quad (1)$$

kur:  $G$  – gumijas bīdes modulis;  $P$  - asu saspiedes spēks;  $\Delta$  - nosēde;  $s$  - hidrostatiska spiediena funkcija;  $u, v, w$  – elastomēra slāņa nejauša punkta pārvietojumi pa asīm  $x, y, z$ ;  $V$  – gumijas slāņa tilpums; komats nozīmē dalījuma diferencēšanu.

Pielietojot funkcionāli (1) pārvietojumu funkcijas un hidrostatiskā spiediena funkcijas izvēlē, ir pietiekoši izpildīt tikai ģeometriskos robežnosacījumus:

$$\begin{aligned} u(x,y, 0.5h) = u(x,y,-0.5h) = 0, \quad v(x,y,0.5h) = v(x,y,-0.5h) = 0, \\ w(x,y,0.5h) = -0.5\Delta, \quad w(x,y,-0.5h) = 0.5\Delta. \end{aligned} \quad (2)$$

Ar nosacījumiem (2) meklējamā funkcija izskatīsies šādi:

$$\begin{aligned} u = C_1 x y (z^2 - h^2/4), \quad v = C_2 x y (z^2 - h^2/4), \\ w = 6\Delta (z^3/3 - zh^2/4) / h^3, \quad s = C_3 (z^2 - h^2/4), \end{aligned} \quad (3)$$

kur:  $C_1, C_2, C_3$  – nezināmas konstantes;  $\Delta$  - izstrādājuma nezināmā, meklējamā nosēde. Atkarību „spēks – nosēde” iegūstam no funkcijas minimuma nosacījuma (1):

$$\frac{\partial \Pi(C_1, C_2, C_3, \Delta)}{\partial (C_1, C_2, C_3, \Delta)} = 0. \quad (4)$$

No (4) meklējamajai sakarībai „spēks – nosēde” iegūstam izteiksmi:

$$\Delta = \frac{P h}{2,5 G a b} \frac{1}{1 + \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2 + \frac{1-2\mu}{\mu} A_1 A_2}}, \quad (5)$$

$$A_1 = 1 + \frac{5 \alpha^2}{12}, \quad A_2 = 1 + \frac{5 \beta^2}{12},$$

$$\alpha = \frac{a}{h}, \quad \beta = \frac{b}{h},$$

kur:  $h$  - gumijas slāņa gabarīta biezums;

$a, b$  – gumijas slāņa elementa gabarītu platums un garums.

Formula (5) ņem vērā un novērtē vājas saspiežamības ietekmi uz amortizatora stinguma raksturojumu. Divām amortizatora ģeometrisko vērtību grupām formulu (5) var vienkāršot.

Ja  $\alpha \gg 1, \beta \gg 1$  un  $0,48 \leq \mu \leq 0,495$ , tad elastomēra slāņa mazā saspiežamība dod pamatieguldījumu „spēks - nosēde” atkarībā. Šajā gadījumā no formulas (5) seko :

$$\Delta = \frac{P h}{2,5 G a b} \cdot \frac{1-2\mu}{\mu}. \quad (6)$$

Ja  $\alpha \approx 1$  un  $\beta \approx 1$ , tad gumijas slāņa mazo saspiežamību var neņemt vērā. Šajā gadījumā no formulas (5) seko:

$$\Delta = \frac{P h}{2,5 G a b} \frac{1}{1 + \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}}. \quad (7)$$

Sakarība (7) sakrīt ar sakarības „spēks – nosēde” atrisinājumu, kas ir iegūts darbā [3, 4], neņemot vērā gumijas slāņa mazo saspiežamību.

No sakarību (5) - (7) analīzes seko, ka pie noteiktas amortizatora ģeometrijas un Puasona koeficienta atbilstošas skaitliskās vērtības, neņemot vērā gumijas slāņa mazo saspiežamību, var rasties nozīmīgas skaitliskās kļūdas amortizatora nosēdes aprēķināšanā. Piemēram, amortizatoram:  $a = b = 5$  cm,  $h = 0,5$  cm no (5) un (7) varam iegūt:

- ja Puasona koeficients  $\mu = 0,48$ , tad  $\Delta = 2,39 \Delta^*$ ,

- ja Puasona koeficients  $\mu = 0,495$ , tad  $\Delta = 1,38 \Delta^*$ .

Nosēdi  $\Delta^*$  aprēķina pēc formulas (7), neievērojot gumijas mazo saspiežamību, bet nosēdi  $\Delta$  aprēķinā, ievērojot gumijas mazo saspiežamību, pēc formulas (5).

### 3. Secinājumi

Parādītā metodika ļauj iegūt analītiskas sakarības „spēks - nosēde” jebkuras ģeometrijas gumijas - metāla amortizatoriem ar gumijas slāņa mazu saspiežamību. Ir parādīts, ka gumijas mazās saspiežamības neievērošana var novest pie nozīmīgam kļūdām amortizatora nosēdes aprēķināšanā.

## Literatūra

1. Лейканд Н.А., Лавендел Э.Э., Горелик Б.М. и др. Экспериментальное исследование констант упругости резин 2959 и 51-1673 // В кн.: Всес. науч.-техн. конференция по методике расчета изделий из высокоэластичных материалов - Рига, 1980 - с. 142 - 143.
2. Euler M., Beigholdt H.-A. Ermittlung von Kriechfunktionen fur das viskoelastische Materialverhalten von Holf im Zugversuch // LACER No.4 - Universitat Leipzig, 1999 - p. 319-334.
3. Гонца В.Ф. Влияние слабой сжимаемости на решение задач теории упругости для несжимаемого материала // В: Вопросы динамики и прочности - Рига, 1970, вып. 20 - с. 185-189.
4. Лавендел Э.Э. Расчеты резинотехнических изделий - Москва, 1976 - 230 с.

**Gonca V., Gutakovskis V. Gumijas-metāla elementu stingums spiedē, ņemot vērā gumijas vājo saspiežamību**  
*Darbā apskatīta gumijas – metāla elementu, kas darbojas pie saspiedes un stiepes, atkarības „spēks - nosēde” iegūšanas metodika, ņemot vērā elastomēra vājo saspiežamību. Pielietota lineārās elastības teorijas variācijas metode vāji saspiežamiem materiāliem. Apskatīti plakanie taisnstūrainie gumijas – metāla elementi, kuros elastomēra slānis savienots ar neelastomēra slāņiem ar vulkanizācijas palīdzību. Apskatāmajam gumijas – metāla elementam sakarības „spēks – nosēde” aprēķināšanai metāla deformēšanu var neņemt vērā. Uzdevumu atrisinām ar variācijas metodi, pielietojot potenciālās enerģijas minimuma principu. Pielietojot funkcionāli (1) pārvietojumu funkcijas un hidrostatiskā spiediena funkcijas izvēlē, ir pietiekoši izpildīt tikai ģeometriskos robežnosacījumus pārvietojumu funkcijai. Iegūtās analītiskās atkarības rekomendēts pielietot gan kompensējošo izstrādājumu projektēšanā, gan elastomēru materiālu Puasona koeficienta aprēķināšanai.*

**Gonca V., Gutakovskis V. Rubber-metal elements rigidity at compression in view of weak compressibility of rubber**

*Here is discussed the method of getting the dependence of „ force – compression” for rubber – metal elements with taking in to the consideration the weak compression of rubber layer. The linear theory of weakly pressed materials is used. For example is used flat rectangular rubber – metal elements, where the elastomer layer connected with not elastomer layer with the help of vulcanization, the metal deformation can not take in to consideration for the dependence of „ force – compression” calculation for the rubber – metal element. For the task solution is used variation method with using the potential energy minimum principle. By using the functional we choose displacement function and hydrostatic pressure function and it is enough to accomplish only displacement function geometric border terms. The result dependences are recommended to use for designing the compensation products and for the Poisson's ratio calculation.*

**Гонца В., Гутаковский В. Жесткость резинометаллических элементов с учетом слабой сжимаемости резинового слоя**

*Рассмотрена методика получения жесткостной характеристики «сила-осадка» резинометаллических элементов с учетом слабой сжимаемости резинового слоя. Используется линейная теория для слабосжимаемых материалов. Рассматриваются плоские прямоугольные резинометаллические элементы, в которых эластомерный слой путем вулканизации скрепляется с неэластомерными слоями, податливость которых можно не учитывать при определении зависимости сила – осадка для рассматриваемого компенсирующего изделия. Задачу решаем вариационным методом, используя принцип минимума потенциальной энергии. При использовании функционала при выборе функций перемещений и функции гидростатического давления достаточно выполнить только геометрические граничные условия для функций перемещений. Полученные зависимости рекомендуется использовать при проектировании компенсирующих изделий и при определении коэффициента Пуассона для материала резины.*