Scientific Journal of Riga Technical University
Transport and Engineering. Mechanics.
2010
Volume 33

Variāciju metodes elastomēra amortizatora ar saliktu konfigurāciju aprēķināšanai

Vladimirs Gonca, *Riga Technical University*, Yuriy Shvab, *Riga Technical University*

Kopsavilkums. **Elastomēra amortizatoram ir dažādas ģeometriskas formas. Dažiem elastomēra amortizatoriem ir salikta ģeometriska forma. Efektīvai elastomēra amortizatoru ar saliktu ģeometrisku formu izmantošanai ir nepieciešams aprēķināt šī amortizatora stiprības īpašības. Šajā rakstā ir aprakstīta metodika, ar kuras palīdzību var aprēķināt sakarību spēks – nosēde elastomēra amortizatoram ar jebkuru ģeometrisku formu pie statiskas slodzes. Tomēr sarežģītas konstrukcijas detaļām vai tādām, kas sastāv no labi kontaktējošām daļām, kuras izgatavotas no dažādiem materiāliem, veidojot tuvinātos risinājumus, var izrādīties ērti izmantot tādus $\sigma_{i,j}, \varepsilon_{i,j}, u_i, S$, kuriem katrā apgabalā ir sava izteiksme. „Veco" funkcionāļu izmantošana šajā gadījumā prasa, lai tiktu ievērots meklējamo funkciju nepārtrauktības nosacījums, pārejot apgabalu sadalījuma robežas. Praksē tas var novest pie liela aprēķinu darba apjoma vai pie neiespējamības izvēlēties meklējamās funkcijas. Pragera aplūkotās tiešās metodes ar funkcionāļiem ļauj samazināt parastās pārvietojumu lauku, spriegumu un deformāciju nepārtrauktības prasības uz pētāmo apgabalu sadalīšanas virsmām uz vairākiem** *apakšapgabaliem*.**. Pie tam tiek pieļauta nepārtrauktības nosacījuma neizpildīšanās vai nu pārvietojumiem, vai spēkiem. Izrādās, ka nepārtrauktības prasības var samazināt vēl vairāk.**

Atslēgas vārdi: **elastomēra amortizators, nosēde, variācijas metodes, funkcionāls, drupināšanas virsmas.**

I. IEVADS

Konstrukcijas ar gumiju (elastomēru) veiksmīgi pielieto darbmašīnu būvēšanā. Sakarā ar nemitīgo mašīnu un aparātu attīstību, arvien vairāk pieaug arī dinamisko slodžu intensitāte un prasības pēc detaļu savstarpējā novietojuma precizitātes. Šādos apstākļos lielu nozīmi iegūst kompensējošo ierīču un elementu darba efektivitāte. Detaļu savstarpējā novietojuma novirzes (piemēram, radiālās, asu un leņķiskās novirzes transmisijas vārpstās, gultņu sēžu neprecizitātes, nobīdes vītņu savienojumos utt.) var rasties no montāžas nepilnībām, temperatūru izmaiņām un spēku deformācijām, tehnoloģisko procesu ierobežojumiem u.c. Dažiem izstrādājumiem no gumijas (elastomēra) ir salikta ģeometriska forma.

Efektīvai elastomēra izstrādājumu ar saliktu ģeometrisku formu izmantošanai ir nepieciešams aprēķināt šī izstrādājuma stiprības īpašības. Viens no svarīgākajiem raksturojumiem gumijas elastomēra amortizatoram ir sakarība spēks – nosēde.

II. VARIĀCIJAS METODES PĀRTRAUKŠANAS SPĒKIEM UN PĀRVIETOJUMIEM

Aplūkojam amortizatoru ar saliktu ģeometrisku formu ar tilpumu V un virsmu F

1. att. Gumijas izstrādājumi

$$V = \sum_{n=1}^{N} V_n , \quad F = \sum_{n=1}^{N} F_n , \tag{1}$$

kur:
V_n – viensaišu regulāri apakšapgabali;
N – apakšapgabalu skaits, kas tiek iegūts V sadalīšanas rezultātā;
F - virsma, kas ierobežo katru apakšapgabalu.
Virsma, kas ierobežo katru apakšapgabalu, izskatās:

$$F_n = F_\sigma^n + F_u^n + \Gamma_n , \tag{2}$$

kur:
F_σ^n – slodzes virsma;
F_u^n – nostiprināšanās virsma;
Γ_n – salaišanas virsma.
Uz sadalīšanas virsmas Γ_n tiks izpildīti pārvietojumu un spēku nepārtrauktības nosacījumi.
Pārvietojumos:

$$u_i^n = u_i^{n+1} , \tag{3}$$

spēkos:

$$\sigma_{ij}^n m_j^n = -\sigma_{ij}^{n+1} m_j^{n+1} , \tag{4}$$

kur indekss n norāda uz kārtējo sadalīšanas apakšapgabala numuru, bet
m_j^n un m_j^{n+1} - ārējo normāļu virzošie kosinusi, atbilstoši, V_n un V_{n+1} uz Γ_n un Γ_{n+1}.
Virsmas Γ_n var būt mākslīgas, saistītas ar ģeometrisko sadalīšanu V, vai dabīgas, ja vides mehāniskie raksturojumi

(G, μ) tiek pārrauti par Γn, t.i., ja V sastāv no dažādiem materiāliem. Sadalīšanas virsmas ieviešana ļauj visiem pētāmajiem apgabaliem paplašināt pieļaujamo salīdzināšanas funkciju klasi: gabalveida gludās un gabalveida nepārtrauktās ar gabalveida gludiem vai gabalveida nepārtrauktiem brīvajiem. Pieņemsim, ka katrā sadalīšanas apakšapgabalā visām meklējamām funkcijām piemīt vajadzīgās nepārtrauktības un indiferentuma īpašības. Pieņemsim, ka uz sadalīšanas virsmas Γn daži spēku komponenti un papildus pārvietojumu komponenti neobligāti apmierina nepārtrauktības nosacījumus.

III. Matemātiskais modelis

Līdzsvara vienādojums:

$$G\left[\nabla^2 u_i + \frac{3}{2(1+\mu)} s_i\right] + f_i = 0 . \qquad (5)$$

Telpiska deformācija:

$$u_{j,j} = \frac{3(1-2\mu)}{2(1+\mu)} s . \qquad (6)$$

Spēka robežnosacījumi :

$$\sigma_{ij} n_j = P_i . \qquad (7)$$

Ģeometriskie robežnosacījumi:

$$u_i = u_{0_i} . \qquad (8)$$

Ievērojam arī salaišanas noteikumus (3) un (4).

Rēķinot uzdevumu ar variācijas metodi, ievērojot tikai ģeometriskos robežnosacījumus (8), iegūstam funkcionālu materiālam ar vāju saspiežamību, izmantojot Pragera variācijas principu:

$$J^*(u_i, s) = \sum_{n=1}^{N} J(u_i^n, s^n) - \sum_{n=1}^{N-1} G\int_{\Gamma_n} (u_{i,j}^n + u_{j+i}^n) + \\ + \frac{3\mu}{1+\mu} s^n \delta_{i,j}) m_j \{u_i^n\}'' d\Gamma_n , \qquad (9)$$

kur:

$J(u_i^n, s^n)$ – funkcionāls, ko izmanto Ritca metodē materiāliem ar vāju saspiežamību:

$$J(u_i^n, s^n) = G\int_V [\frac{1}{2}\left(u_{i,j}^n u_{j,i}^n + u_{i,j}^n u_{j,i}^n\right) + \\ + \frac{3\mu}{1+\mu} s^n u_{i,i}^n - \frac{9(1-2\mu)}{4(1+\mu)^2} s^{n2}]dV , \qquad (10)$$

kur:

u_i^n – pārvietojuma vektors;

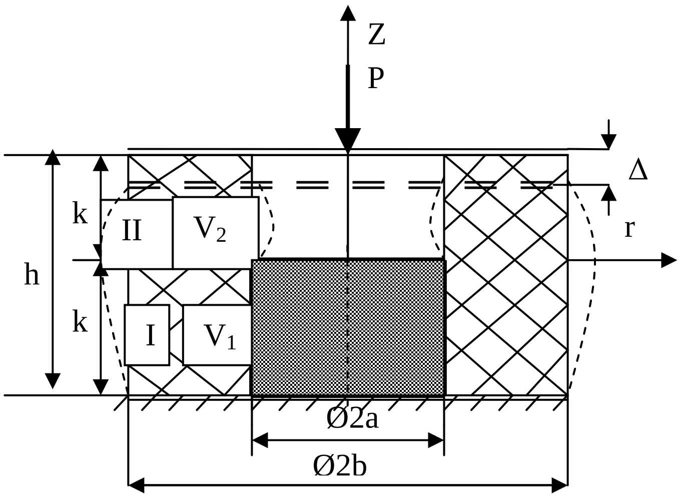
s^n - hidrostatiska spiediena funkcija;

G – bīdes modulis;

μ- Puasona koeficients.

V – tilpums

Pārvietojumu un spriegumu „pārrāvuma” lauku izmantošanas metodiku ar tiešām metodēm, lai iegūtu gumijas



2. att. Dobs cilindriskais amortizators ar ierobežotāju

tehnisko izstrādājumu cietības raksturojumus, parādīsim piemērā ar dobu cilindrisko amortizatoru ar ierobežotāju.

Izmantojam funkcionālu $J^*(u_i, s)$ (9). Pētāmā apgabala sadalīšanas metode regulāros vienkāršos apakšapgabalos, atrodot integrālos raksturojumus (spēks-nosēde tipa) ļauj līdzās meklējamo funkciju izvēles vienkāršošanai ievērojami samazināt aprēķinu darbu apjomu.

Aplūkojamo amortizatoru sadalām divās daļās pa balsta robežu, paralēli asij 0r. Izmantojot funkcionāli $J^*(u_i, s)$ (9), izvēloties u_i un s, ir pietiekami, ja apmierina ģeometriskos robežnosacījumus uz ārējās virsmas F_u. Visas funkcijas ar indeksu „I” attiecinām uz I apakšapgabalu, bet ar indeksu „II” – uz II apakšapgabalu.

Galvenie robežnosacījumi būs:

$$\begin{aligned} & u_1(r,-k_2) = u_2(r,k_1) = 0 , \\ & u_1(a,z)\big|_{0\ge z\ge -k_2} = w_1(a,z)\big|_{0\ge z\ge -k_2} = 0 , \\ & w_1(r,-k_2) = 0 , \\ & w_2(r,k_1) = -\Delta . \end{aligned} \qquad (11)$$

Sakarību spēks – nosēde nosakām no amortizatora augšējā atbalsta līdzsvara vienādojuma:

$$2\pi\int_a^b \sigma_{2zz|z=k_1} r dr = -P . \qquad (12)$$

Uz sadalīšanas virsmas ideālā kontakta nosacījumi izskatās:

$$\begin{aligned} & u_1(r,0) = u_2(r,0) , \\ & w_1(r,0) = w_2(r,0) , \\ & \sigma_{1rz}(r,0) = \sigma_{2rz}(r,0) , \\ & \sigma_{1zz}(r,0) = \sigma_{2zz}(r,0) . \end{aligned} \qquad (13)$$

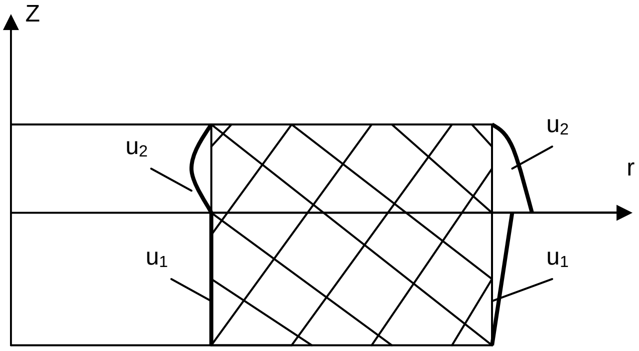
Mūsu uzdevumam: sadalīšanas apakšapgabaliem N = 2, saskares virsma Γ_n – viena. Tā kā aplūkotais amortizators ir ar biezu elastomēra slāni, varam neievērot elastomēra vājo saspiežamību, pieņemam μ=0.5.

Izvēlēsimies pārvietojumus u_n, w_n un funkciju *s* pēc iespējas vienkāršākā veidā, ņemot vērā tikai nosacījumus (11) un paredzamo deformēšanās raksturu.

$$\begin{aligned}
u_2 &= B_1 rz(z-k_1) + B_2(r-a)(z-k_1), \\
w_2 &= -\frac{\Delta z}{k_1} + A_1(r-a)(z-k_1), \\
s_2 &= C_2, \\
u_1 &= B_3(r-a)(z+k_2), \\
w_1 &= A_2(r-a)(z+k_2), \\
s_1 &= C_1,
\end{aligned} \tag{14}$$

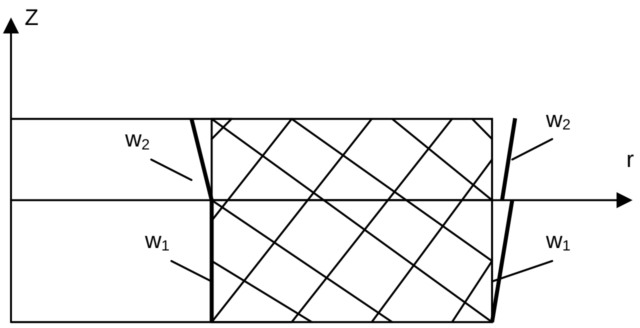
kur:
A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, Δ – nezināmas konstantes.
Funkcijas (14) šķēluma augstumā sniedz aptuveni sekojošu ainu pārvietojumiem pie r = a; b:

priekš u:



3. att. Paredzētais deformēšanās raksturs

priekš w:



4. att. Paredzētais deformēšanās raksturs

Pēc integrēšanas iegūstam - funkcionāls J* ir atkarīgs tikai no nezināmas konstantes:

$$J^* = J(A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, \Delta). \tag{15}$$

No stacionāruma nosacījuma:

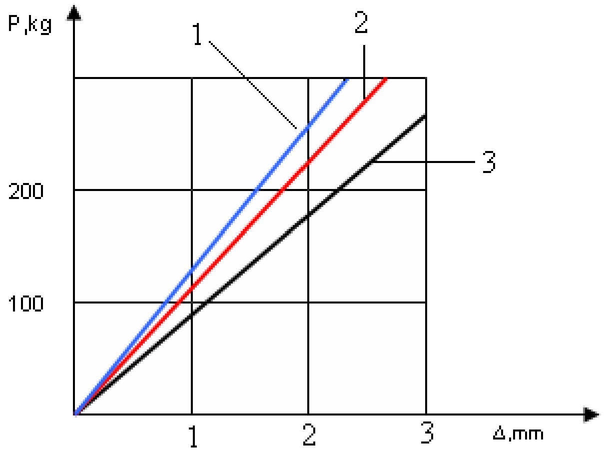
$$\frac{\partial J^*}{\partial(A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, \Delta)} = 0 \tag{16}$$

iegūstam algebrisko vienādojumu sistēmu. Atkarībai spēks – nosēde iegūstam

$$\Delta = \frac{Pk_1}{2\pi Ga^2(\alpha^2 - 1)} \frac{D_1}{D}, \tag{17}$$

kur:
D, D_1 – algebriskas izteiksmes, kas ir atkarīgas no amortizatora ģeometriskiem parametriem un $\alpha = \frac{b}{a}$.

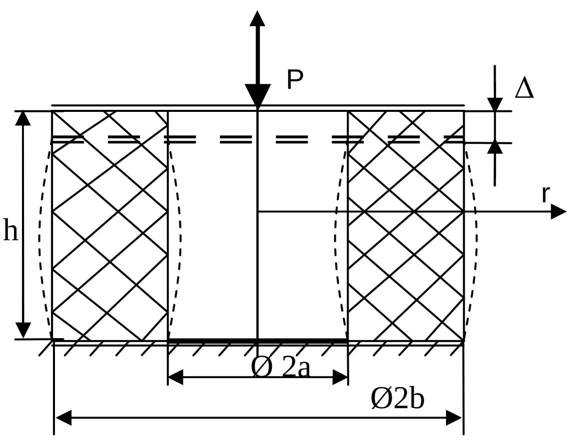
Pieņemam: h = 3 cm, a = 2 cm, b = 4.1 cm, k_2 = 1.4 cm, G = 7 kg/cm^2.



Līnija 1 – pēc darba [13] datiem,
līnija 2 – eksperiments,
līnija 3 – pēc formulas [17]

5. att. Sakarība spēks - nosēde dobam cilindriskajam amortizatoram ar ierobežotāju

Ja pieņem k_2 = 0, tad no izteiksmes (10) ieguvām amortizatoru bez iekšēja ierobežotāja.



6. att. Dobs cilindriskais amortizators

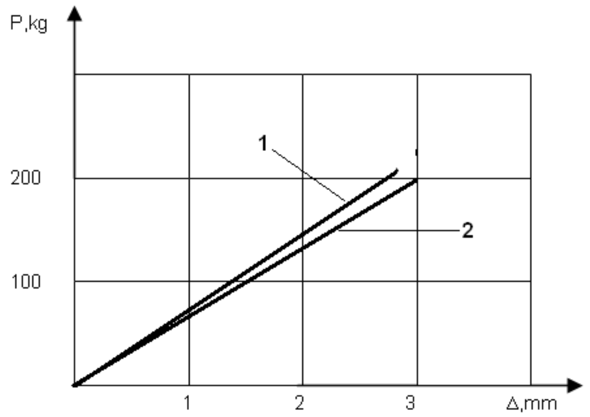
Ja $k_2 = 0$ tad sakarība spēks – nosēde ir

$$\Delta = \frac{Ph}{2\pi G b^2 (1-\alpha^2)} D_3^{-1}, \qquad (18)$$

kur:

$$D_3 = 1.5 + \frac{\pi^2 \rho^2}{16}\left[1 + \alpha^2 + \frac{\rho^2 (1-\alpha^2)}{\frac{2}{\pi^2}(\alpha^2 - 1) - \rho^2 \ln \alpha}\right],$$

$$\alpha = \frac{a}{b}, \qquad \rho = \frac{b}{h}.$$



1 – pēc formulas (18), 2 – pēc formulas biezam dobam cilindriskam amortizatoram [5]

7. att. Sakarība spēks - nosēde dobam cilindriskajam amortizatoram

Aprēķins parādīja, ka, izmantojot elementāras funkcijas, var ar pārvietojumu un spriegumu „pārrāvuma” laukiem integrāliem raksturojumiem (tips spēks – nosēde) iegūt labus tuvinājumus, aprēķinot sarežģītus gumijas tehniskos izstrādājumus.

LITERATŪRA

1. **Гусятинская, Н. С.** *Применение тонкослойных резино-металлических элементов в станках и других машинах.* Москва, 1978. 80 с.
2. **Euler, M., Beigholdt, H.-A.** Ermittlung von Kriechfunktionen fur das viskoelastische Materialverhalten von Holf im Zugversuch. *LACER*, N 4, Universitat Leipzig, 1999. S. 319-334.
3. **Лейканд, Н., Лавендел, Э., Горелик, Б.** и др. Экспериментальное исследование констант упругости резин 2959 и 51-1673. **В:** *Всес.науч.-техн. конференция по методике расчета изделий из высокоэластичных материалов.* Рига, 1980. с. 142 - 143.
4. **Лавендел, Э.** *Расчеты резинотехнических изделий.* М.,1976. 230 с.
5. **Гонца, В**. Влияние слабой сжимаемости на решение задач теории упругости для несжимаемого материала. *Вопросы динамики и прочности.* Рига, 1970, вып. 20, с. 185-189.
6. **Wood, L.A.** Values of physical constants of different rubbers. **In:** *Smith physical tabeles.* 9th rev. Ed. Wash., 1956. p. 234-235.

Vladimirs Gonca, Dr.sc.ing., Professor, Riga Technical University, Institute of Mechanics. Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089317, Fax: +371 67089748. E-mail: Vladimirs.gonca@rtu.lv

Yuriy Shvab, doctoral studies, Riga Technical University, Institute of Mechanics. Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia. Phone: +371 67089473, Fax: +371 67089748. E-mail: fregl@inbox.lv

Vladimirs Gonca, Yuriy Shvab. Application of variation methods for calculation elastomeric absorbers of a difficult configuration
Absorbers made of elastomer have various geometrical forms. Many absorbers made of elastomer materials have the geometrical form of a difficult configuration. For an effective utilisation of rubber-elements in modern mechanical engineering including for vibration insulation, it is necessary to be able to count ruggedness of the characteristic. In this work the design procedure the ruggedness characteristics of type force - a deposit, for elastomeric absorbers of any geometrical form is offered at static loading. However for details of a difficult configuration or consisting of well contacting parts made of various materials, at construction of the approached decisions it can appear convenient to use also $\sigma_{i,j}, \varepsilon_{i,j}, u_i, S$ which have the expression in each part of area. Use thus "old" functional demands to watch observance of a condition of a continuity of required functions at transition of border of splitting of area. In practice it can lead to great volume of computing work or to impossibility of a choice of required functions. Direct methods with functional considered by V.Prager allows to slacken usual requirements of a continuity of fields of conveyances, pressure and deformations of surfaces of crushing of investigated area on a number under areas. Default of conditions of continuity either for conveyances, or for efforts is thus supposed. There are continuity requirements it is possible to slacken even more.

Владимир Гонца, Юрий Шваб. Применение вариационных методов для расчёта эластомерных амортизаторов сложной конфигурации
Амортизаторы сделанные из эластомеров имеют разнообразные геометрические формы. Многие амортизаторы сделанные из эластомерных материалов имеют геометрическую форму сложной конфигурации. Для эффективного использования резинометаллических элементов в современном машиностроении, в том числе и для виброизоляции, необходимо уметь рассчитывать жесткостные характеристики. В этой работе предлагается методика расчёта жёскостных характеристик типа сила - осадка, для эластомерных амортизаторов любой геометрической формы при статической нагрузке. Однако для деталей сложной конфигурации или состоящих из хорошо контактирующих частей, изготовленных из различных материалов, при построении приближённых решений может оказаться удобным использовать также $\sigma_{i,j}, \varepsilon_{i,j}, u_i, S$, которые имеют в каждой части области своё выражение. Использование при этом "старых" функционалов требует следить за соблюдением условия непрерывности искомых функций при переходе границы разбиения области. На практике это может привести к большому объёму вычислительной работы или к невозможности выбора искомых функций. Прямые методы с функционалами, рассмотренными В. Прагером, позволяют ослабить обычные требования непрерывности полей перемещений , напряжений и деформаций на поверхностях дробления исследуемой области на ряд подобластей. При этом допускается невыполнение условий непрерывности либо для перемещений, либо для усилий. Оказывается требования непрерывности можно ослабить ещё больше.