

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

VII ВСЕРОССИЙСКОЙ (С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧЕСТИЕМ) КОНФЕРЕНЦИИ ПО МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЁРДОГО ТЕЛА

15 – 18 октября 2013 года

Ростов-на-Дону
2013

ББК В2.Я 431

Редакторы: Ватульян А. О., Дударев В. В., Попов А. В.

Тезисы докладов VII Всероссийской (с международным участием) конференции по механике деформируемого твёрдого тела, г. Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2013 г. Ростов-н/Д: Изд-во ЮФУ, 2013. 166 с.

Сборник содержит тезисы докладов VII Всероссийской (с международным участием) конференции по механике деформируемого твёрдого тела (г. Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2013 г.).

Представлены основные результаты исследований по моделированию деформирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, описаны новые вычислительные технологии применительно к различным задачам механики деформируемого твердого тела, в частности, в механике контактных взаимодействий, теории пластин и оболочек, теории пластичности и разрушения, предварительно напряженных тел, при расчете напряженно-деформированного состояния тел со сложными физико-механическими свойствами (гетерогенных, пьезоэлектрических и функционально-градиентных материалов) и их идентификации, обсуждены проблемы био- и наномеханики.

VII Всероссийская (с международным участием) конференция по механике деформируемого твёрдого тела (г. Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2013 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 13-01-06088

Организаторы:

Южный федеральный университет

НИИ механики и прикладной математики им. И. И. Воровича ЮФУ

Южный научный центр РАН

Руководство конференции:

Белоконь А. В., советник по естественно-научному образованию при ректорате Южного федерального университета (председатель Программного комитета)

Бабешко В. А., академик РАН, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф при Кубанском госуниверситете (сопредседатель)

Морозов Н. Ф., академик РАН, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет (сопредседатель)

Программный комитет конференции:

Аннин Б. Д., чл.-корр. РАН, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

Баженов В. Г., профессор, Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского

Ватульян А. О., профессор, Южный федеральный университет

Гольдштейн Р. В., чл.-корр. РАН, Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН

Горячева И. Г., академик РАН, Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН

Губайдуллин Д. А., чл.-корр. РАН, директор Института механики и машиностроения
КазНЦ РАН

Зубов Л. М., профессор, Южный федеральный университет

Ильгамов М. А., чл. корр. РАН, Уфимский научный центр РАН

Индейцев Д. А., чл.-корр. РАН, директор Института проблем машиноведения РАН

Колесников В. И., академик РАН, президент Ростовского государственного университета путей сообщения

Коссович Л. Ю., профессор, Саратовской госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского

Кукуджанов В. Н., профессор, Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН

Куликовский А. Г., академик РАН, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

Липанов А. М., академик РАН, председатель Удмурдского научного центра РАН
 Ломакин Е. В., чл.-корр. РАН, Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова
 Любимов Г. А., профессор, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова
 Манжиров А. В., профессор, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
 Матвеев В. П., академик РАН, председатель Пермского научного центра УрО РАН
 Панин В. Е., академик РАН, Институт физики прочности и материаловедения
 СО РАН
 Победра Б. Е., профессор, Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова
 Пухначев В. В., чл.-корр. РАН, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева
 СО РАН
 Радаев Ю. Н., профессор, Самарский государственный университет
 Тарлаковский Д. В., профессор, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова
 Устинов Ю. А., профессор, Южный федеральный университет
 Фомин В. М., академик РАН, директор Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

Организационный комитет конференции:

Жуков М. Ю., профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и математической физики, Южный федеральный университет
 Калинин В. В., профессор, заместитель председателя Южного научного центра РАН
 Карякин М. И., декан факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета
 Наседкин А. В., профессор, Южный федеральный университет
 Сафроненко В. Г., заместитель директора НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И. Южного федерального университета
 Соловьев А. Н., профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов Донского государственного технического университета
 Сумбатян М. А., профессор, заведующий кафедрой теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Южный федеральный университет
 Чебаков М. И., профессор, НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И., Южный федеральный университет
 Юдин А. С., д. ф.-м. н., заведующий отделом тонкостенных конструкций НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И. Южного федерального университета

Численное моделирование влияния структуры армирования
на предельную деформируемость и прочность композитных
цилиндрических оболочек при нестационарных воздействиях

Абросимов Н. А., Елесин А. В., Лазарев Л. Н., Новосельцева Н. А.

Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного

им. Н. И. Лобачевского

abrosimov@mech.unn.ru

Рассматривается построение энергетически согласованной разрешающей системы уравнений динамики композитных цилиндрических оболочек, ориентированной на численное решение задач оценки их предельной деформируемости и прочности в зависимости от структуры армирования и интенсивности нагружения. Предполагается, что цилиндрическая оболочка состоит из нерегулярного набора слоев различных композитных материалов. Каждый композитный слой образован перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала.

Кинематическая модель деформирования многослойного гибридного пакета основывается на неклассической теории оболочек. Для этого компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными суммами по толщине многослойного пакета. Формулировка геометрических зависимостей базируются на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости в криволинейных координатах, связанных с линиями кривизны.

Связь между тензорами напряжений и деформаций устанавливается на основе закона Гука для ортотропного тела в сочетании с теорией эффективных модулей. При этом допускается локальное разрушение элементарных слоев в пакете многослойного композита. В результате разрушения отдельных элементарных слоев композита происходит перераспределение напряжений между слоями, а многослойный пакет продолжает оказывать сопротивление дальнейшему деформированию. Модель деградации жесткостных характеристик многослойного пакета формулируется на базе критерия максимальных напряжений, вычисленных в осях ортотропии слоя. В процессе деформирования и трещинообразования связующего предполагается жесткое сцепление между соседними слоями. Многослойный пакет находится в условиях объемного напряженного состояния. Если в процессе деформирования одна или несколько компонент тензора напряжений достигают предела прочности при растяжении, сжатии или сдвиге, то в этих направлениях или плоскостях элементарный слой не оказывает сопротивления дальнейшему деформированию.

На основе явной вариационно-разностной схемы разработан вычислительный алгоритм решения сформулированной начально-краевой задачи и осуществлена его программная реализация, ориентированная на использование многопроцессорных вычислительных систем.

Проведен анализ влияния углов армирования и последовательности укладки слоев на предельную деформируемость и прочность слоистых композитных цилиндрических оболочек со свободными торцами, нагруженных однократным импульсом внутреннего давления от взрыва в центре оболочки сферического заряда взрывчатого вещества.

Контактная задача о взаимодействии пересекающихся стрингеров и трещин в упругой плоскости

Агаян К. Л.

Ереван, Институт механики НАН Республики Армения

karo.aghayan@gmail.com

В работе обсуждены смешанные задачи теории упругости о передаче нагрузки от тонкостенных элементов в виде стрингеров к массивным телам с трещинами, моделирующихся в виде упругих плоскости, полосы и прямоугольника. Для предотвращения катастрофического развития трещины и полного разрушения конструкции, образованные в них трещины обычно подкрепляют стрингерами. Подходящим выбором взаимного расположения стрингеров и трещин с учетом их характерных параметров, иногда можно достичь уменьшения значений коэффициентов интенсивности напряжений.

Рассматривается плоская контактная задача для упругой плоскости, ослабленной системой трещин и армированной симметрично расположенными упругими бесконечными включениями (стрингерами), пересекающих линии трещин. Исследуется взаимное влияние этих двух типов концентраторов напряжений, в частности стрингеров, на коэффициенты интенсивности разрушающих напряжений в вершинах трещин.

Решение задачи сведено к сингулярному интегральному уравнению первого рода относительно функции, характеризующей производную раскрытия трещины. Ядро интегрального уравнения представляется в виде суммы ядра Коши, ядер с логарифмической особенностью и регулярных частей. Решение интегрального уравнения построено численно-аналитическим методом в виде разложения по системе функций, порождаемых корнями многочленов Якоби.

Получены конкретные формулы для определения характерных величин рассматриваемой задачи. При помощи численных расчетов исследовано влияние стрингеров на снижение коэффициента интенсивности напряжений в окрестности краев трещин.

Описание больших сдвиговых деформаций упругой среды с помощью трехмерной механической модели

Азаров А. Д.¹, Азаров Д. А.²

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
aazarov@sfedu.ru*

Ранее авторами была предложена механическая модель, в которой деформация элементарного объема (куба) при приложении внешних сил определяется реакциями внутренних пространственных связей двух типов между противоположными и смежными гранями. В случае одноосного растяжения при больших величинах деформаций были изучены свойства продольной упругости и свойства связи поперечных и продольных удлинений.

В работе продолжено развитие этой модели. С ее помощью осуществлено описание больших деформаций сдвига. Свойства упругой среды представляются в виде механической системы нормальных и диагональных внутренних связей между центрами граней элементарного объема. В такой постановке модель допускает как малые, так и большие деформации. Характеристики упругости (жесткости) связей являются функциями удлинений этих связей. Рассматривается случай изначально изотропной среды, но за счет свойств внутренних связей возможно описание и ортотропной среды.

Искажение углов при деформировании элементарного куба определяется только величиной угла сдвига. Все изменения длин диагональных связей определяются через удлинения поперечных (нормальных) связей и величину угла сдвига. Для реализации сдвига в общем случае к модели необходимо приложить на гранях элементарного объема систему не только касательных, но и нормальных сил, что согласуется с описанием сдвига в нелинейной теории упругости. Эта система сил имеет очевидную симметрию и удовлетворяет уравнениям равновесия для сил и моментов, как в каждом узле механической модели, так и для всего элементарного объема в целом. При выборе той или иной системы сил, модель может описывать различные типы сдвиговых деформаций: чистый сдвиг, простой сдвиг.

Получена система нелинейных уравнений, которые описывают связь напряжений и деформаций в условиях больших сдвигов при сохранении величины объема. Основной задачей является получение зависимостей удлинения сторон, касательных и нормальных сил от угла сдвига при известных характеристиках внутренних связей модели.

Сформирован численный алгоритм для расчета по заданному углу сдвига соответствующих удлинений и усилий. Итерационная процедура решения системы нелинейных уравнений опирается на геометрические свойства модели. Выполнены численные расчеты, демонстрирующие аппроксимационные возможности модели, проведен анализ влияния параметров модели на связь сил и удлинений (напряжений и деформаций).

Предложенная модель может быть успешно использована для описания больших деформаций сдвига высокоэластичных материалов.

Осесимметричные контактные задачи для упругого слоя, лежащего на деформируемом основании при существенном отличии упругих свойств в зоне слой/основание

Айзикович С. М.^{1,2}, Васильев А. С.^{1,2}, Волков С. С.², Митрин Б. И.²

¹Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

²Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

saizikovich@gmail.com

При моделировании мягкого упругого слоя подложка обычно считается недеформируемой. Однако даже самые жесткие материалы обладают упругими свойствами. Обычно отношение модулей сдвига слоя и жесткой подложки лежит в диапазоне 10–100 и в редких случаях может достигать до 1000 и более.

Кроме того, большинство результатов по контактным задачам для неоднородных материалов получены при специальных предположениях о законе изменения упругих свойств (линейный, степенной, экспоненциальный и др.)

В работе рассматриваются две контактные задачи. Недеформируемый круглый штамп с плоским основанием контактирует с верхней гранью Γ упругого неоднородного полупространства Ω . С полупространством связана цилиндрическая система координат r, ϕ, z , штамп контактирует с полупространством по поверхности $z = 0, r \leq a$. Коэффициенты Ламе полупространства изменяются по законам:

$$\Lambda = \begin{cases} \Lambda_{(1)}(z), & -H \leq z \leq 0, \\ \Lambda_{(2)} = \text{const}, & -\infty < z < -H, \end{cases} \quad G = \begin{cases} G_{(1)}(z), & -H \leq z \leq 0, \\ G_{(2)} = \text{const}, & -\infty < z < -H. \end{cases}$$

где $\Lambda_{(1)}(z), G_{(1)}(z)$ — непрерывно-дифференцируемые или кусочно-постоянные функции, определяющие закон изменения упругих свойств в слое ($-H \leq z \leq 0$). Индексы (1) и (2) соответствуют слою и основанию.

Задача А. К штампу приложен крутящий момент M , ось которого совпадает с осью z и нормальна к поверхности Γ . Штамп жестко сцеплен с поверхностью Γ . Под действием момента M штамп повернется относительно оси z на угол ϵ , вызвав деформацию кручения Ω . Требуется определить закон распределения контактных касательных напряжений под штампом: $\tau_{\phi z}|_{z=0} = \tau_a(r), r \leq a$.

Задача Б. К штампу приложена вдавливающая сила P , ось которой совпадает с осью z и нормальна к поверхности Γ . Силы трения между штампом и полупространством отсутствуют. Под действием силы P штамп переместится в направлении оси z на величину δ . Требуется определить распределение контактных нормальных напряжений под штампом: $\sigma_z|_{z=0} = -q_a(r), r \leq a$.

Основание считается деформируемым, упругие свойства основания более чем на порядок отличаются от упругих свойств слоя. Проанализировано влияние жесткости основания и неоднородности слоя на механические характеристики контактного взаимодействия.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение № 14.В37.21.1131), а также грантов РФФИ (проекты 13-08-01435-а, 12-07-00639-а).

Вероятностный подход к задаче идентификации повреждения в балочной конструкции с использованием зашумленных данных о кривизне мод колебаний

Акопьян В. А.¹, Калинин В. В.², Шевцов С. Н.^{1,2}

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
akop@math.rsu.ru, kalin@ssc-ras.ru, sergnshevtsov@gmail.com*

Задача оценивания возможного наличия повреждения и оценка его параметров представляет собой обратную задачу, где результаты наблюдений параметров исследуемой системы известны с некоторой неопределенностью. Источниками неопределенности данных при измерении параметров колебаний механической системы являются инструментальные погрешности, связанные с точностью и позиционированием акселерометров, выбор метода обработки данных измерений, а также влияние внешних факторов. В работе рассмотрено влияние этих погрешностей на точность решения задачи идентификации повреждения. Для решения прямой задачи используется ранее разработанная и экспериментально обоснованная модель балки Тимошенко с раскрытой трещиной. Выполняя массированные симуляции 1D КЭ модели балки с трещиной при случайных параметрах ее локализации, глубины и раскрытия, производится восстановление формы первых пяти мод колебаний с использованием амплитуд вибраций, измеренных в конечном множестве точек на поверхности конструкции. Измеренные амплитуды колебаний зашумлены нормально распределенными погрешностями в пределах заданной точности измерений. После реконструкции первых пяти мод колебаний значения кривизны вычисляются как вторые пространственные производные, используя 5-точечную разностную схему. Для принятия с некоторой вероятностью решения о наличии или отсутствии повреждения описанная процедура симуляции многократно повторяется для моделей идеальной и дефектной балки. Полагая, что максимальная невязка между двумя соответствующими модами колебаний (и их вторыми производными) для обеих балок локализована вблизи предполагаемой трещины, строятся эмпирические распределения для правильной оценки этой локализации, что позволяет оценить вероятности расположения трещины и случаев ее наличия или отсутствия. Исследованием пространственного распределения корректно предсказанных локализаций трещины установлено, что 4-я и 5-я моды колебаний обладают наилучшей чувствительностью, достигающей максимума в областях балки с наибольшей кривизной. Показано, что рассмотренный метод идентификации повреждений, получивший распространение при оценке технического состояния зарубежной авиационной техники благодаря работам концерна LMS Engineering Solutions, в условиях присущей методу экспериментальной неопределенности обеспечивает удовлетворительную чувствительность и разрешающую способность только при анализе группы мод колебаний. Для его практического использования необходима разработка алгоритмов, учитывающих вероятностные свойства параметров вибрационного мониторинга.

О некоторых подходах к моделированию динамических режимов работы пьезоэлектрических наноразмерных тел с поверхностными эффектами

Альтенбах Х.¹, Еремеев В. А.^{1,2,3}, Наседкин А. В.²

¹Магдебург, Отто фон Герике университет Магдебурга

²Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

³Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

nasedkin@math.sfedu.ru

Как показывают экспериментальные исследования, современные наноматериалы обнаруживают аномальные механические свойства. Так, с уменьшением размеров может быть существенно повышена их эффективная жесткость. Для моделирования таких размерных эффектов были предложены различные теории, в частности, связанные с учетом поверхностных напряжений. В ряде работ были предприняты также попытки распространения методики учета поверхностных эффектов на наноразмерные пьезоэлектрические и флексоэлектрические тела. Тем не менее, следует отметить, что, несмотря на значительное число проведенных исследований, достаточно полная и строгая теория учета поверхностных эффектов для наноразмерных пьезоэлектрических тел на данное время отсутствует. В настоящей работе поверхностные эффекты вводятся в математические модели пьезоэлектрических наноразмерных тел посредством специальных механических и электрических граничных условий и определяющих соотношений между поверхностными напряжениями и поверхностными деформациями, а также между поверхностной электрической индукцией и поверхностной напряженностью электрического поля.

Принятые допущения позволили построить строгую теорию для пьезоэлектрических наноразмерных тел, сформулировать полные постановки динамических начально-краевых задач с учетом затухания, получить обобщенные постановки задач и исследовать различные математические вопросы. Так, были исследованы спектральные свойства задачи на собственные частоты; установлены теоремы об изменениях собственных частот при изменениях материальных модулей и граничных условий; предложены модели учета демпфирования, позволяющие реализовать метод разложения по модам для нестационарных задач и для задач об установившихся колебаниях.

Для практических приложений были предложены конечно-элементные аппроксимации обобщенных постановок динамических задач для пьезоэлектрических наноразмерных тел. Обсуждены различные численные алгоритмы, позволяющие сохранять симметричную седловую структуру конечно-элементных матриц, а также алгоритмы метода разложения по модам.

В качестве примеров приведены результаты вычислительных экспериментов по конечно-элементному решению различных динамических задач для пьезоэлектрических наноразмерных тел. Отмечена важность использования безразмерных постановок и описана техника учета поверхностных эффектов в рамках общей техники метода конечных элементов посредством добавления поверхностных оболочечных элементов с мембранными напряжениями и поверхностных диэлектрических элементов.

Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости
от давления двухслойной гидродинамической смазки упорного
подшипника, обладающего повышенной несущей способностью
и демпфирующими свойствами

Ахвердиев К. С., Мукутадзе М. А., Лагунова Е. О.

Ростов-на-Дону, Ростовский госуниверситет путей сообщения
lagunova@rambler.ru

Рассматривается линейная задача об установившемся движении вязкой несжимаемой жидкости между ползуном и направляющей. Ползун с адаптированным профилем опорной поверхности считается неподвижным, а направляющая с пористым слоем на рабочей поверхности движется в сторону сужения зазора с заданной скоростью u^* . Предполагается, что зависимость вязкости смазки и проницаемости пористого слоя от давления выражаются формулами

$$\mu'_i = \mu_{0i} e^{\bar{\alpha}^* p'}, \quad \tilde{k}' = k_0 e^{\bar{\alpha}^* p'}, \quad (1)$$

где μ_{0i} — характерные вязкости слоев; k_0 — характерная проницаемость пористого слоя; $\bar{\alpha}^*$ — экспериментальная постоянная величина. В декартовой системе координат $x'O'y'$ уравнение адаптированного контура ползуна, границы раздела, а также направляющей с пористым слоем толщины H , можно записать в виде

$$y' = h_0 + x' \operatorname{tg} \alpha^* - a' \sin \omega' x' = h'(x'), \quad y' = a' h'(x'), \quad y' = 0, \quad y' = -H.$$

В качестве исходных уравнений берутся уравнения (1), а также безразмерные уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости от давления и уравнение Дарси, учитывающее зависимость вязкости от давления ($i = 1, 2$)

$$\frac{\partial^2 \nu_i}{\partial y^2} = \frac{\Lambda_i}{\varepsilon^{\bar{\alpha} p}} \frac{dp}{dx}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial \nu_i}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2} + \frac{\bar{\alpha} H^2}{l^2} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \frac{H^2}{l^2} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

где размерные величины x' , y' , u'_i , ν'_i , p' , μ'_i в смазочном слое связаны с безразмерными x , y , u_i , ν_i , p , μ_i соотношениями: $y' = h_0 y$, $x' = lx$, $\nu'_i = u^* \nu_i$, $u'_i = u^* \varepsilon u_i$, $\varepsilon = h_0/l$, $p' = p_a p$, $\mu'_i = \mu_{0i} \mu_i$. В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществлен по формулам: $y' = H \zeta$, $x' = lx$, $P' = p_a P$, $\tilde{k}' = k_0 \tilde{k}$.

Граничные условия задаются на поверхности ползуна и направляющей и на границе раздела слоев. Находится точное автомодельное решение системы (2), удовлетворяющее граничным условиям. Определяется гидродинамическое давление и основные рабочие характеристики подшипника.

Такой реально существующий фактор, как сложная двухслойная структура смазочной жидкости, приводит к изучению влияния структурного параметра α и вязкостного отношения k , а также параметра, обусловленного наличием пористого слоя на поверхности направляющей, на основные рабочие характеристики подшипника, прежде всего на поддерживающую силу и силу трения. При значении $\omega = 3\pi/2$ несущая способность подшипника при любом значении $\alpha \in [0, 1]$ и $\tilde{\alpha} \in [0, 1]$ практически в два раза выше, чем при $\omega = 0$.

О некоторых аномальных явлениях и природных вирусах

**Бабешко В. А.^{1,2}, Евдокимова О. В.¹, Бабешко О. М.¹,
Федоренко А. Г.²**

¹*Краснодар, Кубанский государственный университет*

²*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

afedorenko@mail.ru

При исследовании высокочастотных колебаний упругого слоя, содержащего неоднородность типа плоского включения или трещины, с плоскостью, параллельной границе, в 1987 г. была обнаружена локализация волнового процесса в окрестности неоднородности при некоторых специальных значениях входных параметров задачи. Такое явление имеет место не только в слое, но и в протяженных цилиндрических телах, в том числе, при множественных неоднородностях. Степень локализации, в зависимости от характера неоднородностей, меняется от слабой до предельно сильной. Ранее это свойство не было описано, поэтому причина, его вызывающая, т. е. определенная совокупность неоднородностей, была названа вирусом вибропрочности. Появление локализаций трактовалось как проявление вируса — скрытого объекта, но проявляющего себя при определенных условиях. Долгое время считалось, что такого рода явление присуще только динамическим задачам, связанным с гармоническими колебаниями. Однако в последнее время выяснилось, что локализации, несколько модифицированные, присущи гораздо большему кругу природных процессов, и не только в задачах механики. Они связаны практически со всеми процессами, описываемыми смешанными граничными задачами, в том числе статическими. Это свойство в столь широком диапазоне удалось обнаружить применением метода блочно-го элемента. Новые объекты названы «природными вирусами», обобщающими вирусы вибропрочности. Излагаются особенности этих вирусов, приводятся примеры для некоторых упрощенных природных процессов.

Анализ контактного взаимодействия в сильно нелинейной виброударной системе методом продолжения решения по параметру

Баженов В. А., Погорелова О. С., Постникова Т. Г.

*Киев, Киевский национальный университет строительства и архитектуры
posttan@ukr.net*

Виброударные машины и оборудование широко применяются в технике, поэтому изучение их динамического поведения, ударных сил взаимодействия между элементами в разных условиях работы вызывает значительный интерес и бурно развивается в последние десятилетия. Виброударные системы — это сильно нелинейные системы, которые изменяют свою структуру за счет множественных соударений их элементов. Моделирование удара в таких системах с использованием волновой теории удара или дискретной модели с представлением твердого тела в виде некоторого числа конечных элементов вызывает значительные трудности, поэтому при исследовании динамики виброударных систем часто используются более грубые модели.

В работе удар моделируется нелинейной силой контактного взаимодействия на базе квазистатической теории Герца, которая рассматривает лишь локальные деформации соударяющихся тел, предполагает удар упругим, низкоскоростным, коллинеарным, без трения, поверхности тел в зоне контакта криволинейными, «Герцевыми». Эта сила имеет вид:

$$F_{con}(z) = K[H(z)z(t)]^{3/2}, K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}},$$

$$\delta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1\pi}, \delta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2\pi},$$
(1)

где $z(t)$ — относительное сближение тел за счет местной деформации в зоне контакта, $H(z)$ — ступенчатая функция Хевисайда, μ_i и H_i коэффициенты Пуассона и модули Юнга для материалов соударяющихся тел, A , B и q — константы, характеризующие местную геометрию зоны контакта.

Рассматривается двухмассовая виброударная система с двумя степенями свободы под действием внешней периодической нагрузки. Решения нелинейных уравнений движения получены численным методом продолжения решения по параметру в синтезе с методом построения периодических решений существенно нелинейных систем. Построены кривые нагружения (зависимости максимальных полуразмахов от параметра интенсивности внешней нагрузки), амплитудно-частотные характеристики, определены диапазоны параметра нагружения и частоты внешней нагрузки, где колебательные режимы неустойчивы. Проанализированы зависимости силы контактного взаимодействия соударяющихся тел от параметра интенсивности внешней нагрузки и от ее частоты. Анализ выполнен в зонах как устойчивых колебательных режимов, так и неустойчивых, где в действительности реализуются многоударные регулярные и хаотические режимы. Анализируется также влияние конструктивных параметров виброударной системы на величину максимальной контактной силы и на поведение контактной силы в течение удара.

Моделирование удара и проникания осесимметричных тел минимального сопротивления в мягкие грунтовые среды

Баженов В. Г., Котов В. Л.

*Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного
университета
им. Н. И. Лобачевского*

bazhenov@mech.unn.ru, vkotov@inbox.ru

Представлены результаты экспериментально-теоретического исследования нелинейных процессов деформирования мягких грунтовых сред при нормальном и наклонном проникании жестких осесимметричных тел. Динамическое деформирование грунтовых сред при ударном нагружении описывается в рамках математической модели Григоряна и формулируется с позиций механики сплошных сред. Идентификация деформационных и прочностных параметров уравнения состояния грунтовых сред осуществляется на основе сочетания обращенных экспериментов с использованием мерного стержня и численного моделирования процессов удара и проникания цилиндрических стержней в грунтовые среды. Эффективность метода демонстрируется решением задачи идентификации параметров модели песчаного грунта при скоростях внедрения до 1 км/с и давлениях 1.5 ГПа на основе данных физического и численного моделирования.

Развивается модель локального взаимодействия (МЛВ), основанная на аналитическом решении одномерной задачи о расширении сферической полости в грунтовой среде при допущении несжимаемости среды за фронтом ударной волны. Разработанная МЛВ учитывает основные нелинейные свойства грунтовой среды, существенные при описании процессов удара и проникания (зависимость предела текучести от давления и нелинейную объемную сжимаемость грунта). Далее модель применяется для поиска образующей тела вращения минимального сопротивления с заданной длиной и радиусом миделя поперечного сечения. В рамках одночленной МЛВ (напряжение пропорционально квадрату скорости) получено аналитическое решение без учета трения, а с учетом внутреннего и поверхностного трения, пропорционального давлению, задача решена численно. Для оценки погрешностей МЛВ данная задача решена в осесимметричной постановке на основе модели грунтовой среды Григоряна. Найденное в расчетах «оптимальное» тело имеет форму затупленного конуса, что соответствует результатам МЛВ, но сила сопротивления такого тела отличается в 1.5-2 раза от силы для оптимального конуса той же длины и радиуса донного сечения, так как при обтекании затупленных ударников потоком плотной среды наблюдается заметное влияние формы ударника в окрестности лобовой точки на распределение давлений вдоль образующей тела, что не учитывается в МЛВ.

Работа выполнена в рамках программы поддержки ведущих научных школ России (НШ-2843.2012.8), а также при поддержке РФФИ (10-08-00376-а, 11-08-00565-а, 12-08-33106-мол_а_вед).

Моделирование процесса ползучести
в окрестности одиночного дефекта сплошности
в условиях развивающегося пластического течения

Бажин А. А.¹, Буренин А. А.², Мурашкин Е. В.^{1,3}

¹*Владивосток, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН*

²*Комсомольск-на-Амуре, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН*

³*Владивосток, Дальневосточный федеральный университет*
murashkin@dvo.ru

Разделение деформаций на обратимые и необратимые компоненты, равно как и задание скоростей составляющих тензора полных деформаций всегда являлось произволом автора, предлагающего модель, ведь экспериментально возможно измерить лишь полные деформации. Однако, есть и другой путь, предложенный Г. И. Быковцевым, А. В. Шитиковым, В. П. Мясниковым, где обратимые и необратимые деформации определяются соответствующими уравнениями переноса. На таком пути за основу берется предположение о неизменности тензора необратимых деформаций в процессах разгрузки и жесткого вращения тела, также используется гипотеза о независимости свободной энергии от необратимых деформаций, что, по сути, задает консервативный процесс деформирования. Источником необратимых деформаций в такой модели в областях пластического течения предлагалось считать тензор скоростей пластических деформаций. Для модельного учета деформаций ползучести следует в областях, где пластическое течение отсутствует, источником необратимых деформаций положить тензор скоростей деформаций ползучести. В качестве определения такого тензора может выступать закон ползучести, ассоциированный с некоторым потенциалом (Нортон, Шестерикова и др.).

В качестве примера использования предлагаемой модели решена задача о сжатии полого шара под действием внешнего давления. В такой задаче невозможно использовать малые деформации, а для объяснения эффекта «залечивания» поры недостаточно учитывать в составе необратимых деформаций лишь деформации пластичности. Не позволяет получить объяснение данного эффекта также и учет вязкости как в процессе пластического течения, так и при упругом деформировании. Включение же в качестве дополнительного источника необратимых деформаций закона ползучести позволило смоделировать как «залечивание» полости, так и релаксацию напряжений при снятии напряжений с тела. Получены законы распределения параметров напряженно-деформированного состояния, как на стадии активного деформирования, так и в процессе релаксации напряжений. По результатам численных экспериментов указаны законы движения границы микродефекта сплошности, границ пластической области, построены поля остаточных деформаций и напряжений после полной разгрузки среды и в процессе последующей их релаксации.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-776.2012.1) и гранта РФФИ (мол_а_вед 12-01-33064).

Оптимизация устойчивости неразрезной балки на упругих опорах

Баничук Н. В.¹, Барсук А. А.², Макеев Е. В.¹, Синицын А. В.¹

¹*Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН*

²*Кишинев, Молдавский государственный университет*

banichuk@ipmnet.ru, a.a.barsuk@mail.ru, makeev@rambler.ru, sinizin@ipmnet.ru

Исследуется задача оптимизации по критерию устойчивости бесконечной балки, лежащей на периодической системе упругих опор. В качестве управляющей функции выбрано распределение толщин балки из класса периодических функций с периодом, равным расстоянию между соседними опорами. С использованием теоремы Флоке многоточечная спектральная краевая задача об устойчивости неограниченной неразрезной балки формулируется на конечном и равном периоде интервале.

Отмечено, что среди множества упругих деформируемых систем особое место занимают системы с периодическим распределением жесткостных и инерционных характеристик. К этому же классу систем могут быть отнесены и системы с постоянными механическими характеристиками, но с периодическим распределением граничных условий. Спектральные краевые задачи для таких систем описываются операторами, обладающими общим свойством для всех таких систем — инвариантностью относительно операции сдвига на величину кратную периоду. Это обстоятельство позволяет свести решение исходной задачи к решению задачи, определенной на конечном и равном периоде интервала — «элементарной ячейке».

Характерной особенностью решений периодических спектральных краевых задач является строение их спектра собственных значений — образование интервалов с непрерывным распределением собственных значений для неограниченных периодических систем и зон сгущения — для ограниченных.

Как показывают результаты имеющихся расчетов, распределение собственных значений для ограниченных систем асимптотически стремится к распределению собственных значений, отвечающему неограниченной системе, начиная уже с размеров системы, соответствующих всего нескольким периодам. Следует при этом отметить, что для бесконечных систем ввиду отсутствия параметра длины становится возможным более глубокий анализ спектров по сравнению с аналогичным анализом конечных систем, что позволяет делать полезные заключения и о спектре конечных систем. Таким образом, при получении решений для ограниченных систем и анализе полученных результатов могут быть эффективно использованы решения для бесконечной балки.

В форме квадратур приводятся решения задачи оптимизации и задачи об устойчивости неразрезной балки с постоянными жесткостными характеристиками. Обсуждаются зависимости полученных для неразрезной балки решений от жесткости опор и особенности формирования оптимальных решений для периодических систем.

Объемная плотность энергии деформации
в трехкомпонентных тканых трибокомпозитах

Бардушкин В. В.^{1,2}, Колесников И. В.³, Сычев А. П.¹, Сычев А. А.¹,
Яковлев В. Б.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

²*Москва, Московский институт электронной техники*

³*Ростов-на-Дону, Ростовский госуниверситет путей сообщения*
sap@rgups.ru

В узлах трения (особенно, тяжело нагруженных), как показывают исследования, использование двухкомпонентных композитных материалов ограничено ввиду их малой удельной прочности и несущей способности. Для таких узлов целесообразно создавать многокомпонентные композиты, исходя из синтеза конструкционного материала, например, с антифрикционным. При теоретическом анализе напряженно-деформированного состояния таких композитов встает проблема прогнозирования их локальных (внутренних) упругих свойств. Адекватное моделирование локальных упругих характеристик позволяет уже на стадии проектирования композитов осуществлять прогнозы о поведении элементов неоднородности при нагрузках (особенно экстремальных), давать рекомендации по подбору состава компонентов и их концентрации. Одной из важнейших локальных упругих характеристик неоднородных сред является объемная плотность энергии деформации. Для ее определения в работе используется понятие оператора (тензора) концентраций напряжений, а моделирование опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей.

В работе проведено численное моделирование объемной плотности энергии деформации в антифрикционных тканых композитах с эпоксидной матрицей (в качестве матрицы используется связующее ЭПАФ на основе триглицидилпарааминофенола с высоким содержанием эпоксидных групп), армированных волокнами из политетрафторэтилена и бесщелочного стекла параллельно некоторой плоскости в двух взаимно перпендикулярных направлениях. При этом материал волокон, расположенных в одном из направлений, отличен от материала волокон в перпендикулярном направлении. Исследована зависимость значений указанной энергетической характеристики от вида внешнего механического воздействия и концентрации волокон.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ № 13-08-00672-а, № 13-08-00732-а.

Возникновение спиральных течений крови в левом желудочке сердца

Батищев В. А., Гетман В. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

batishev-v@mail.ru, vnikaget@gmail.com

Закрученные потоки крови в аортах человека и животных привлекли пристальное внимание ученых во второй половине прошлого века. Отметим, что впервые на этот факт указал еще Вильям Гарвей в 1628 г., обнаружив вращение крови в сердце при вскрытой грудной клетке. В настоящее время накоплен обширный экспериментальный материал по этой проблеме. Отметим, что винтовые течения крови возникают при наполнении кровью левого сердечного желудочка. В систолу, при открытом аортальном клапане, закрученный поток крови перемещается в восходящую часть аорты. К механизму возникновения спиральных течений в аорте относится и анизотропный характер тонких упругих стенок аорты. Это показано профессором Ю. А. Устиновым в его публикациях. В настоящее время считается, что винтовые течения крови в сердечном желудочке связаны с особенностями строения слоев мускулатуры на стенках желудочка и вызваны «разнонаправленным сокращением мускулатуры желудочков». Этот закрученный поток возникает в диастолу при закрытом аортальном клапане и усиливается в систолу. В представленном докладе рассматривается дополнительный механизм возникновения винтовых течений крови в сердечном желудочке вблизи входа в аорту. Именно, предполагается, что механизм возникновения спиральных течений крови связан с неустойчивостью сходящегося потока жидкости в левом желудочке сердца. На примере течения жидкости в конфузоре (поверхность усеченного конуса) показано, что в сходящемся потоке маловязкой жидкости возникает невязкая спиральная неустойчивость, что и приводит к возникновению и усилению спиральных потоков.

Рассматривается динамика спиральных возмущений в сходящемся потоке жидкости в области, ограниченной поверхностью усеченного конуса (конфузором). За основу расчетов приняты уравнения Навье–Стокса. Сначала строится основной стационарный режим. Возмущения считаются малыми, поэтому решение задачи строится асимптотическим методом по степеням малой амплитуды возмущений. Коэффициенты этих рядов находятся методом пограничного слоя. Стационарный режим представляет собой поток в виде сходящегося течения идеальной жидкости. Вдоль потока скорость жидкости увеличивается, а давление падает. На этот поток наложены малые спиральные возмущения, периодические по времени. В рамках идеальной жидкости невозможно найти окружную компоненту скорости — это известная проблема невязкой жидкости. Для окружной компоненты скорости применяются уравнения Навье–Стокса. В главном приближении с учетом диффузионных и конвективных членов уравнения переменные разделяются и находится решение задачи о возмущениях. Показано, что невязкие спиральные возмущения возрастают в направлении потока. Физически это означает, что в левом желудочке сердца спиральные возмущения усиливаются вдоль потока и создают винтовое течение крови на входе в аорту.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-000582-а).

Сдвиг упругого полупространства полосовым штампом,
перемещающимся с постоянной скоростью в направлении,
ортогональном направлению сдвига

Батурина Н. Ю.¹, Зеленцов В. Б.^{2,3}, Митрин Б. И.³

¹Ростов-на-Дону, Ростовский государственный строительный университет

²Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ

³Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
vبزelen@gmail.com

Рассматривается нестационарная динамическая контактная задача о чистом сдвиге полосовым штампом ширины $2a$ ($|x| \leq a$, $y = 0$, $|z| < \infty$) упругого полупространства ($|x| > \infty$, $0 \leq y < \infty$, $|z| < \infty$) по закону $w = \varepsilon(t)$ ($t \geq 0$). В процессе деформации штамп движется параллельно самому себе с постоянно скоростью V в направлении, противоположном оси Ox . Поверхность полупространства вне области контакта штампа с упругим полупространством свободна от напряжений. Начальные условия задачи на w и $\dot{w}$ нулевые, на бесконечности смещения и напряжения исчезают.

В подвижной системе координат, связанной со штампом, с помощью интегральных преобразований Лапласа и Фурье, рассматриваемая задача сводится к двумерному интегральному уравнению

$$\int_0^t d\tau \int_{-a}^a \varphi(\xi, \tau) k(\xi - x, t - \tau) d\xi = -2\pi\mu\varepsilon(t), \quad |x| \leq a, \quad t > 0 \quad (1)$$

$$k(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} e^{pt} dp \int_{\Gamma} K(u) e^{iup/c_2} du, \quad K(u) = \frac{1}{\sqrt{u^2 + (1 - iu\beta_2)^2}} \quad (2)$$

где $\beta_2 = \frac{V}{c_2}$, $c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, $\sigma_{yz}(x, 0, t) = \varphi(x, t)$, Γ — контур интегрирования.

Решение интегрального уравнения (1) в отсутствии дифракционной картины в области контакта строится в виде суперпозиции решений соответствующих двумерных интегральных уравнений на координатной полуоси за минусом решения двумерного интегрального уравнения на всей оси. С помощью интегральных преобразований и метода Винера-Хопфа решения двумерных интегральных уравнений на полуоси получены в виде двукратных квадратур, так как факторизация подынтегральной функции ядра интегрального уравнения $K(u)$ (2) производится элементарными средствами.

Приближённое решение задачи построено в двух скоростных диапазонах движения штампа — в дозвуковом ($V < c_2$) и сверхзвуковом ($V > c_2$). Подробно рассмотрена задача об импульсном начальном воздействии на штамп, закон движения которого определяется из дифференциального уравнения движения штампа с начальными условиями

$$m\ddot{\varepsilon} = P(t) + T(t), \quad \varepsilon(0) = 0, \quad \dot{\varepsilon}(0) = v_0$$

где $T(t)$ — сила сопротивления полупространства сдвигу штампа, $P(t)$ — действующие на штамп силы, m — погонная масса штампа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-08-01435-а.

Неклассические теории анизотропных оболочек в задаче о деформации ортотропных круглых пластин

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Краковская Е. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

s_bauer@mail.ru

Рассматривается напряженно-деформированное состояние круглых цилиндрически ортотропных и трансверсально-изотропных пластин под действием нормального давления. Получены соотношения для прогиба пластин по приближенным моделям, основанным на гипотезах Кирхгофа–Лява (КЛ) и Тимошенко–Рейсснера (ТР), а также с помощью уточненной теории анизотропных пластин Амбарцумяна, теории анизотропных оболочек средней толщины Паляя–Спиро (ПС) и уточненной итерационной теории Родионовой–Титаева–Черныха (РТЧ). Теория РТЧ в отличие от других теорий, основанных на механических гипотезах, предлагает математический подход к решению трехмерных уравнений теории упругости.

По классической теории КЛ безразмерный прогиб пластины под действием давления q имеет вид $w^{KL}/q = (4r^{n+1}/(n+1) - r^4 + (n-3)/(n+1)) / (8(n^2-9))$, (при $n = 3$ $w^{KL}/q = (4r^4 \ln r - r^4 + 1) / 192$). Здесь $n^2 = E_r/E_\theta$, $r = r_{dim}/R$, $w = w_{dim}/h$, $q = q_{dim}R^4/(D_r h)$, $D_r = h^3/(12(1 - \nu_{r\theta}\nu_{\theta r}))$, h — толщина пластины, R — ее радиус, E_r , E_θ — модули упругости в радиальном и тангенциальном направлениях.

Теории ТР и Амбарцумяна дают для прогиба, соответственно,

$$\begin{aligned}\frac{w^{TR}}{q} &= \frac{w^{KL}}{q} + \frac{b_1}{2}(r^2 - 1), \\ \frac{w^A}{q} &= \frac{w^{KL}}{q} + b_2 \frac{r^{n+1} - 1}{n+1} + \frac{b_1}{2(n^2 - 1)} \left(\frac{2r^{n+1}}{n+1} - r^2 + \frac{n-1}{n+1} \right), \\ b_1 &= -\frac{3D_r}{4hR^2G_{rz}}, \quad b_2 = \frac{h^2}{10R^2}(\nu_{31}^* - \nu_{32}^*) - \frac{4(n^2 - 1)}{5}b_1,\end{aligned}$$

где G_{rz} — модуль жесткости на сдвиг в плоскости (r, z) . Формулы, получающиеся по теориям ПС и РТЧ имеют более громоздкий вид. При уменьшении отношения $E_r h^2 / (G_{rz} R^2)$ результаты, полученные по всем теориям, сближаются.

Для задачи о деформации решетчатой пластинки (РП) диска зрительного нерва под действием внутриглазного давления (ВГД) проведено сравнение решений задачи, получающихся по неклассическим теориям, с численным решением, полученным с помощью прикладного пакета ANSYS. РП близка к мягкой трансверсально-изотропной. Модуль упругости в направлении толщины пластинки на два порядка меньше тангенциальных модулей. Для этого конкретного случая теории оболочек ПС и РТЧ при давлениях, соответствующих внутриглазному давлению, дают величины прогибов, близкие к результатам, полученным в пакете ANSYS. Значения нормальных напряжений, полученных по теории РТЧ ближе к значениям, полученным методом конечных элементов.

Итерационные методы расчета напряжений в прямоугольных балках из нелинейного материала при чистом изгибе

Бахарева Е. А., Стружанов В. В.

Екатеринбург, Институт машиноведения УрО РАН

bahareva.e.a@mail.ru

В работе рассматривается деформирование балки прямоугольного поперечного сечения из материала, обладающего эффектом деформационного разупрочнения. Деформирование осуществляется квазистатическим образом при постоянной температуре либо под воздействием приложенного к торцам балки изгибающего момента, реализующего в ней состояние чистого изгиба (мягкое нагружение), либо при задании кривизны балки (жесткое нагружение). Свойства материала характеризуют полные диаграммы растяжения и сжатия с восходящими и падающими участками. В последнем случае учитываются неустойчивые состояния материала.

Для исследования напряженно-деформированного состояния балки выписываются статические уравнения равновесия, а именно равенства нулю главного вектора и главного момента напряжений, которые рассматриваются в качестве операторного уравнения равновесия относительно кривизны балки, отклонения нейтральной линии, где нулевые напряжения и деформации, от оси симметрии, и изгибающего момента. Для фиксированной нагрузки уравнение решается методом простых итераций. Пластические деформации рассчитываются по инкрементальному закону пластического течения, а напряжения — по обобщенному закону Гука. Установлена механическая интерпретация метода, заключающаяся в разбиении исходной задачи на так называемые основную и корректирующую. Первая — это задача об определении напряжений и деформаций в упругой балке под действием нагрузки. Корректирующая задача состоит в определении остаточных пластических деформаций и собственных напряжений. При этом считаем, что балка свободна от внешних усилий при мягком нагружении, либо закреплена при жестком.

Исследована сходимость методов. Для обоих видов нагружения реализован итерационный процесс расчета параметров равновесий и напряженно-деформированного состояния при монотонном возрастании нагрузки. Полная диаграмма задана конкретной функцией. Вычисления показали, что при мягком способе нагружения удается получить только восходящую ветвь зависимости «изгибающий момент – кривизна». При догружении из ее верхней точки итерационный процесс расходится, что соответствует динамическому разрушению балки. В момент разрушения часть материала наиболее деформированных слоев находится уже на стадии разупрочнения. Итерационный процесс для жесткого способа нагружения позволяет получить на диаграмме «изгибающий момент – кривизна» падающий участок, последняя точка которого отвечает равновесному разрушению крайних волокон балки, происходящему в последней точке падающей диаграммы деформирования материала. При этом значительная часть поперечного сечения балки находится в состоянии разупрочнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 13-08-00186, 13-01-96008).

Оценка временной стабильности давления срабатывания
предохранительных мембранных устройств реакторной установки

**Беликов Н. В., Занимонец Ю. М., Какурин А. М., Павлов В. В.,
Трепачева Г. Н.**

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

bel@math.rsu.ru

Объектом исследования являются хлопающие предохранительные мембраны (МХ), входящие в состав мембранных предохранительных устройств. Мембранные предохранительные устройства применяются для защиты объектов технологического оборудования от опасных перегрузок избыточным и (или) вакуумметрическим давлением, создаваемых рабочими средами. Они могут использоваться в качестве самостоятельных предохранительных устройств, так и в сочетании с предохранительными клапанами.

Основной целью исследования является оценка возможности увеличения эксплуатационного ресурса мембран, которые выработали назначенный срок эксплуатации и находились в резерве. Выводы о возможности продления эксплуатационного ресурса мембран основаны на результатах неразрушающего контроля давления срабатывания и анализа динамики изменения их рабочих характеристик.

Особенностью исследуемых куполообразных мембран является их искусственная форма. Это специальная формируемая в процессе изготовления геометрия, которая обеспечивается сочетанием давления вытяжки и локального силового воздействия. Артификация нивелирует влияние несовершенств контура краевого заземления на давление срабатывания, инициирует потерю устойчивости с вершины купола и обеспечивает надёжное прогнозирование давления срабатывания методом неразрушающего контроля. Испытаниям подвергалась партия искусственных хлопающих мембран МХ200 в количестве 4-х штук (заводские номера 54, 62, 65, 68) после наработки 23300 часов эксплуатации в составе УПМ 4,5 ББН № 14-03/447 на реакторной установке БН-600 третьего энергоблока Белоярской АЭС. Испытаниям на временную стабильность давления срабатывания подвергалась также резервная партия хлопающих мембран с заводскими номерами ФЭИ5, ФЭИ7, ФЭИ10, В3, Р4, ОР2, ОР4. После установки мембраны в мембранный узел создаются необходимые рабочие условия ее краевого закрепления, которые обеспечивают абсолютную герметичность полости под куполом мембраны по отношению к внешней среде. В герметичную полость под купол мембраны от внешнего источника подается рабочее давление, плавно изменяющее степень нагружения мембраны. Компьютерный комплекс «АСД-М» анализирует (в реальном времени эксперимента) нелинейную зависимость «давление — перемещение вершины купола мембраны» и фиксирует момент достижения мембраной критического давления до ее разрушения (хлопка).

В работе рассмотрена структура и технические характеристики компьютерного комплекса «АСД-М». Представлены результаты неразрушающего контроля давления срабатывания мембран, выведенных из эксплуатации, и резервных мембран.

Определение класса анизотропии сегнетоэлектрической керамики
при одновременном воздействии сильного электрического поля
и механических напряжений общего вида

Белоконь А. В., Скалиух А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

a.s.skaliukh@gmail.com

Вопросам поведения сегнетоэлектрических поликристаллических материалов в сильных электрических и механических полях посвящено достаточно много работ как отечественных, так и зарубежных авторов. Основной задачей моделирования нелинейных процессов в таких материалах является построение определяющих соотношений, которые включают в себя как внешние, так и внутренние переменные. После достижения электрическим полем или механическими напряжениями некоторых пороговых значений внутри материала на микроскопическом уровне начинаются переключения электрических доменов в определенном порядке. Эти переключения на макроскопическом уровне приводят к возникновению анизотропии материала, и как следствие, к возникновению пьезоэлектрических свойств. Определяющие соотношения строятся таким образом, что связь между обратимыми параметрами, с одной стороны, и сопряженным им параметрами, с другой стороны описывается линейными тензорными соотношениями, в которых принимается условие локальной трансверсальной анизотропии, с осью изотропии, совпадающей с направлением вектора остаточной поляризации. Такой подход оправдан тем, что в основном рассматриваются процессы поляризации электрическим полем, а механические напряжения, если и отличны от нуля, то в основном представляют собой растяжение-сжатие вдоль направления электрического поля и однородны во всем образце. Данная работа касается вопросов определения класса анизотропии при комплексных нагрузках.

С этой целью рассматривается представительный объем, вводится энергетический критерий переключения доменов, и для определенного уровня внешних нагрузок вычисляются остаточные поляризация и деформация. Направив одну из осей новой системы координат по направлению вектора остаточной поляризации, записываются усредненные уравнения и анализируются матрицы упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант, что позволяет установить класс анизотропии данного материала в данном состоянии. Если воздействуют только механические напряжения, то анализу подвергается тензор остаточных деформаций, причем новая система выбирается таким образом, чтобы одна из осей совпадала с направлением наибольшего главного значения этого тензора. Наконец, если ни одна из главных осей тензора остаточных деформаций не совпадает с направлением остаточной поляризации, то предлагается выбирать одну из осей с учетом этих параметров. Расчеты показали, что в частном случае одноосного растяжения-сжатия или воздействия только электрического поля наши исследования совпадают с общеизвестными.

Проведенные исследования являются неотъемлемой частью общих исследований нелинейных необратимых задач поляризации и деформирования и позволяют корректировать определяющие соотношения для случая сложного нагружения материалов сильными полями.

О статической и динамической неустойчивости тонких стержней

Беляев А. К.¹, Морозов Н. Ф.^{1,2}, Товстик П. Е.¹

¹*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*

²*Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН*

morozov@nm1016.spb.edu

Экспериментальные и теоретические исследования, проведенные различными авторами (W. G. Knauss, K. Ravi-Chandar. Intern. J. Fracture. 1985. V. 27. P. 127–143; Н. Ф. Морозов, Ю. В. Петров. Проблемы динамики разрушения. СПб:Изд-во СПбГУ, 1997. 129 с.; V. A. Bratov, N. F. Morozov, Y. V. Petrov. Dynamic Strength of Continuum. S. Petersburg Univ, 2009. 223 p.), указывают на необходимость достаточно осторожного применения методов статики в условиях динамического нагружения.

Желательно проследить вышеуказанное обстоятельство применительно к исследованию задач устойчивости (V. V. Bolotin. Dynamic stability of elastic systems. Moscow: Nauka, 1956. 600 p.; А. С. Вольмир. Устойчивость сжатых стержней при динамическом нагружении // Строй. Мех. и Расчет сооружений. 1960. № 1. С. 6–9).

В работе 1949 года Ишлинский и Лаврентьев (М. А. Lavrentiev, A. Yu. Ishlinsky. Dynamic form of stability loss // Doklady AN SSSR. 1949. N 6. P. 776–782) обратили внимание на специфику результатов, полученных при исследовании на устойчивость стержня под действием ударного нагружения.

В предлагаемом докладе, основанном на результатах (А. К. Беляев, Д. Н. Ильин, Н. Ф. Морозов, 2013) и (N. F. Morozov, P. E. Tovstik. Dynamics of rod under axial impact // Vestnik SPb. State Univer. 2009. Ser. 1. N 2. P. 105–111) проводится достаточно тщательный анализ задачи Ишлинского-Лаврентьева, определяются и уточняются зоны устойчивости и неустойчивости.

Влияние начальных напряжений на характеристики системы электродов, расположенной на поверхности неоднородной пьезоактивной среды

Белянкова Т. И.¹, Ворович Е. И.², Лыжов В. А.¹, Тукодова О. М.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
maggod-rnd@yandex.ru*

Проблемы применения современных композитных материалов, учет влияния технологических операций на свойства элементов конструкций, зависимость характеристик устройств и их узлов от различных, в том числе экстремальных, условий эксплуатации — во многих актуальных направлениях исследований проблема учета возникающих в среде напряжений имеет важное теоретическое и прикладное значение. В частности в электроакустике начальные напряжения возникают в процессе выращивания пьезоэлектрического слоя на подложках различной природы, при изменениях температуры — из-за разницы в температурных коэффициентах линейного расширения, в процессе внешнего нагружения.

При формулировке краевой динамической задачи использовались линеаризованные около некоторого равновесного начального деформированного состояния (НДС) уравнения движения и определяющие соотношения нелинейной теории электроупругости. Полученные в результате линеаризации определяющие соотношения сформулированы в виде обычных для пьезоэлектриков соотношений, где в качестве материальных констант фигурируют выражения, содержащие модули материала в естественном состоянии и параметры начального напряженного состояния. В зависимости от вида напряженного состояния, соотношения между различными коэффициентами, характерные для исходного материала, меняются.

Решение краевой динамической задачи строится с помощью методов операционного исчисления, в предположении, что среда находится под действием поверхностного источника, совершает гармонические колебания, режим колебаний является установившимся. В данной работе подробно исследовано влияние вида и величины начальных напряжений на решение контактной динамической задачи о возбуждении сдвиговых поверхностных волн при помощи системы планарных поверхностных электродов. Подложка представляет собой слой титаната бария на поверхности диэлектрического полупространства MgO. Поляризация слоя лежит в плоскости подложки и направлена вдоль электродов. Слой подвержен однородной начальной деформации — растяжению или сжатию по одной, двум или трем осям.

Показано, что наличие деформаций по различным осям влияет на величину динамической емкости электродной структуры и на распределение наведенных поверхностных зарядов под электродами. Одинаковые деформации по различным осям оказывают различное влияние на значение поверхностных зарядов не только по величине, но и по знаку. Исследовано влияние сложного напряженного состояния на характеристики многоэлектродной структуры в зависимости от соотношения величин деформации по различным осям.

О динамике функционально-градиентных предварительно напряженных материалов и покрытий

Белянкова Т. И., Калинин В. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

vkalin415@mail.ru, kalin@ssc-ras.ru

Приводится обзор результатов исследования широкого класса предварительно напряженных неоднородных упругих, термоупругих или пьезоактивных сред со сложными физико-механическими свойствами. При исследовании используется подход, позволяющий исследовать влияние произвольных, в общем случае имеющих разрыв, зависимостей изменения свойств функционально градиентных материалов и покрытий, на их динамические свойства. Тем самым представляется возможность рассматривать сильно градиентные среды, моделируя среды с «высокоскоростным» или «низкоскоростным» включением. Исследование структуры поверхностного волнового поля показывает, что ею можно эффективно управлять за счет изменения градиентности свойств среды, добиваясь либо локализации волн в приповерхностной зоне, либо их подавления. Аналогичным образом, путем изменения градиентности свойств среды можно целенаправленно управлять ее динамической жесткостью, добиваясь в случае необходимости появления резонансных эффектов, их усиления либо подавления. Особенности динамического поведения и контактного взаимодействия функционально градиентных полуограниченных тел неоднократно рассматривалась в литературе. В настоящей работе используется модель неоднородного полупространства, представляющая собой слой с изменяющимися по глубине механическими параметрами, лежащий на поверхности однородного полупространства. Условия контакта слоя и полупространства могут обеспечивать либо полное сцепление (равенство на границе всех параметров слоя и полупространства), либо частичное сцепление, когда на границе лишь часть параметров слоя и полупространства совпадают. В рамках этого подхода изучаются особенности динамики высокоградиентных сред, упругие модули которых произвольным образом изменяются по глубине, моделируя среды с «жестким» или «податливым» включением. Детально исследованы свойства различных типов сред, в том числе т.н. «акустически однородных», упругие параметры и плотность которых изменяются по одному и тому же закону. Исследования показали, что, несмотря на акустическую однородность среды, наличие включений качественно меняет структуру волнового поля и характер поведения динамической жесткости. Появляются частотные диапазоны, в которых отток энергии из зоны контакта существенно превышает обычный поток энергии в полупространство. Имеются диапазоны частот, в которых отток энергии минимален. Возникают условия появления ограниченных резонансов. За счет выбора типа включения и его параметров резонансные частоты можно сдвигать в высокочастотный или в низкочастотный диапазоны. Детально исследованы динамические свойства неоднородных пьезоактивных сред. Изучено влияние слабой неоднородности, связанной с изменением диэлектрических параметров пьезоактивной среды и ее свойств на характеристики поверхностных волн и структуру поверхностного волнового поля. Обсуждается вопрос об особенностях моделирования слоистых и функционально-градиентных сред.

Особенности локализации волнового процесса в упругой клиновидной среде

Беркович В. Н.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
Ростов-на-Дону, Филиал Московского государственного университета технологий
и управления им. К. Г. Разумовского
bvn119@rambler.ru*

В рамках линейной модели динамической теории упругости исследованы вопросы локализации волнового процесса в окрестности свободной поверхности и ребра однородной клиновидной среды при её возбуждении источниками колебаний на свободной поверхности. Вопросы локализации волнового процесса в горизонтально-слоистых средах ранее рассматривались в ряде работ. Для клиновидных сред исследования в указанном направлении имеют эмпирический характер и обнаружены автором лишь в руководствах отечественных и зарубежных изданий по вибросейсморазведке.

На основе построения функционально-инвариантных решений для динамических уравнений теории упругости и использования вариационного принципа Гамильтона-Остроградского предложен метод изучения характера формирования волнового поля смещений при возбуждении однородной клиновидной среды источниками плоских стационарных и нестационарных колебаний. Переход от нестационарного случая колебаний к стационарному осуществляется с помощью известного принципа предельной амплитуды. Математически обосновывается корректность применения этого принципа в рассматриваемых задачах. Получены выражения поля смещений точек поверхности клиновидной среды в явной форме. Представлены соотношения связи между геометрическими и динамическими характеристиками клиновидной среды, а также формулы расчета фазовых скоростей волн локализации и критических углов раствора, при которых эти волны появляются на границе клиновидной среды. Описаны волновые поля на гранях клина в окрестности ребра и при удалении от него. Отдельно рассмотрен вопрос локализации волнового процесса на ребре клиновидной среды в случае возникновения пространственных колебаний. Для этого случая построены функционально-инвариантные решения специального вида для динамических уравнений теории упругости. Из полученных результатов вытекает, что процесс локализации волнового процесса в клиновидной среде зависит только от механических и геометрических параметров среды и не зависит от характера источников возбуждаемых колебаний.

Описаны результаты численной реализации предложенного подхода. В качестве характеристик материалов клиновидных областей выбирались параметры реальных геологических пород приповерхностного слоя земной коры. На основе результатов численного анализа получены значения фазовых скоростей поверхностных и клиновых волн, а также значения критических углов раствора, вычисленных по предложенной методике для некоторых геологических пород.

Использование методов временного и детренд анализа для исследования кардиосигналов

Богачева М. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
akimenko-85@mail.ru

Исследования последних лет в области цифровой обработки сигналов открывают новые возможности для изучения физиологии человека и диагностики различных заболеваний. При этом большое внимание уделяется кардиосигналам, анализ которых затрудняется из-за их нестационарной природы. Вид кардиосигнала изменяется в зависимости от индивидуальных особенностей организма человека. Отчетливые нарушения в структуре кардиосигнала выявляются невооруженным глазом. Однако возможен целый ряд отклонений и пограничных состояний, которые не проявляются в виде контрастных признаков. Это могут быть начальные стадии инфаркта миокарда, мерцательной аритмии, тахикардии. В таких случаях особо важны методы, позволяющие выявить диагностически значимые отклонения кардиосигнала от нормы и оценить основные характеристики сердечного ритма. Основной задачей при анализе кардиосигнала является идентификация его основных компонент — зубцов, сегментов и интервалов, отражающих процесс распространения электрического импульса по проводящей системе сердца. При этом наиболее значимой является оценка вариабельности сердечного ритма, которая определяется как средняя продолжительность RR-интервалов.

В работе с помощью пакета Maple исследуются кардиосигналы как здоровых пациентов, так и пациентов с различными заболеваниями: инфаркт миокарда, кардиомиопатия, аритмия, блокада пучка Гиса. На первом этапе работы с помощью итерационного алгоритма определены основные элементы кардиосигналов. Работа алгоритма начинается с определения зубца R как зубца с максимальной амплитудой. Далее в хронологической последовательности определяются зубцы P, Q, S, T, а также уровень изоэлектрической линии на каждом интервале. На основании полученных данных построены и проанализированы кардиоинтервалограмма, гистограмма, рассчитана частота сердечных сокращений и стандартные статистические характеристики кардиосигнала. Были построены графики Пуанкаре, представляющие собой отображение последовательных пар кардиоинтервалов. В норме график имеет форму эллипса, вытянутого вдоль биссектрисы. По величине малой и большой полуосей эллипса можно судить о наличии сердечных патологий и возможных пограничных состояниях.

На заключительном этапе проанализирована последовательность флуктуаций — отклонений кардиосигнала от изолинии на каждом RR-интервале. В случае заболеваний последовательность представлена отклонениями меньшей продолжительности за исключением нескольких ярко выраженных длительных флуктуаций. Далее был проведен детренд анализ данных последовательностей и построены графики зависимости среднеквадратических отклонений от размера сегмента последовательности.

Модифицированная модель деформирования и разрушения
материала, подвергающегося облучению в одноосном напряженном
состоянии, ее идентификация и верификация

Богина М. Ю., Овчинников И. И.

*Саратов, Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю. А.*

BridgeArt@mail.ru

Многие конструктивные элементы из металлических материалов, бетона, железобетона, различных сплавов, композитов в процессе эксплуатации могут подвергаться воздействию радиационных сред. Радиационные среды, как показывают результаты экспериментов, могут приводить к изменению механических свойств материалов и, в результате, к изменению поведения конструкций из них. То есть, в конечном счете, под влиянием радиационных сред происходит изменение напряженно-деформированного состояния нагруженных элементов конструкций, приводящее к сокращению их срока службы.

В настоящее время многие конструкции (находящиеся в зоне действия последствий аварии на Чернобыльской АЭС, несущие конструкции ядерных реакторов, конструкции могильников и хранилищ, служащих для складирования отработанного топлива и захоронения других радиоактивных отходов) работают в условиях воздействия радиационных полей и потому к ним должно предъявляться требование сохранения достаточной прочности и долговечности материалов и конструкций из них в течение определенного периода эксплуатации. Эксперименты свидетельствуют, что механические свойства конструкционных материалов ядерных установок и конструкций для захоронения радиоактивных отходов, при определенной дозе радиационного излучения (флюенса нейтронов), изменяются (чаще ухудшаются), а, значит, эти изменения следует отражать в расчетных схемах конструкций, так как учет этого изменения может привести либо к назначению излишнего запаса прочности (что экономически неэффективно), либо к появлению дополнительных радиационных напряжений и деформаций, что может быть опасным для конструкций.

Для прогнозирования поведения конструкций с целью обеспечения их требуемой долговечности в условиях воздействия радиационных сред необходимо иметь модели деформирования и разрушения конструкций с учетом деструктирующего воздействия радиационных факторов, а также экспериментальные данные для идентификации и верификации построенных моделей. В докладе рассматривается модифицированная модель ползучести и накопления повреждений материала в условиях радиационного облучения, включающая семь параметров. Показано, что эта модель свободна от недостатков, присущих пятипараметрической модели, и позволяет корректно описывать не только ползучесть, но и длительную прочность и длительную пластичность материала. Приводится методика идентификации модели по экспериментальным данным и результаты идентификации для необлученного и облученного материала. Путем сопоставления с экспериментом показывается большая эффективность модифицированной модели, хотя для ее идентификации не требуется увеличивать количество экспериментальных данных.

Явные выражения перемещений в дифракции ультразвуковых волн на неплоских граничных поверхностях упругих тел

Боев Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

boyev@math.rsu.ru

Получены явные выражения перемещений ультразвуковой (УЗ) продольной волны, распространяющейся в упругом теле вдоль его криволинейной свободной границы канонической формы, допускающей многократные переотражения. Такое распространение может быть реализовано, например, в упругом образце с параллельными гранями, на одной из которых имеется выпуклая выточка в виде кругового полуцилиндра или полушара. На другой плоской грани возможно расположение источника УЗ волны и приемника при котором осуществимо переотражение УЗ волны в одной плоскости произвольное конечное число N раз. Точки зеркального отражения расположены в вершинах правильного $2N$ -угольника, вписанного в окружность диаметрального сечения сферы и кругового сечения цилиндра плоскостью перпендикулярной образующей. Уточним траекторию луча, которая представляет собой плоскую ломаную линию. От УЗ датчика, находящегося на пересечении плоской грани и продолжении одной из перпендикулярных этой грани сторон правильного $2N$ -угольника, вписанного в окружность, на вогнутую часть граничного контура указанного сечения выпуклой выточки канонической формы в виде полуокружности падает по прямой, на которой находится выделенная сторона многоугольника продольная высокочастотная монохроматическая волна. На полуокружности находятся N вершин многоугольника, которые в геометрической теории дифракции (ГТД) являются точками зеркального отражения волны. При такой траектории многократно отраженного луча, луч, приходящий в точку приема из последней точки зеркального отражения будет параллелен исходному падающему лучу и расстояние от источника до первой точки зеркального отражения и расстояние от последней точки отражения до приемника равны между собой. В рамках ГТД на основе интегральных представлений физической теории дифракции Кирхгофа и их асимптотической оценки методом многомерной стационарной фазы выписаны явные выражения амплитуды отраженной волны в точке приема. При этом выражения амплитуды во всех случаях разные и связаны с вычислением определителя порядка N матрицы Гессе в случае двумерной задачи и определителей порядка $2N$ в случае пространственной задачи. Полученные определители ленточной структуры, симметричные и вычислены с использованием метода математической индукции. Проведен качественный и количественный анализ амплитуды отраженной волны в зависимости от удаленности источника и приемника от отражающих поверхностей. Установлены параметры траектории луча, при которых наблюдается фокусировка отраженной волны. Полученные результаты могут быть использованы в ультразвуковом неразрушающем контроле для установления наличия в упругом теле приповерхностных дефектов вдоль его криволинейных границ. Это достигается сравнением теоретических расчетов с результатами экспериментальных измерений.

О влиянии способа нагружения
на реконструкцию неоднородностей в стержневой системе

Бочарова О. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
olga_rostov1983@mail.ru

В настоящее время в практику внедряется большое количество новых материалов с сложными физико-механическими свойствами (композиты, функционально-градиентные материалы). При производстве элементов конструкций из таких материалов и контроле качества их изготовления определение законов изменения их свойств является весьма важной и актуальной задачей. Традиционные экспериментальные методы оценки свойств таких материалов в рамках гипотезы однородности являются достаточно грубыми, следовательно, необходима разработка альтернативных неразрушающих методов идентификации неоднородных характеристик. Эти методы опираются на акустические методы зондирования и аппарат обратных коэффициентных задач, позволяющий восстанавливать неизвестные функции по информации об амплитудно-частотных характеристиках, измеренных в некоторых точках исследуемого объекта.

В настоящей работе проведен сравнительный анализ обратных задач о восстановлении неоднородных свойств стержня, при возбуждении изгибных колебаний для различных способов нагружения. Рассматривалась консольно защемленная балка, нагруженная в первом случае сосредоточенной силой, во втором случае — сосредоточенным моментом. На основе метода линеаризации построен итерационный процесс, использующий последовательное решение интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода. Для решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода использован метод регуляризации Тихонова. Выход из итерационного процесса производился, когда значение функционала невязки становилось меньше погрешности входных измерений. Начальное приближение было найдено в классе линейных функций из условия минимума функционала невязки на компактном множестве.

Проведена серия вычислительных экспериментов по восстановлению различных видов неоднородностей. Выявлено влияние граничных условий на процедуру реконструкции. Проведены вычислительные эксперименты по нахождению сингулярных чисел для оператора в уравнении Фредгольма 1-го рода. Показано, что множество сингулярных чисел можно условно разбить на два подмножества. Число сингулярных чисел, находящихся в первом подмножестве, связано с числом частот наблюдения. Число чисел во втором подмножестве определяется размерностью дискретизированной задачи. Проведены вычислительные эксперименты об определении влияния погрешности входных данных на точность восстановления искомых характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (грант МК-6213.2012.1).

Моделирование волновых полей на поверхности тел, ослабленных наличием дефектов

Бочарова О. В.¹, Анджикович И. Е.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

²*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

им. И. И. Воровича ЮФУ

olga_rostov1983@mail.ru

Возможность неразрушающего контроля состояния, дефектов различных механических объектов всегда была и остаётся актуальной, что привлекает к созданию новых методик определения «здоровья» сложных конструкций. Современное развитие технологий производства новых материалов с одной стороны, повышенные требования к эксплуатационным характеристикам деталей и узлов конструкций, выполненных из этих материалов, и работающих в сложных условиях с другой стороны, приводят к необходимости создания простых и эффективных методов постоянного мониторинга состояния объекта.

В работе предложен метод оценки напряженного состояния и прочности структурно-неоднородных тел, основанный на контроле изменения их динамических спектральных и резонансных свойств. Важную роль в интегральной оценке динамических свойств системы играет система датчик – контролируемый объект, за счет создания режима колебаний, обеспечивающего четкий контроль за изменением динамических свойств среды. Проведено исследование по определению наличия дефекта, его размера и расположения по поверхностному волновому полю. Данное исследование проведено двумя способами: первый — экспериментальный, второй — вычислительный эксперимент, основанный на использовании метода конечного элемента.

В качестве образца выбран параллелепипед, в котором были сделаны сквозные поперечные цилиндрические полости различных размеров. В образце, расположенном на твердой поверхности, импульсным воздействием возбуждались поверхностные колебания через легкий алюминиевый штамп, посредством генератора специальных сигналов. На поверхности образца колебания регистрировались миниатюрными акселерометрами РСВ, расположенными над, перед и после неоднородности. Сигналы с акселерометров поступали на многоканальный АЦП Scadas фирмы LMS, программно обрабатывались и представлялись в виде спектров. Параллельно для аналогичной модели проводился вычислительный эксперимент. Волновое поле на поверхности параллелепипеда, ослабленного полостью, рассчитывалось в конечноэлементном пакете Ansys 11 с использованием командного языка APDL. Далее с помощью пакета Origin 7 на основе полученных данных вычислялся спектральный отклик системы. Результаты численного и экспериментального моделирования показали, что наличие дефекта существенно влияет на характеристики волнового поля в окрестности дефекта, при этом глубина расположения полости, размер полости оказывают значительное влияние на амплитуду АЧХ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (грант МК-6213.2012.1).

Модель деформирования и разрушения толстостенного трубопровода,
находящегося в условиях водородной коррозии,
с учетом влияния уровня поврежденности материала
на кинетику коррозионных процессов

Бубнов С. А., Овчинников И. И.

*Саратов, Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю. А.
BridgeArt@mail.ru*

Водородсодержащая среда является фактором, оказывающим деструктирующее воздействие на материалы и конструкции. Причем водород может действовать на конструкции как при высоких температурах и давлениях, так и при нормальных температурах, которые условно называют низкими. Анализ показывает, что возможны следующие случаи взаимодействия водорода с металлами:

- во время электрохимических процессов при невысоких температурах, когда атомы водорода адсорбируются на поверхности конструкций и поглощаются металлом (по такому механизму происходит наводороживание при травлении, обезжиривании, нанесении гальванических покрытий);
- во время коррозии, когда происходит химическое освобождение водорода, проникающего затем в металл;
- при непосредственном контакте водорода или водородсодержащих сред с металлом, когда водород проникает в металл под собственным давлением (известны многочисленные аварии на нефтепромыслах, связанных с добычей нефти с большим содержанием водорода, которые приводили к огромным материальным затратам, а иногда и человеческим жертвам).

Водород, как агрессивная среда, беспрепятственно проникает в объем металлических конструктивных элементов, распределяется в них по определенному закону и по истечении инкубационного периода начинает активно взаимодействовать с карбидной составляющей стали, приводя к ее обезуглероживанию. Процесс обезуглероживания зависит от таких параметров, как температура, давление водорода, уровень поврежденности материала. В работе рассматривается задача построения конечно-элементной модели деформирования и разрушения толстостенного трубопровода, подвергающегося совместному воздействию нагрузки, неоднородного поля температуры и водородной коррозии, вызывающей деструкцию материала. Влияние поврежденности на процесс водородной коррозии учитывается путем введения специальной функции влияния в уравнение химического взаимодействия, описывающего процесс обезуглероживания материала. Из-за зависимости механических характеристик материала от уровня обезуглероживания задача носит связанный характер, так как не только поврежденность влияет на интенсивность водородной коррозии, но и водородная коррозия, приводя к появлению и развитию наведенной неоднородности механических свойств, вызывает изменение напряженного состояния и поврежденности материала. В работе приведен алгоритм расчета и проведено численное моделирование процесса деформирования и разрушения трубопровода в указанных условиях.

Исследование физико-механических свойств облегченного бетона на заполнителях из горелых пород

Буравчук Н. И., Гурьянова О. В., Огороков Е. П., Павлова Л. Н.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

burav@math.rsu.ru

Научные исследования и практический опыт использования отходов угольной промышленности и теплоэнергетики показывают широкие возможности эффективного использования шахтных пород и золошлаковых отходов в таких материалоемких отраслях, как дорожное, гидротехническое, гражданское строительство. В данной работе проведено испытание заполнителей из горелых пород в технологии бетона. В серии экспериментальных работ ставилась задача по разработке составов для облегченного бетона, отвечающего определенным физико-механическим свойствам. Особые технологические приемы при работе с заполнителями из горелых пород не требуются. Технология изготовления бетонных образцов используется традиционная.

При подборе составов облегченного бетона с крупным заполнителем использовали щебень из горелых пород отвала шахты им. Кирова в виде смеси фракции 5–15 мм. Соотношение фракции 5–10 и 10–15 мм в смеси составляло 1:1. На таком щебне получают конструкционные бетоны плотностью 1800–2000 кг/м³. Уменьшить плотность бетона можно заменой обычного песка на керамзитовый песок или отсеvy дробления горелой породы отвала шахты им. Кирова. Введением в состав бетонной смеси золы сухого отбора в количестве 200–250 кг на 1 м³ снижается плотность бетона и одновременно улучшается удобоукладываемость бетонной смеси. Регулировать прочность и плотность бетона можно путем применения комбинированных заполнителей (щебень и керамзит, песок, отсев и керамзитный песок), взятых в различных соотношениях. Применение комбинированных заполнителей связано не только с необходимостью снизить плотность бетона, но также и уменьшить расход дефицитного и дорогостоящего керамзита. Содержание керамзита составило 25, 30, 40 и 50% от веса крупного заполнителя.

Бетон на природном песке по прочности и плотности выше, чем на отсеve или керамзитовом песке. При одинаковом расходе цемента прочность бетона на природном песке на 32%, а плотность на 15–16% превышает аналогичные показатели бетона на пористом песке. Изменяя содержание керамзита в бетоне в пределах от 25 до 50%, можно получить бетоны различной плотности. По результатам выполненных исследований можно сделать вывод, что в бетонах на заполнителях их горелых пород не только достигается заданная прочность, но и отмечается для некоторых составов запас по прочности. Заполнители из горелых пород имеют благоприятную для сцепления с цементом структуру и форму зерен, развитую шероховатую поверхность. Составы бетона подобраны таким образом, чтобы обеспечивались требуемые показатели бетона по прочности, плотности, морозостойкости, теплопроводности.

Оценка устойчивости и параметрически возбуждаемых колебаний механических систем, моделируемых упругим стержнем

Бурцева О. А.

*Новочеркасск, Южно-российский государственный технический университет
(НПИ)*

kuzinaolga@yandex.ru

Работа посвящена оценке устойчивости и параметрически возбуждаемых колебаний высотных сооружений и воздушных линий электропередач. Колебания возбуждаются ветровым и (или) сейсмическим воздействием. С целью задания возмущающих нагрузок составлены математические модели ветрового и сейсмического неконсервативного воздействия. Моделирование взаимодействия сооружения с потоком воздуха выполнено с учетом аэродинамических сил (лобовой, подъемной и Кармана). Получены соотношения, позволяющие определить проекции распределенных аэродинамических сил для произвольного направления скорости потока и сечения стержня. При выводе формул распределенных аэродинамических сил использованы: переменные Эйлера, теория векторного исчисления и кинематика точки. Сейсмические колебания грунта возникают от тектонической активности, карстовых явлений, искусственных взрывов или других явлений. При этом генерируются упругие волны объемного (Р и S) и поверхностного типа (L). Составлена математическая модель колебаний высотного сооружения в виде упругого стержня, установленного на свае-стойке на скальном основании, с учетом колебаний грунта. Рассмотрены вопросы моделирования сейсмического воздействия в виде волн Рэлея и Лява. Моделирование волны Лява с сооружением выполнено в виде момента, действующего на сваю. Определена верхняя оценка этого момента. Вариационными методами уравнения движения сооружения сведены к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Исследование устойчивости основного состояния проведено на основе линеаризованного уравнения возмущенного движения методом бесконечных определителей. Численными методами определены критические значения параметров, соответствующих поверхностям раздела областей устойчивости и неустойчивости. Построены области неустойчивости основного состояния в зависимости от параметров, определяющих поведение системы (упругие и диссипативные характеристики, параметры ветрового потока и сейсмического воздействия). Установлено, что в окрестностях критических значений параметров возбуждаются лишь Т-периодические колебательные режимы. Для определения амплитудно-частотных характеристик колебательных режимов, ответвляющихся от основных состояний в окрестностях критических значений параметров, применен модифицированный метод Ляпунова–Шмидта, позволяющий находить амплитуды параметрически возбуждаемых колебаний в первом приближении и поправки к их частотам. Численные методы анализа нелинейных уравнений позволяют сделать вывод о том, что уже первое приближение асимптотического метода Ляпунова–Шмидта с достаточной степенью точности описывает исследуемые колебательные режимы.

Обобщение теорий пластического течения и малоциклового усталости на механику разрушения

Буханько А. А.¹, Лошманов А. Ю.², Хромов А. И.²

¹*Самара, Самарский государственный аэрокосмический университет
им. акад. С. П. Королева (национальный исследовательский университет)*

²*Комсомольск-на-Амуре, Комсомольский-на-Амуре государственный
технический университет*

abukhanko@mail.ru, loshmanov@kmscom.ru, khromovai@list.ru

С точки зрения механики разрушения процесс разрушения упругопластического материала представляется как совокупность двух процессов: доведения материала до предельного состояния (зарождение трещины) и образования новых свободных поверхностей (распространение трещины). Оба этих процесса обусловлены наличием пластических деформаций, накоплением рассеиваемой работы внутренних сил и исчерпанием пластичности. В качестве единой критерияльной величины выбрана удельная работа внутренних сил W на пластических деформациях.

Согласно основным соотношениям малоциклового усталости для определения предельного состояния материала используется только часть рассеиваемой энергии, соответствующая работе внутренних сил на пластических деформациях, связанных с упрочнением. Известно, что малоцикловая усталость мало зависит от упругих свойств материала. Поэтому процесс достижения материалом предельного состояния описывается в рамках упрочняющегося несжимаемого жесткопластического тела. Предполагается, что материал достигает предельного состояния, когда величина W достигает критического значения W_{**} . Критическое значение W_{**} определяется по известному из эксперимента относительному удлинению цилиндрического образца при разрушении по вычисленным на основе теории пластического течения значениям деформаций.

Процесс распространения трещины рассматривается на основе идеального жесткопластического тела при предположении, что процесс образования трещины сопровождается определенным пластическим течением, соответствующим предельному упрочнению материала. Материал в окрестности вершины трещины представляется как тело, состоящее из внешней упругой и внутренней жесткопластической областей, что энергетически обосновано для небольших пластических областей. При этом учитывается изменение конфигурации частиц, что позволяет исключить особенность поля деформаций в вершине трещины, возникающую в рамках деформационной теории пластичности. Предполагается, что разрушение частиц материала в окрестности трещины происходит, когда величина W достигает критического значения W_* . При этом для малых пластических областей получена связь между предельным значением W_* удельной работы внутренних сил, необходимой для распространения трещины, и критическим значением J -интеграла, определяемого экспериментально. Для достаточно больших пластических областей получено соотношение J/W , которое может быть использовано для определения характерного размера пластической области, необходимого для доведения материала до предельного состояния при движении частицы вдоль предельной траектории с последующим ее разрушением.

Расчет распределения Ge в SiGe пленке на Si подложке под действием дислокационных петель и дислокаций несоответствия

Бычков А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
az710@yandex.ru

Образование дислокаций несоответствия и дислокационных петель является способами релаксации упругой энергии в гетероэпитаксиальных полупроводниковых пленках, напыленных на подложку. Равновесная форма пленки зависит от ее толщины и характеристик дислокаций. Как показывают аналитические оценки, первоначальные дислокации несоответствия могут образовываться не на границе раздела пленка–подложка, а в глубине пленки, на некотором расстоянии от границы, иногда на поверхности пленки. Эти обстоятельства могут оказывать существенное влияние на значение критических параметров зарождения дислокаций. Дислокационные петли могут возникать, в частности, в островках находящихся внутри слоя пленки. Другими механизмами релаксации являются: образование волнистой поверхности на первоначально плоской пленке (неустойчивость Азаро–Тиллера–Гринфельда), неоднородное распределение компонент сплава вблизи волнистой поверхности пленки, образование трехмерных наноразмерных островков на смачивающем слое (механизм Странского–Крастанова).

В данной работе приведены результаты расчетов, продолжающих исследования для полупроводниковой пленки с учетом дислокаций несоответствия и винтовых дислокаций, расположенных в глубине слоя, на площадках различного ориентированных относительно границы пленка-подложка, при существенно нелинейном характере распределения компонент сплава в образце. Построены трехмерные модели SiGe пленки на Si подложке, учитывающие присутствие дислокаций несоответствия и дислокационных петель в пленке. Модели включают перераспределение компонент сплава в образцах под действием упругих напряжений, образование волнистости свободной поверхности, а также рост наноразмерных изолированных островков на смачивающем слое. Расчет упругих деформаций выполнен с использованием метода конечных элементов (пакет FlexPDE). Во всех расчетах подложка предполагалась недеформируемой. Упругие перемещения заданных областей малы по сравнению с амплитудами возмущений и не учитывались для определения формы свободной поверхности пленки.

Выполненные расчеты показали: 1) равновесное положение дислокации несоответствия в двухкомпонентном упругом слое SiGe находится не на границе раздела пленка-подложка, а в глубине слоя; 2) изменение ориентации дислокации несоответствия существенно меняет поле упругих напряжений и распределение компонент сплава в образце; 3) из-за различия упругих модулей Ge и Si происходит дополнительная релаксация упругой энергии в пленке; 4) учет влияния перераспределения компонент пленки не приводит к существенному изменению упругой энергии образца и критического значения высоты дислокации несоответствия; 5) положение дислокационной петли существенно влияет на распределение Ge в образце.

Термоупругие волны в металлах и диэлектриках

**Вавилов Д. С.¹, Зимин Б. А.², Индейцев Д. А.¹, Семёнов Б. Н.²,
Судьенков Ю. В.², Хакало К. А.³**

¹*Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН*

²*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*

³*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет*

londr@yandex.ru, bazimin@mail.ru, Dmitry.Indeitsev@gmail.com,,

semenov@bs1892.spb.edu, sudenkov@niimm.spb.ru, khakaloksenia@gmail.com

В настоящее время с созданием и развитием источников интенсивных потоков энергии (лазеры, пучки заряженных и нейтральных частиц) и применения их в различных технологиях существенно возросло внимание к проблемам динамической термоупругости. В зависимости от поставленной задачи применяются различные модели теплопроводности, среди которых наиболее известными являются закон Фурье и модель Максвелла–Каттанео. В данной работе представлено исследование термомеханической реакции материалов на импульсное лазерное воздействие. Теоретический анализ основывается на серии экспериментов, в которых пластины, выполненные из различных материалов, подвергались лазерному излучению наносекундной длительности. На тыльной стороне образцов регистрировалась форма акустических сигналов. В результате проведения многочисленных опытов было обнаружено существенное различие между временными зависимостями термоупругого отклика в металлах и диэлектриках, которое не удастся объяснить в рамках классической теории упругости. Для описания наблюдаемого явления была предложена одномерная модель, учитывающая внутреннюю структуру материала. В качестве внутренней структуры в данном случае выступает электронный газ, так как основные физические свойства металлов связаны наличием в них слабо связанных (валентных) электронов, которые могут относительно свободно перемещаться по всему образцу. Эти электроны являются носителями электрического тока, ими же обусловлена и высокая теплопроводность металлов, которая оказывается значительно большей теплопроводности за счет колебаний решетки. Учет влияния электронного газа на динамику системы приводит к необходимости использовать двухкомпонентную модель, в основе которой лежит взаимодействие электронного газа с кристаллической решеткой. Данная модель предполагает, что обе компоненты находятся в неравновесном состоянии и обладают своими температурами, в общем случае не совпадающими между собой. В итоге для исследования поведения системы электронный газ-решетка в уравнения вводится дополнительный параметр, описывающий электрон-фононную связь и характеризующий перенос энергии от электронного газа к решетке. Как показывает аналитический и численный расчеты, изменение механизма теплопроводности по сравнению с классической моделью может приводить к качественному изменению в форме акустического сигнала, которое достаточно близко к тому, что наблюдается в эксперименте.

Кручение упругого слоистого усеченного конуса

Вайсфельд Н. Д., Реут В. В.

Одесса, Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

vaysfeld@onu.edu.ua

Рассматривается задача кручения упругого слоистого усеченного по сферической поверхности бесконечного конуса, который представляет собой последовательность конических усеченных «воронок» — слоев, вставленных друг в друга. Модуль сдвига конуса скачкообразно меняется на конических поверхностях. По внешней конической поверхности приложены касательные напряжения. Между слоями считаются выполненными условия идеального контакта. Торцы усеченного конуса считаются либо заземленными, либо свободными от напряжений. Требуется определить напряженное состояние конуса.

Предложенный подход к решению базируется на применении метода интегральных преобразований. К поставленной краевой задаче по радиальной координате применяется интегральное $\sin$ -преобразование Фурье в случае, если торец конуса считается заземленным. Если же торец рассматриваемого усеченного конуса считается свободным от напряжений, то используется новое интегральное преобразование, построенное Г. Я. Поповым. Удовлетворение контактными и краевыми условиям проводится в пространстве трансформант.

В результате, получены рекуррентные формулы, определяющие константы общего решения для каждого слоя при произвольном количестве слоев конуса. Кроме того, предложенная матричная форма представления контактных условий позволяет провести математически ясный общий анализ полученного решения. Применение соответствующих обратных интегральных преобразований в зависимости от типа краевых условий, заданных на торце конуса, завершает построение точного решения исходной задачи.

Проведена детализация предложенного подхода для частных случаев слоистости. Для обоих типов краевых условий на торце конуса исследована реакция на касательные постоянные напряжения в случае, когда слоистость отсутствует. Проанализированы контактные напряжения на границе слоев двухслойного конуса, усеченный торец которого либо заземлен, либо свободен от напряжений.

С целью продемонстрировать работоспособность и достоверность полученных расчетных формул проведено сравнение численных результатов с известными.

Контакт берега межфазной трещины с жестким штампом

Васильева Ю. О.¹, Сильвестров В. В.²

¹Чебоксары, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова

²Москва, Российский государственный университет нефти и газа
им. И. М. Губкина

vasilyeva.yu@gmail.com, v-silvestrov@yandex.ru

Рассматривается напряженное состояние плоского кусочно-однородного упругого тела с полубесконечной трещиной вдоль линии раздела сред. В один из берегов трещины на конечном участке, примыкающем к вершине, вдавлируется со сцеплением жесткий штамп. Тело растягивается на бесконечности заданными напряжениями.

Поставленная задача с помощью видоизмененных формул Колосова–Мусхелишвили в форме Г. П. Черепанова сводится к векторной краевой задаче Римана с кусочно-постоянным коэффициентом для комплексных потенциалов, решение которой находится явно с использованием гипергеометрической функции Гаусса. Изучается зависимость решения от формы поверхности штампа, от нагрузок, приложенных к телу. В частности, построено решение задачи в случае действия сосредоточенных сил, приложенных к различным точкам составного тела. На основании найденного решения исследуется поведение напряжений вблизи концов штампа, находятся аналитические выражения для коэффициентов интенсивности напряжений, угла поворота штампа. Показано, что у напряжений вблизи вершины трещины, совпадающей с одним из концов штампа, возникает степенно-осциллирующая особенность, описываемая двумя функциями $z^{-\gamma+i\delta_1}$, $z^{\gamma-1+i\delta_2}$, где γ может принимать любые значения из интервала $[0.5, 1)$, и их поведение характеризуется четырьмя действительными коэффициентами интенсивности. Вблизи второго конца штампа поведение напряжений определяется степенной функцией с показателем $-1/2 + i\beta$ и двумя действительными коэффициентами.

Методом, указанным выше, решается задача о вдавливании жесткого штампа бесконечной длины в берег межфазной трещины. Штамп жестко сцеплен со средой вдоль участка, отстоящего от вершины трещины на некотором конечном расстоянии. Поведение напряжений вблизи конца штампа аналогично поведению вблизи конца, не совпадающего с вершиной трещины, в первой задаче. А вблизи вершины трещины в данном случае возникает степенно-осциллирующая особенность вида $z^{-1/2+i\delta}$, и интенсивность напряжений характеризуется двумя действительными коэффициентами.

Параметры $\gamma, \delta, \delta_i, \beta$ зависят только от упругих постоянных составного тела. В обоих случаях проведены многочисленные числовые расчеты, демонстрирующие влияние упругих, геометрических и силовых параметров задачи на напряженное состояние тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 12-01-31387, 13-01-00003).

Моделирование предварительного напряженного состояния и его реконструкция по данным акустического зондирования

Ватульян А. О.^{1,2}, Дударев В. В.^{1,2}, Недин Р. Д.¹

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Владикавказ, Южный математический институт ВЦ РАН и РСО-А*

vatulyan@math.rsu.ru

В работе исследованы прямые и обратные задачи об установившихся колебаниях предварительно напряженных тел. Проблема идентификации предварительного напряженного (ПН) состояния является весьма важной проблемой механики деформируемого твердого тела, ее решение позволяет достаточно точно оценивать напряженное состояние конструкций ответственного назначения, правильно оценивать ресурс. Наиболее простым в использовании на практике является один из важнейших неразрушающих методов – акустический, который дает возможность оценить уровень ПН в рамках предположения об однородности поля ПН. В связи с внедрением в практику новых материалов и с совершенствованием методик оценки требуется и совершенствование моделей, учитывающих неоднородность ПН, связанность полей. В настоящей работе исследованы прямые и обратные задачи об установившихся колебаниях неоднородных ПН упругих и термоупругих тел под действием приложенных поверхностных силовых и тепловых нагрузок. Проведен анализ сравнения АЧХ, полученных с помощью МКЭ или метода интегральных уравнений на основе теоретических моделей, предложенных ранее другими авторами (А. Н. Гузем, Хогер и др.). Исследовано влияние уровня ПН на динамический отклик тела, на резонансные частоты, выявлены уровни ПН, позволяющие осуществить реконструкцию в условиях зашумления, частотные области, наиболее чувствительные к изменению уровня ПН. Проведено сравнение результатов расчетов с данными реальных динамических экспериментов с предварительно напряженными балками, осуществлена оценка каждой из рассмотренных моделей ПН, выявлены наиболее адекватные модели. Сформулирована слабая постановка возникающих краевых задач, осуществлена процедура линеаризации, сформулированы итерационные процессы. Решены обратные задачи по идентификации неоднородных компонент ПН в пластинах и трубах на основе двух постановок. В первой постановке считается известным поле смещений внутри области, во второй АЧХ на границе области. В первом случае задача линейна, во втором существенно нелинейна. Решение обратной задачи по реконструкции ПН имеет свою специфику по отношению к общим методам исследования коэффициентных обратных задач. Решение найдено на основе методов линеаризации и проекционной схемы. Представлены серии вычислительных экспериментов по восстановлению различных законов неоднородности ПН в упругих и термоупругих телах. Выявлены эффективные частотные диапазоны и зондирующие нагрузки, для которых восстановление поля ПН происходит наиболее эффективно.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-00196, 12-01-31501).

Об одной схеме идентификации слоистых ФГМ с учетом вязкости

Ватульян А. О.^{1,2}, Явруян О. В.^{1,2}, Богачев И. В.¹¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*²*Владикавказ, Южный математический институт ВНИЦ РАН и РСО-А*
yavruyan@mail.ru

Активное внедрение в практику функционально-градиентных материалов (ФГМ) ставит перед учеными новые актуальные задачи, связанные с уточнением математических моделей, описывающих поведение ФГМ в критических условиях, а также с вопросами совершенствования схем определения их механических свойств, которые представляют собой гладкие функции пространственных координат и температуры (в общем случае).

Количественное определение неоднородных характеристик ФГМ позволит моделировать реальное поведение механических объектов в каждом отдельном случае.

В работе исследована возможность восстановления неоднородных свойств функционально-градиентных слоистых сред с учетом вязкоупругих свойств в рамках ортотропной модели. Идентификация осуществлена из анализа измеренных на верхней границе полей смещений при возбуждении в среде установившихся колебаний в условиях плоской деформации.

Современное состояние задач идентификации неоднородных свойств ФГМ является малоизученным. Основное внимание исследователей сосредоточено на определении свойств ФГМ в классе известных функций, законы изменения которых определяются по теории смесей. В этом случае обратная коэффициентная задача сводится к идентификации коэффициентов (постоянных) и связана с процедурой минимизации функционалов невязок.

В отличие от имеющихся работ данное исследование направлено на реконструкцию неоднородных свойств ФГМ без априорной информации о законах их изменений. Предлагаемая схема реконструкции связана с предварительным упрощением исходной задачи и разделением ее на более простые краевые задачи относительно восстанавливаемых функций. Дальнейшее исследование сведено к последовательному решению полученных задач с применением итерационных схем и регуляризующих алгоритмов решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода.

Представлены численные результаты восстановления неоднородных вязкоупругих характеристик ортотропной слоистой среды по данным акустического зондирования. Проведен анализ АЧХ для выявления наиболее эффективных частот зондирования, осуществлена количественная оценка точности восстановления для различных законов изменения свойств и исследовано влияние реологии на процедуру реконструкции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 12-01-31501мол-а, № 13-01-00196) и Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашения № 14.132.21.1358, № 14.132.21.1360).

Граничноэлементные подходы к задаче о двумерных нестационарных колебаниях упругих массивов

Ворона Ю. В., Козак А. А., Черненко Е. С.

Киев, Киевский национальный университет строительства и архитектуры
yuvv@ukr.net

Численное решение задачи о двумерном динамическом НДС упругих массивных элементов конструкций при импульсном нагружении с позиций метода потенциала может быть выполнено двумя способами. В первом случае нестационарная реакция системы исследуется с помощью перехода в частотную область, в результате чего возникает необходимость многократного решения задачи о вынужденных гармонических колебаниях, а во втором случае для решения общей динамической задачи применяется шаговая по времени процедура.

В рамках первого подхода в качестве разрешающего интегрального уравнения используется граничный аналог формулы Соммильяны для амплитуд перемещений. В качестве ядер уравнений используется фундаментальное решение задачи о двумерных гармонических колебаниях $U_{j,k}(r, \omega_l)$ и сингулярное решение, в состав которых входят функции Ханкеля. При $r \rightarrow 0$ упомянутые функции, а вместе с ними и подынтегральные выражения, принимают бесконечно большие значения, что делает невозможным непосредственное вычисление диагональных коэффициентов алгебраического аналога системы. Для преодоления указанного препятствия ядра приближенно заменяются начальными отрезками ряда Маклорена. При этом первый член разложения оказывается равным ядру соответственного статического потенциала, тогда как остальные члены при $r = 0$ имеют конечные значения. Поскольку интегрирование ядер статической задачи трудностей не вызывает, то проблему алгебраизации системы граничных интегральных уравнений при первом подходе можно считать решенной.

При втором подходе возникает необходимость в решении системы гранично-временных интегральных уравнений. Основная трудность и здесь связана с особенностью ядра $U_{j,k}(r, t - \tau)$ и его обобщенной производной и, как следствие, невозможностью вычисления диагональных коэффициентов на каждом временном шаге путем прямого численного интегрирования. Ситуация упрощается после того, как принимается какая-либо гипотеза относительно характера зависимости неизвестных от времени и выполняется аналитическое интегрирование по этой координате. Оказывается, что полученные выражения также можно представить в виде суммы соответственного статического ядра и некоторой добавки, которая стремится к нулю при $r \rightarrow 0$. Таким образом, и в этом случае удается преодолеть все принципиальные препятствия, стоящие на пути численного решения задачи.

Сопоставление разработанных алгоритмов было выполнено на задаче о нестационарных колебаниях упругого пространства с двумя круговыми цилиндрическими отверстиями, граница одного из которых подвергается радиальному воздействию параболического импульса. Охарактеризована эффективность каждого из подходов в зависимости от времени действия импульса.

Влияние сред и физических полей на механические характеристики тонкостенных элементов

Гиниятуллин Р. Р., Якупов Н. М.

Казань, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН

true_way@mail.ru, yzsrr@kfti.knc.ru

Конструкции и сооружения работают под воздействием различных сред и физических полей. Известно, что на поверхности металла, находящегося в агрессивной среде, образуется защитный слой, при разрушении которого начинается коррозионный износ. При этом наряду с утонением элементов конструкций, происходит процесс разрыхления материала, что существенно для тонкостенных элементов. Очевидно, что среди факторов, влияющих на разрушение защитного слоя — физические поля.

Для исследования влияния отмеченных факторов на коррозию тонкостенных образцов используется экспериментально-теоретический метод. На экспериментальном этапе тонкостенный образец зажимают по контуру, нагружают поверхностным давлением и снимают зависимость «прогиб–давление». Для проведения экспериментальных исследований образцов разработаны установки и предложены способы, на которые получены патенты РФ на изобретение. На теоретическом этапе, используя экспериментальные данные и соотношения нелинейной теории оболочек, строятся кривые изменения напряжений и модуля упругости (или условного модуля) от деформаций.

Мало изученными являются вопросы влияния физических полей, в частности, магнитного поля и ультрафиолетового излучения на процесс коррозионного износа. Об использовании в промышленности метода воздействия магнитного поля на движущуюся жидкую среду отмечает В. И. Классен. Ф. Р. Хайдаровым рассмотрен вопрос снижения коррозионной активности путем обработки перекачиваемой жидкости переменным магнитным полем. В работе М. А. Худякова и Р. Р. Алтыновой отмечается эффект влияния постоянного магнитного поля на свойства стали 17Г1С. Британский ученый А. Давенпорт с коллегами установили, что в присутствии магнитного поля общая коррозия меди существенно ускоряется, а скорость локальной коррозии железа, никеля и нержавеющей сталей зависит от направления магнитного поля.

Исследования коррозионного износа материала, находящегося в жидкой среде и под воздействием ультрафиолетового излучения (УФ), встречаются редко. Небольшое ускорение коррозионного износа сплава цинка под влиянием УФ отмечено в работе Е. А. Thompson и Т. D. Burleigh. Коррозия цинка, алюминия, серебра, углеродистой стали при воздействии УФ излучения неоднозначна, наблюдалось как ускорение, так и замедление коррозионного износа Т. D. Burleigh, С. Ruhe, J. Forsyth.

В работе приводятся некоторые результаты исследований по изучению влияния магнитного поля и ультрафиолетового излучения на процессы коррозионного износа тонкостенных элементов конструкций. Установлено, в частности, влияние магнитного поля и УФ на коррозионный износ тонкостенных металлических образцов. Вопросы влияния физических полей на коррозию чрезвычайно важны для практики.

Ультразвуковая неразрушающая методика определения эффективных упругих модулей слоистых анизотропных композитных материалов

Глушков Е. В.^{1,2}, Ламмеринг Р.³, Еремин А. А.², Мякишева О. А.²

¹Краснодар, Кубанский государственный университет

²Краснодар, Институт математики, механики и информатики КубГУ

³Гамбург, Университет им. Гельмута Шмидта

evg@math.kubsu.ru, eremin_a_87@mail.ru

Волоконно-армированные слоистые композитные материалы получили широкое распространение благодаря высокой прочности, относительно небольшой плотности и слабой подверженности трещинообразованию. При расчете, проектировании и эксплуатации инженерных конструкций из композитных материалов, например, элементов аэрокосмических изделий из армированных углепластиков, существенным является знание их упругих свойств. Поэтому актуальность задачи определения эффективных упругих модулей таких материалов методами ультразвукового неразрушающего контроля с течением времени только возрастает. Одним из перспективных подходов является использование для этой цели бегущих упругих волн.

В докладе обсуждается метод определения упругих свойств анизотропных слоистых композитных материалов, основанный на минимизации невязки между рассчитанными теоретически и измеренными экспериментально дисперсионными характеристиками бегущих волн, возбуждаемых тонкими пьезоактивными элементами, приклеенными к поверхности исследуемого образца. В качестве входных данных для предлагаемого алгоритма используются частотные зависимости групповых скоростей или волновых чисел фундаментальных антисимметричной и симметричной волн Лэмба, измеренные с помощью лазерной виброметрии вдоль осей симметрии исследуемых композитных образцов. Дисперсионные характеристики рассчитываются в рамках трехмерной линейной динамической теории упругости для слоистых анизотропных сред с использованием интегральных представлений и асимптотик волновых полей, полученных с помощью матрицы Грина для рассматриваемых многослойных композитных материалов. Минимизация квадратичного функционала невязки осуществляется с использованием микрогенетического алгоритма с вещественным эмулируемым двоичным скрещиванием.

Приводятся результаты применения предлагаемой методики для определения эффективных упругих свойств композитных пластин со схемами укладки трансверсально-изотропных препрегов $[0^0]$ и $[0^0, 90^0]_s$. Предварительно исследуется чувствительность дисперсионных характеристик фундаментальных антисимметричной и симметричной волн Лэмба к изменению отдельных упругих модулей. Обсуждается эффективность разработанной методики при использовании зондирующих бегущих волн различного типа, в первую очередь первых фундаментальных мод, а также влияние диапазона изменения волновых чисел, групповых скоростей и частотных диапазонов, используемых в алгоритме для формирования функционала невязки.

Волновой неразрушающий контроль скрытых дефектов и очагов коррозии в слоистых металлополимерных материалах

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А., Евдокимов А. А.

Краснодар, Институт математики, механики и информатики КубГУ

evg@math.kubsu.ru, eremin_a_87@mail.ru

Волновой неразрушающий контроль элементов конструкций, изготовленных как из традиционных, так и из новых композитных материалов, к настоящему времени сформировался в самостоятельную область исследований, известную в международном инженерном сообществе как Structural Health Monitoring (SHM). Мониторинг изменения упругих свойств и появления и развития скрытых дефектов (трещин, отслоений, очагов коррозии и т.п.) проводится с использованием систем активных и пассивных пьезоэлектрических датчиков. Обработка данных измерений и идентификация дефектов базируется на использовании математических и компьютерных моделей процесса возбуждения, распространения и дифракции упругих волн в inspected волноводных структурах. Решение задач дифракции строится методом слоистых элементов (МСЭ). В рамках данного подхода отраженное неоднородностями волновое поле ищется в виде суммы специальных вектор-функций — слоистых элементов, тождественно удовлетворяющих уравнениям и граничным условиям на внутренних и внешних плоскопараллельных границах упругого волновода

Высокая эффективность моделей обеспечивается использованием строгих интегральных и асимптотических представлений решения краевых задач для уравнений динамической теории упругости, в том числе для анизотропных и градиентных материалов со связанными электромагнитными полями. Особое внимание при этом уделяется обеспечению достоверности результатов работы программных комплексов, реализующих разрабатываемые модели, в том числе и на основе систематической экспериментальной проверки полученных результатов, проводимой в сотрудничестве с зарубежными коллегами.

В качестве примера в докладе предполагается представить и обсудить следующие теоретические и экспериментальные результаты:

- прохождение бегущих волн через зоны утоньшения, возникающие в элементах конструкции при коррозии;
- вейвлет- и оконный Фурье-анализ регистрируемых сигналов, выявление в них характерных признаков коррозии и разработка методов оценки степени коррозионного поражения по изменению волновых характеристик;
- анализ изменения положения точек дискретного спектра рассматриваемых краевых задач в комплексной плоскости частоты в зависимости от изменения упругих и геометрических параметров зондируемой структуры, а также анализ резонансных эффектов, связанных с почти вещественными точками спектра;
- дифракция волнового поля пьезоисточника на включениях и сквозных отверстиях в слоистых материалах;
- частотно-зависимая направленность излучения бегущих волн, генерируемых круговыми актуаторами в анизотропных слоистых композитах.

Эффект эстафетной передачи энергии между модами бегущих волн в упругом полупространстве с внутренним каналом

Глушкова Н. В., Фоменко С. И.

Краснодар, Институт математики, механики и информатики КубГУ

nvg@math.kubsu.ru, sfom@yandex.ru

Исследуются энергетические характеристики бегущих волн, возбуждаемых в слоистом или градиентном (непрерывно-стратифицированном) полупространстве заданным гармоническим поверхностным источником. Анализируется распределение энергии, отдаваемой источником в среду, между возбуждаемыми модами, а также распределение энергии каждой моды по глубине в зависимости от частоты. Рассмотрение сосредоточено на случае сред с одним или несколькими внутренними каналами, для которых характерен эффект переноса основной части энергии источника только одной из бегущих волн, а именно модой с высшим номером, возбуждаемой в рассматриваемом частотном диапазоне. С ростом частоты это выглядит как эстафетная передача энергии от предыдущей моды к следующей, только что появившейся для данной частоты.

Настоящая работа является продолжением предыдущей работы (Е. В. Глушков и др. Акустический журнал. 2012. № 58(3). С. 370–385), в которой анализировались характерные особенности возбуждения поверхностных волн в материалах с функционально-градиентным покрытием. В ней были рассмотрены четыре типа покрытий, из которых только покрытия с внутренней мягкой прослойкой (с внутренним каналом) демонстрируют указанный эффект локализации максимальной амплитуды колебаний каждой из поверхностных волн только в определенном частотном диапазоне. В каждом из этих диапазонов волновая энергия, отдаваемая источником в среду, переносится преимущественно такой модой с максимальной амплитудой колебаний поверхности среды.

Для проверки этого предположения, а также для изучения особенностей распределения возбуждаемых мод по глубине был проведен анализ энергетических потоков, формирующихся в средах с одним или несколькими внутренними каналами на основе полученных ранее представлений для осредненного за период колебаний потока энергии, переносимого в поле гармонических колебаний через произвольную горизонтальную поверхность, боковую поверхность цилиндра и поверхность нижней полусферы. Они позволяют получать как общую мощность потока энергии, отдаваемой источником в среду, так и ее распределение между объемными, поверхностными и каналовыми волнами, а также между возбуждаемыми модами и по глубине.

Проведенный анализ указывает на возможность концентрации энергии во внутренних каналах как в форме энергетических вихрей высокой плотности, так и за счет обратных потоков энергии, идущих из бесконечности.

Моделирование зон непрочности и концентрации микродефектов на плоскопараллельных интерфейсах

Голуб М. В., Дорошенко О. В.

Краснодар, Институт математики, механики и информатики КубГУ
m_golub@inbox.ru, oldorosh@mail.ru

Одновременно с внедрением новых композитных материалов возникли задачи идентификации отслоений, зон концентрации микротрещин. Если не учитывается контакт берегов макроповреждения, то такая трещина моделируется как тонкий разрез, на берегах которого отсутствуют напряжения. Динамическое поведение трещиноватой среды или зоны, содержащей множественные внутренние дефекты, можно описать введением распределения микротрещин или путем введением пружинных граничных условий (ПГУ). Использование ПГУ весьма эффективно, что подтверждается экспериментальными работами. ПГУ являются более общими граничными условиями нежели условия свободных от напряжений берегов трещины и позволяют описывать более широкий класс отслоений.

К настоящему моменту для ПГУ были выведены значения эффективных параметров (жесткостей) для случая трещин одинаковых размеров с помощью подходов Баика-Томпсона и Бострема-Викхема. Полученные значения для жесткостей были выведены при некоторых дополнительных ограничениях. В настоящей работе производится попытка обобщить ПГУ в плоском случае на случай трещин различных размеров с некоторым заданным законом распределения. Сначала строится решение задачи о прохождении плоской волны через зону с одиночной трещиной полушириной. Затем поле, прошедшее через поврежденный интерфейс, представляется плоской волной с неизвестной амплитудой для двух постановок. В первом случае интерфейс описывается с помощью ПГУ, во втором — произвольно распределенным набором трещин. Вывод значений для жесткости в ПГУ осуществляется с помощью техники усреднения по ансамблю трещин, приравнивания коэффициентов прохождения для пружинной модели и для случая распределенных трещин и теоремы взаимности. Приводятся и анализируются также уточненные формулы для пружинной жесткости, выведенные путем учета второй степени разложения для энергетического коэффициента прохождения.

Кроме того, приводится схема вывода ПГУ в трехмерном случае, которая во многом аналогична плоскому случаю. При выводе рассматриваются плоские интерфейсные трещины различных форм (круглая, прямоугольная и произвольной формы). Приводятся и сопоставляются результаты численных расчетов для трещин одинаковой площади, но разной формы. Достаточно простые аналитические выражения для жесткостей в ПГУ можно получить только для круглых трещин.

Работа выполнена в рамках проекта при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-33011).

Моделирование динамики разных типов слоистых фононных кристаллов при распространении волн и рассеянии на отслоениях

Голуб М. В., Фоменко С. И., Александров А. А.

Краснодар, Институт математики, механики и информатики КубГУ
m_golub@inbox.ru, sfom@yandex.ru

В последние годы все больший интерес исследователей и индустрии привлекает новый класс функциональных композитов, называемых фононными кристаллами, которые имеют применение в физике, создании акустопругих фильтров, шумоизоляции и пр. В состав фононного кристалла входит два или более материала, периодическая организация которых может приводить к аномальному распространению упругих волн. В них могут проявляться такие эффекты, как наличие запрещенных зон, явления локализации, «изгиб» волн, отрицательная рефракция и т.д., что уже в ближайшие годы может найти свое отражение в создании новых мульти-функциональных композитов, ультразвуковых устройствах (детекторах, фильтрах, транзисторах, акустических линзах, интерферометрах, гироскопах или механических резонаторах, устройствах жесткого сцепления), виброизоляции и т.д.

Рассматривается динамическое поведение слоистого фононного кристалла при прохождении модулированных плоских волн, падающих на кристалл под произвольным углом к интерфейсу. Композит состоит из повторяющихся ячеек с прослойками из функционально-градиентных материалов. Ячейки представляют из себя многослойный пакет, где слои могут быть упругими, функционально-градиентными и пьезоэлектрическими. С помощью преобразования Лапласа проблема может быть сведена к нахождению гармонических колебаний на частотах, которые содержатся в спектре входного импульса. Решение гармонической задачи строится с помощью матриц перехода, для которых при увеличении числа ячеек в кристалле предлагается метод, основанный на явном выделении сингулярных составляющих матрицы переноса. На основе асимптотического анализа влияния собственных значений матрицы переноса ячейки на волновое поле предлагается классификация запрещенных зон фононных кристаллов. Для определения динамических свойств поврежденных и отслоившихся периодических волноводных структур развивается подход, основанный на моделировании неидеального контакта и зон концентрации микродефектов между разномодульными материалами с помощью пружинных граничных условий.

Приводятся результаты параметрического исследования особенностей прохождения/непрохождения волн в слоистых, функционально-градиентных и пьезоэлектрических фононных кристаллах в зависимости от частоты колебаний, типа падающих волн и угла падения, а также в зависимости от свойств материалов, образующих слоистую ячейку кристалла, наличия повреждений и отслоений между отдельными слоями периодической структуры.

Работа выполнена в рамках проекта ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (проект 14.В37.21.0387) и при поддержке РФФИ (проект № 12-01-31001).

Моделирование изменения формы и напряженного состояния тел при фреттинге

Горячева И. Г.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН
goryache@ipmnet.ru

Предложен численно-аналитический метод исследования изменения напряженного состояния и формы изнашиваемых поверхностей при фреттинге в условиях полного или частичного проскальзывания поверхностей в области контактного взаимодействия. Частичное проскальзывание возникает в условиях вибраций малой амплитуды и характеризуется наличием зон сцепления и проскальзывания в области контактного взаимодействия. Такой режим трения реализуется в том случае, если тангенциальная сила, приложенная к взаимодействующим телам, по модулю не превышает предельной силы трения. При осциллирующей тангенциальной силе повторяющееся проскальзывание имеет место в зонах скольжения, следствием которого является износ взаимодействующих поверхностей (явление фреттинга). Формоизменение поверхности в результате ее изнашивания приводит к перераспределению контактных напряжений, что, в свою очередь, влияет на скорость ее износа. Метод базируется на введении двух масштабов времени: времени одного цикла изменения тангенциальной нагрузки и времени, которое соответствует заданному числу циклов. Для оценки формоизменения поверхности при изнашивании используется закон Арчарда. Эволюция контактных напряжений, размера области контакта и величины зазора рассчитывается с применением пошагового алгоритма. Получены аналитические выражения для расчета асимптотических значений напряжений и формы изношенной поверхности. Рассмотрены случаи полного или неполного удаления частиц износа из зоны трения.

Проведено исследование кинетики изменения напряженного состояния в контакте упругих тел различной конфигурации. Исследован случай наличия тонкого слоя оксидной пленки на поверхности одного из взаимодействующих тел. Анализ полученных решений показал, что распределение давлений претерпевает существенные изменения при фреттинге. Значения давлений возрастают внутри зоны сцепления и убывают в зонах проскальзывания, где имеет место изнашивание поверхностей. При возрастании числа циклов давление на границе зон проскальзывания и сцепления неограниченно возрастает. Решение системы уравнений позволяет также рассчитать эволюцию зазора между поверхностями, а также напряженного состояния в подповерхностных слоях материала, что является существенным для анализа характера разрушения поверхностей при фреттинге.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 11-01-00650 и 12-08-90434).

Об определении переменных модулей упругости на основе акустического зондирования

Гукасян Л. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
luska-90@list.ru

В настоящее время все большую популярность приобретают обратные коэффициенты задачи теории упругости, направленные на реконструкцию неоднородных свойств упругих тел по дополнительной входной информации различной структуры. Особую сложность представляют задачи, где входная информация об амплитудах смещений (ускорений) задана в некотором наборе точек, которая получена, например, на основе методов акустического зондирования. Методы акустического зондирования позволяют получить достаточно точную и быструю информацию о свойствах упругого тела, причем снятая информация не влияет на физические свойства тела, что немаловажно.

Рассмотрены установившиеся колебания упругой среды в двумерном случае, где плоская область ограничена гладкой кривой. Прямая задача описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами, решение которой построено численно на основе метода разностных аппроксимаций. Обратная задача заключается в реконструкции неоднородных свойств упругого изотропного тела. Данная задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка, которая при соответствующих граничных условиях представляет собой задачу Коши. Входной информацией в решении обратной задачи служат результаты, полученные при решении прямой задачи. Решение такой задачи строится на основе комбинирования методов разностных аппроксимаций и сплайн-аппроксимаций. Решение задачи строилось путем послойного продвижения от границы области вглубь области, где основную проблему при такой схеме составляет нахождение частных производных от функций заданных таблично. Для преодоления этой сложности на каждом слое строились кусочно-гладкие функции с помощью сплайн-аппроксимаций. Представлен метод решения обратной задачи с особым типом граничных условий, где двухкомпонентная нагрузка задана не на всей границе, а на некоторой ее части.

Проведена серия вычислительных экспериментов по реконструкции законов неоднородности. Представлены результаты численного решения обратной задачи по реконструкции коэффициентов Ламе для разных законов неоднородностей. Конкретная реализация осуществлена для прямоугольной области, где проведено исследование особенностей построения решений в зависимости от вида граничных условий.

Автор выражает огромную благодарность Ватульяну А. О. за особое внимание к работе.

Расчет температурных напряжений в условиях пластического течения и разгрузки полого цилиндра

Дац Е. П.¹, Мокрин С. Н.², Мурашкин Е. В.^{1,2}

¹*Владивосток, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН*

²*Владивосток, Дальневосточный федеральный университет*
dats@dvo.ru, murashkin@dvo.ru

Различные технологические процессы термомеханической обработки металлизделий (сварки, изготовлении композиционных материалов и др.), связаны с локальным нагревом материала до высокой температуры. Температурные напряжения, возникающие вследствие перепада температур, в значительной степени определяют поведение многих современных конструкций. Потребность в материалах, которые могли бы успешно функционировать при таких высоких уровнях температуры, является одной из наиболее актуальных и трудных задач, определяющих лицо современной техники. Трудность усугубляется тем, что помимо высоких уровней температуры, в рабочих условиях напряжённое состояние может выйти на предел текучести. Следствием этого является процесс зарождающегося пластического течения в окрестности нагрева. Другая проблема состоит в определении поля перемещений в упругих и пластических областях деформирования материала. Проблема определения поля перемещений в теории идеального упругопластического тела впервые была рассмотрена Д. Д. Ивлевым. Была показана возможность вычисления перемещений в статически определимых задачах теории идеальной пластичности и указаны условия, когда данная возможность осуществляется. Указанный способ вычисления перемещений используется и для решения поставленной задачи.

Работа посвящена изучению процессов формирования необратимых деформаций металлических изделий вследствие влияния на них высоких градиентов температур. В качестве исследуемого объекта рассматривался бесконечно длинный полый цилиндр, свободный от внешних нагрузок при начальной температуре (комнатной температуре). Внешняя поверхность поддерживалась при постоянной начальной температуре. На внутренней поверхности температура повышалась до некоторого максимального значения, после чего начинался процесс охлаждения или остывания образца. При этом рассматривались, как случаи стационарного неравномерного распределения температуры по толщине цилиндра, так и случаи нестационарного нагрева-охлаждения с дополнительным оттоком тепла на одной из граничных поверхностей. По результатам численных экспериментов были построены поля остаточных напряжений и деформаций. Вычислены необходимые и достаточные условия возникновения и развития зон необратимого деформирования, разгрузки и повторного пластического течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-776.2012.1) и гранта РФФИ (мол_a_вед 12-01-33064).

Связанная задача о росте трещины
под действием диффундирующего в нее газа

Дашевский И. Н.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН
dash@ipmnet.ru

В трещинах, содержащихся в таких материалах, как металлы под воздействием агрессивных сред, деградирующие полимеры и керамики (например, ВТСП-керамики), газонасыщенные породы и т.д., может накапливаться газ. Важно иметь возможность предсказывать поведение трещины в таких условиях. Например, в металлах водород, как правило, растворен в виде протонов. При достижении внутри полости поверхности трещины протоны рекомбинируют с электронами, образуя молекулярный водород. При этом трещина оказывается для газа почти идеальным стоком. В этих условиях трещины могут распространяться даже при отсутствии внешней нагрузки, только в результате чрезмерного давления водорода, накопленного внутри трещины. Важный пример диффузионно-контролируемого разрушения дает индуцированное водородом отслоение покрытия газопровода. В работе рассматривается связанная задача диффузии и механики разрушения: газ, растворенный в твердом теле, стекает в имеющуюся в этом теле трещину. Диффузия газа вызывает рост трещины, что, в свою очередь, приводит к изменению границ (и граничных условий) в задаче диффузии. Поскольку характерное время установления диффузионного поля много меньше характерного времени изменения размера трещины, проблема считается квазистационарной, время выступает в качестве параметра.

Для случаев дискообразной трещины в безграничной упругой среде и тонкого дискообразного отслоения под границей полупространства, а также для аналогичных трещин-полос единообразным способом — на основе энергетического подхода и с использованием теоремы Клапейрона — выведены кинетические уравнения, описывающие рост указанных дефектов при диффузии в них газа. Уравнения получились идентичными и оказались интегрируемыми в квадратурах для произвольного вида зависимости скорости фронта трещины от коэффициента интенсивности напряжений. Проведено изучение решения и анализ развития трещины в типичных случаях. Показано, что при больших временах скорость роста трещины асимптотически стремится к константе, которая определяется из простой формулы. На примере массивного образца из низкоуглеродистой стали приводятся оценки времени удвоения размеров дефекта при типичных значениях механических и диффузионных параметров задачи. Анализ схемы вывода полученного уравнения позволяет (с некоторыми оговорками) распространить полученные результаты на ряд других важных случаев: трещины на границе адгезионного соединения двух податливых полупространств с разными механическими и диффузионными свойствами, учета анизотропии, и др.

О возникновении упорядоченных сеток трещин вокруг круговой полости при всестороннем сжатии

Дашевский И. Н.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН
dash@ipmnet.ru

Вокруг находящихся в условиях всестороннего сжатия нефтяных и газовых скважин часто наблюдается образование довольно регулярных сеток трещин, выходящих на поверхность круговой полости. В т. н. методе «георыхления» такого рода системы трещин создаются специально для увеличения трещиноватости среды и интенсификации притока нефти к скважине. Поэтому важное значение имеет вопрос о структуре этой сетки трещин, в частности, об их количестве, длине и т. д. Предлагается энергетическая модель образования подобных структур трещин. Считается, что трещины образуются за счет накопления в системе упругой энергии сжатия. В момент предельного сжатия (исчерпания прочности) в наиболее напряженном, прилежащем к внутренней полости тела, слое образуется правильная сетка трещин, на образование которой и сбрасывается упругая энергия этого слоя. Ключевая особенность задачи связана с тем, что трещины уходят с поверхности отверстия не перпендикулярно к ней, а под острым углом. Иными словами, это трещины скорее сдвига, нежели отрыва.

Принимается, что:

1. Пусть имеем бесконечную плоскость с круговой полостью в условиях всестороннего сжатия, напряженно-деформированное состояние считаем плоским.
2. В момент достижения критических нагрузок (исчерпания прочности) происходит мгновенное разрушение с образованием регулярной системы трещин сдвига.
3. Трещины возникают вдоль линий скольжения, образуя регулярный узор.
4. Можно пренебречь необратимыми (неупругими, тепловыми и т. п.) потерями (пластина ведет себя квазихрупко), а также возможной динамикой (колебания и волны).
5. Уравнение энергетического баланса выражает собой равенство энергии образования новых поверхностей (трещин) и идущей на это упругой энергии сжатия (формоизменения), высвобождающейся из кольца (слоя), прорезаемого трещинами.
6. Реализуется минимально энергоемкая схема разрушения, т. е. схема с таким количеством n и длиной L трещин, что потребная на ее создание энергия минимальна.

В простейшей схеме количество n возникающих при трещинообразовании «лепестков»-клиньев оказывается равным 5 ($2n = 10$ трещин) и, в отличие от критического давления сжатия, не зависит от геометрических и физико-механических характеристик задачи. Обсуждаются возможные уточнения предложенной модели в разных направлениях.

Коэффициенты концентрации напряжений в слое тканого композита полотняного плетения с поликристаллической матрицей

Дедков Д. В., Ташкинов А. А.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

denis.v.dedkov@gmail.com, rector@pstu.ru

При производстве тканых композитов неизбежны технологические дефекты, снижающие эксплуатационные свойства изделий. К числу типичных дефектов относятся возникающие при прошивке слоев разрывы нитей основы или утка, внутренние поры, которые возникают в областях, расположенных вблизи участков волокон с наибольшей кривизной, и обнаруживаются только на этапе выходного ультразвукового контроля изделия. Эти области труднодоступны для проникновения полимерного связующего даже при вакуумировании или пропитке под давлением. Гарантированное обеспечение наличия в этих участках поликристаллической матрицы (углеродной, осаждаемой из газовой фазы или получаемой при карбонизации полимеров), матрицы на основе терморасширенного графита или керамики также затруднено.

Разработана двухуровневая модель тканого композита с искривленными волокнами, которая на основе численного решения краевых задач о произвольном нагружении слоя материала в своей плоскости позволила определить коэффициенты концентрации напряжений, вызванные наличием локальных технологических несовершенств: внутренняя закрытая пора, отсутствие нити утка, разрыв нити утка, одновременный разрыв нитей основы и утка (без и с дополнительной пропиткой и карбонизацией связующего в области дефекта). Построение геометрической модели слоя тканого композита осуществлялось при помощи конечно-элементного пакета Code-Aster, входящего в платформу SALOME-MECA, с использованием технологии высокопроизводительных параллельных вычислений. Исследовано совместное влияние условий контакта искривленных волокон ткани полотняного плетения (отсутствие прямого контакта из-за гарантированного слоя матрицы или контакт с кулоновским трением) и наличия локальных технологических дефектов на характер распределения напряжений. Полученные численные решения краевых задач позволили установить, что наибольший вклад в коэффициенты концентрации вносят касательные составляющая тензора напряжений. Поэтому для повышения способности материалом сопротивляться внешнему силовому воздействию рекомендовано предусмотреть в технологическом процессе операции, обеспечивающие проникновение связующего в полости технологических локальных дефектов, а также дополнительную пропитку связующим, доуплотнение и карбонизацию, досаждение поликристаллической матрицы из газовой фазы в случае, если в результате ультразвукового контроля готового изделия обнаруживается внутренняя пористость. Как показали результаты вычислительных экспериментов, указанные операции позволяют снизить в три-пять раз коэффициенты концентрации напряжений даже если не удастся исключить локальный контакт искривленных нитей ткани.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–Урал № 11-01-96033).

Определение параметров внутренних полостей в упругом слое

Диденко А. В., Сыромятников П. В.
Краснодар, Южный научный центр РАН
syromyatnikov_pv@mail.ru

В плоской постановке решается обратная задача определения параметров внутренней полости прямоугольной или эллиптической формы в упругом изотропном слое. Прямая задача расчета гармонических колебаний, возбуждаемых поверхностным гармоническим источником в упругом слое с полостью прямоугольной или эллиптической формы, решается методом блочного элемента (МБЭ). Блоки в блочной структуре, моделирующей слой с полостью, рассматривались плоские, прямоугольные или трапециевидные. Обратная задача определения параметров прямоугольной полости решалась для блочной структуры из четырех прямоугольных блоков. Полость эллиптической формы в слое аппроксимировалась несколькими конечными трапециевидными и полубесконечными прямоугольными блочными элементами. Для решения задачи применялся двухэтапный подход. На первом этапе при заданных параметрах блочной структуры, включающих в себя параметры полости определенного типа и источника колебаний, решалась прямая задача расчета смещений в определенных точках на поверхности одного из блоков блочной структуры. На втором этапе решается обратная задача определения параметров неоднородности по рассчитанным на первом этапе т.н. эталонным смещениям. Вычисляемые эталонные смещения эмулируют результаты физического эксперимента. Решение прямой задачи на первом этапе основано на методе блочного элемента и, в качестве контроля, методе конечных элементов. Определение параметров неоднородности приводит к задаче минимизации функционала невязки между эталонным полем смещений и пробным полем смещений, определяемым предполагаемыми параметрами полостей. На этапе минимизации применялись генетические алгоритмы глобального случайного поиска, методы локальной и глобальной оптимизации.

На этапе минимизации возникает необходимость расчета большого числа решений прямой задачи. Для решения этой проблемы используются два подхода. Первый основан на новых теоремах, позволяющих использовать для решения одной краевой задачи блочную структуру другой краевой задачи для той же исходной области, но, возможно, более простую. К нему примыкают различные способы оптимизации вычисления многомерных интегралов Фурье, через которые представляется решение в МБЭ.

Второй подход связан с уменьшением числа итераций за счет усовершенствования стратегий оптимизации.

Достигнутая относительная погрешность определения параметров прямоугольной полости имела порядок погрешностей эталонных смещений, для эллиптической полости погрешности были в несколько раз выше.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края (проекты 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а).

К анализу роли кривизны геометрического концентратора в телах с нагруженными выступами

Дроботов Ю. Е.^{1,2}, Журавлев Г. А.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

yuedrobotov@sfedu.ru, zhuravl@math.rsu.ru

В данной работе уточнен предложенный Г.А. Журавлевым приближенный метод определения изгибно-сдвиговых напряжений в упругих телах с нагруженными выступами с использованием решений Папковича–Нейбера–Градского для стержня с двухсторонними гиперболическими выточками. Метод разработан как суперпозиция решений для отдельных силовых факторов на основе локальных аппроксимаций линии профиля выступа в области его геометрического концентратора, вследствие которых пространственная задача сводится к решению некоторого числа плоских статических задач. Влияние каждого из силовых факторов на величину максимальных напряжений оценено с учетом явления затухания. Исследованиями механизма концентрации напряжений с отдельной оценкой действия трех силовых факторов (чистого момента, перерезывающей силы и силы сжатия) выявлены и реализованы следующие эффекты — разгружающий, автофретирующий и кривизны геометрического концентратора.

Приближенный метод позволяет получить решение для коэффициентов концентрации напряжений в каждой конкретной точке профиля геометрического концентратора выступа. К тому же он не ограничен формой профиля стержня с гиперболическими выточками, и потому является более универсальным.

Уточнение достигнуто путем более достоверного определения влияния дна гиперболической выточки на концентрацию напряжений в любой точке геометрического концентратора рассчитываемого выступа. Решена связанная задача о корреляционном анализе приближенного метода с имеющимися в литературе отдельными точными результатами, полученными методом конформного отображения. Учтены также результаты, полученные применением различных других методов, в том числе — метода конечных элементов.

Такой подход позволил существенно уточнить оценку влияния каждого отдельно взятого силового фактора в телах с нагруженными выступами на роль кривизны их геометрического концентратора. Благодаря этому создан уточненный метод анализа концентрации напряжений (от действия отдельных силовых факторов в нагруженных выступах) как инструмент оптимизационного расчета однотипных упругих тел сложной формы в широком диапазоне изменения их геометрических параметров.

Критерием оптимизации может быть принято, например, определение максимально допускаемого нагружения выступа при достижении определенного (например, из прочностных соображений) уровня максимального нормального напряжения на поверхности геометрического концентратора.

Нелинейные вторые гармоники нормальных волн кручения в трансверсально-изотропном цилиндре

Елагин А. В., Моисеенко И. А., Сторожев В. И.

Донецк, Донецкий национальный университет

delyagin@inbox.ru, stvi@i.ua

Анализ нелинейных эффектов при распространении упругих волн малой интенсивности в цилиндрических телах относится к кругу современных актуальных задач динамики деформируемых сред и представляет интерес как с фундаментальной научной, так и с прикладной точек зрения. Описание и систематизация этих эффектов составляет теоретическую основу для конструкторских решений в таких научно-технических областях, как ультразвуковая дефектоскопия, сейсмология, акустоэлектроника. Самый малоизученный класс задач о нелинейных ангармонических эффектах при распространении упругих волн составляют задачи о нелинейных свойствах нормальных волн в пространственных упругих волноводах различного геометрического строения. Прогресс в исследованиях по этому направлению связан с появившимися возможностями использования средств компьютерной алгебры для проведения громоздких аналитических преобразований в процессе построения численно-аналитических решений соответствующих граничных задач.

Работа посвящена анализу нелинейных эффектов при распространении нормальных упругих волн крутильного типа в цилиндрических волноводах с различными типами краевых условий. Используемая модель нелинейного динамического деформирования цилиндра с учетом эффектов геометрической и физической нелинейности основывается на представлении упругого потенциала Мурнагана с квадратичными и кубическими членами по деформациям. В данной работе используется подход, который заключается в поиске функций волновых перемещений в виде ряда, слагаемые которого пропорциональны степеням малого параметра в виде отношения максимальной амплитуды волны к ее длине. После подстановки этих рядов в основные соотношения рассматриваемой задачи, в представления для напряжений, динамические уравнения и приравнявая слагаемые одного порядка малости по малому параметру возникает последовательность задач для определения искомых слагаемых в разложении. При том задача первого приближения является обыкновенной линейной задачей теории распространения волн в деформируемых телах, а задачи последующих приближений являются неоднородными. Из них определяются приближения называемые «высшими гармониками» или ангармоническими возмущениями.

С использованием алгоритма для построения аналитического решения рассматриваемой задачи и его численного исследования проведен анализ некоторых свойств нелинейных монохроматических осесимметричных нормальных волн крутильного типа, принадлежащих двум нижним модам дисперсионного спектра для цилиндра с закрепленной и свободной боковой цилиндрической поверхностью. Проанализированы амплитудно-частотные характеристики ангармонических возмущений и формы распределений амплитуд волновых смещений во вторых гармониках по радиальной координате.

О потере устойчивости трехслойной нелинейно упругой плиты с предварительно напряженным средним слоем

Еремеев В. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
er.vadim@gmail.com

Теория устойчивости упругих систем является одной из важнейших проблем механики деформируемого твердого тела. Первой решенной задачей из этой области является знаменитая эластика Эйлера — задача о потере устойчивости прямолинейного упругого стержня, сжатого продольной силой. Эта задача решена Леонардом Эйлером в 1774 году. Многочисленные исследования устойчивости упругих систем в основном проводятся в рамках одномерных и двумерных теорий стержней, балок, пластин и оболочек. Вместе с тем в ряде случаев анализ потери устойчивости с использованием этих теорий невозможен или существенно затруднен. В этих случаях необходимо привлекать методы пространственной нелинейной теории упругости. К числу таких случаев можно отнести, например, следующие:

- Потеря устойчивости эластомерных (резиноподобных) элементов конструкций, для которых существенны большие деформации, а также физическая нелинейность.
- Потеря устойчивости при растяжении, часто связанная с образованием шейки у цилиндрических образцов.
- Потеря устойчивости при наличии внутренних начальных (предварительных) напряжений и многие другие.

В данной работе в рамках нелинейной теории упругости рассмотрена задача о потере устойчивости трехслойной пластинки, внутренний слой которой предварительно сжат или растянут. Построен график зависимости критических усилий от начальных деформаций. Также проведен анализ докритических деформаций пластины.

Интерес к учету начальных напряжений в многослойных пластинках связан с существованием технологических начальных напряжений, которые возникают при изготовлении таких конструкций.

В качестве уравнения состояния использована модель несжимаемого неогукера материала (модель Трелоара). Предполагается, что внутренний слой подвергнут двустороннему растяжению или сжатию, так что в нем существуют начальные деформации и напряжения. Далее трехслойная пластинка подвергается аффинной деформации. Устойчивость пластинки изучается на основе нелинейной трехмерной теории упругости статическим методом Эйлера, состоящим в определении параметров деформации, при которых линеаризованная краевая задача допускает нетривиальные решения. Составлены трехмерные линеаризованные уравнения равновесия для каждого слоя. Методом разделения переменных построены решения этих уравнений. Получено уравнение для определения критических деформаций.

Моделирование волн разрушения в хрупких и квазихрупких средах

Еремин М. О.¹, Макаров П. В.²¹ *Томск, Национальный исследовательский Томский государственный университет*² *Томск, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН*
bacardi@sibmail.com, pvm@ispms.ru

В 90-х годах прошлого века было открыто новое явление при ударно-волновом нагружении стекол — волны разрушения. Согласно трактовке этих первых экспериментов волны разрушения зарождаются на поверхности ударно-нагруженного стеклянного образца или стопки стекол и распространяются внутрь образца вслед за упругой ударной волной с дозвуковой скоростью, порядка 1,56 км/с, которая является предельной скоростью роста трещин в стекле. Зарождению волн разрушения на поверхности стеклянных мишеней способствует наличие большого количества микротрещин на поверхности мишени.

Дальнейшее изучение поведения хрупких материалов — керамик, стекол, горных пород и минералов — выявило множество аспектов этого сложного явления. Многие вопросы остаются неясными до сих пор. Не ясно, какие механизмы в том или ином случае ударно-волнового нагружения хрупкой или квазихрупкой среды являются ведущими — хрупкое растрескивание или пластическое течение. А также когда и при каких условиях наблюдается хрупко-пластический переход, когда сдвиговые напряжения оказываются достаточными для образования дислокаций, а высокий уровень поперечных напряжений подавляет раскрытие трещин. К этой проблеме примыкает другая не вполне ясная проблема — реализуется ли разрушение непосредственно в волне сжатия или уже в волнах боковой и догоняющей разгрузки. Было также показано, что в ряде экспериментов, когда в нагружающей ударной волне превышен динамический предел упругости, откольная прочность снижается практически до нуля. Эти данные свидетельствуют о том, что разрушение материала было практически достигнуто в волне нагружения. Широко дискутировался также вопрос — можно ли моделировать волны разрушения уравнениями механики деформируемого твердого тела в рамках сплошной среды.

В настоящей работе описанные выше ситуации моделируются на основе методики и модели, объединяющих в рамках единого математического формализма как неупругое деформирование, так и деградацию механических и прочностных свойств квазихрупких сред за счет накопления в нагружаемой среде повреждений. Причем различие прочности хрупкой среды (в областях сжатий-сдвигов или растяжений-сдвигов) формируется в среде в ходе ее нагружения в зависимости от вида напряженного состояния и его эволюции в конкретной частице среды.

Показано, что в зависимости от механических и прочностных параметров и особенностей накопления в нагружаемой среде дефектов и повреждений, возможны различные механизмы разрушения квазихрупкой среды при ее ударно-волновом нагружении, включая процессы разрушения материала непосредственно во фронте ударной волны и распространения волны разрушения со скоростью звука вслед за ударным фронтом, а также наличие хрупко-пластических переходов и раскрытие трещин в волнах разгрузки.

Расщепление солитонов деформации в стержне при их взаимодействии

Ерофеев В. И., Кажаяев В. В.*Нижний Новгород, Институт проблем машиностроения РАН*

erf04@sinn.ru, erf04@sinn.ru

Нелинейные искажения, возникающие при распространении интенсивных волн, могут накапливаться с течением времени и при определенных условиях приведут к сильному укрупнению волновых фронтов и существенному изменению всего волнового процесса. Это, в свою очередь, может вызвать появление больших напряжений, необратимых деформаций в материале и привести к локальной потере устойчивости. Интерес к изучению нелинейных волновых процессов связан с возможностью возникновения даже в простых элементах упругих конструкций специфических нелинейных режимов. С одной стороны, эффекты формирования нелинейных волн с большими градиентами напряжений и деформаций оказываются нежелательными, поскольку могут приводить к разрушению или пластическому течению материала, но, с другой стороны, — они могут быть полезными и найти применение в технологиях обработки материалов, в дефектоскопии и технической диагностике. Теоретические расчеты параметров нелинейных волн необходимы для изучения свойств новых конструкционных материалов, в частности, измерения нелинейных модулей упругости.

Рассматривается взаимодействие солитонов продольной деформации, распространяющихся в упругом стержне, обладающем геометрической и физической нелинейностями. В результате численного моделирования выявлено, что сценарии взаимодействия существенно зависят от относительной скорости столкновения солитонов. При малой относительной скорости наблюдается классическое взаимодействие солитонов, при котором последние сохраняют свою амплитуду, скорость и ширину. При большей относительной скорости столкновения кроме двух сверхзвуковых солитонов, участвующих во взаимодействии, образуется нестационарный квазигармонический волновой пакет, скорость которого меньше скорости сверхзвуковых солитонов. При еще большей скорости столкновения выделяется волновой пакет, распространяющийся в сторону, противоположную направлению движения столкнувшихся солитонов. За медленным солитоном также движется волновой пакет, но уже в сторону движения обоих солитонов. При превышении относительной скорости столкновения некоторого критического значения наблюдается эффект расщепления солитонов: вместо двух сверхзвуковых солитонов в результате их догонного взаимодействия образуется три сверхзвуковых солитона и один дозвуковой солитон, распространяющиеся в ту же сторону, что и начальные солитоны. При этом из нестационарного волнового пакета, распространяющегося в противоположную сторону, который появился после столкновения солитонов, формируются еще сверхзвуковой и дозвуковой солитоны. Наиболее наглядно расщепление солитонов выглядит при встречном столкновении одинаковых по амплитуде высокоскоростных (здесь скорость столкновения еще больше) солитонов. После столкновения двух сверхзвуковых солитонов выделяются четыре сверхзвуковых солитона, за каждым медленным сверхзвуковым солитоном распространяется пакет квазигармонических волн и завершают картину два дозвуковых солитона.

О применении автоматизированного подхода
к решению задач нелинейной теории упругости
с использованием моделей сжимаемой нелинейно-упругой среды

Жеребко А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
emproioarmani.89@mail.ru

В медицине и технике уже достаточно давно стали известны материалы, способные испытывать большие деформации (свыше 100%) и при этом сохранять упругие свойства. Речь идет в первую очередь о мягких биологических тканях и различных сортах резин, широко применяемых в производстве современной техники. Существует достаточно большое количество различных моделей, описывающих поведение материалов данного класса. В этой связи весьма актуальной является проблема выбора подходящей модели материала и ее параметров для решения конкретной механической задачи.

В то же время при определении свойств исследуемого материала по-прежнему не утратили своего значения стандартные механические эксперименты на растяжение, сжатие, кручение, изгиб. Получаемые в ходе данных экспериментов зависимости позволяют определять характеристики упругих потенциалов. Однако, ввиду некоторых особенностей биологических тканей, из них нельзя изготовить стандартные образцы, которые бы полностью отвечали требованиям эксперимента. Это обстоятельство ведет к необходимости применения средств компьютерного моделирования экспериментов.

На базе системы компьютерной алгебры Maple и пакета конечно-элементного моделирования FlexPDE разработана программная оболочка, реализующая автоматизированный подход к решению задач нелинейной теории упругости с использованием полуобратного метода Сен-Венана. В рамках разработанной системы рассмотрено несколько классов двумерных и трехмерных задач теории упругости. С применением различных моделей сжимаемой нелинейно-упругой среды (материал Блейтца и Ко, материал Адамара, полулинейный материал Джона, материал Мурнагана, материал Генки, материал Л. А. Толоконникова) решена задача об одноосном растяжении прямоугольника жесткими захватами. Представлены диаграммы растяжения для случаев линейной и нелинейной теории упругости. Приведено сравнение и численный анализ полученных результатов для указанных выражений упругих потенциалов. Рассмотрены следующие классы трехмерных задач теории упругости: задачи о кручении различных по высоте цилиндров, содержащих некоторый дефект (полость); задача о деформировании сферического купола различной степени пологости, а также задача о деформировании тонкой пластины. Сформулирована краевая задача равновесия цилиндрического образца для случая кручения разнонаправленными торцевыми моментами. На примере задачи об определении неизвестного силового параметра, а также задачи об определении параметров модели материала рассмотрена возможность применения разработанной системы к решению некоторого класса простейших обратных задач. Решена задача о влиянии неоднородности на диаграмму растяжения цилиндрического образца. Анонсированы возможные направления дальнейшего развития разработанной оболочки.

Моделирование механизмов свертывания крови в кровеносных сосудах

Жуков М. Ю., Жукова Н. М., Ширяева Е. В.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

zhuk@math.sfedu.ru, shir@math.sfedu.ru

В работе представлены результаты численного моделирования динамики процесса свертывания крови с учетом физико-химических реакций свертывания и реологии крови, при течении крови через крупные кровеносные сосуды. В качестве математической модели процесса свертывания и течения крови выбрана модификация одной из наиболее распространенных моделей (см., например, диссертацию Пантелеева М. А. Механизмы регуляции свертывания крови. 2010), представляющая собой систему уравнений переноса с источниками, описывающих поведение многокомпонентной смеси. В качестве компонент смеси выбирается набор ферментов крови, активированного протеина, ингибиторов и некоторых белков (типа фибрина и фибриногена). В модели учитываются следующие стадии: агглютинация (склеивание и выпадение в осадок) тромбоцитов и эритроцитов, коагуляция фибриногена, образование фибринового полимерного сгустка, преципитация (осаждение на сгусток белков плазмы).

Одна из целей работы — рассмотрение асимптотических моделей для предельных случаев скоростей химических реакций. Гипотеза о локальном химическом равновесии (мгновенности химических реакций) позволяет избавиться от источников химических реакций в уравнениях переноса (Бабский В. Г., Жуков М. Ю., Юдович В. И. Математическая теория электрофореза. 1983). Указанная гипотеза позволяет выделить набор медленных переменных (интегралов уравнений химической кинетики), записать для этих переменных уравнение переноса без источников, но не с постоянными кинетическими коэффициентами переноса как в исходной системе, а с коэффициентами, зависящими от медленных переменных. Термин «медленные переменные» в данном контексте означает, что характерное время процессов переноса значительно превышает характерное время протекания химических реакций.

Полученная система исследуется численно при помощи метода конечных элементов. Кровеносный сосуд моделируется плоской областью с неоднородным по длине сечением. Важной особенностью рассматриваемых асимптотических моделей является учет упругости и деформации стенок кровеносного сосуда. Кроме этого, предполагается, что на стенках сосуда имеется одно или несколько «механических повреждений». Считается, что именно эти повреждения инициируют процесс свертывания крови.

Результаты вычислительного эксперимента, в частности, показали, что при запуске процесса свертывания крови вблизи повреждений происходит существенная деформация стенки сосуда. В окрестности повреждения при некоторых значениях параметров задачи (в основном констант равновесия химических реакций) происходит интенсивный рост сгустка крови, вязкость которого растет с течением времени, что в некоторых случаях приводит к существенному уменьшению сечения сосуда и замедлению потока крови.

Моделирование режимов эксплуатации колец из терморасширенного графита в кранах с уплотнением по штоку

**Зайцев А. В.¹, Исаев О. Ю.², Караваев Д. М.¹, Смирнов Д. В.²,
Ханов А. М.¹**

¹*Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

²*Пермь, ООО «Силур»*

zav@pstu.ru, trg@sealur.ru, kmcm@yandex.ru, trg@sealur.ru, dekan_mtf@pstu.ru

Исследовались режимы работы изготавливаемых крупносерийными партиями уплотнительных колец (УК) из терморасширенного графита (ТРГ), которые используются в кранах с уплотнениями по штоку. Предполагалось, что УК является толстостенным, ограниченным по высоте линейно упругим однородным трансверсально-изотропным цилиндром, зафиксированным в сальниковой камере нажимной втулкой, передающей на одну из торцевых поверхностей УК давление герметизации. На другую торцевую поверхность передавалось рабочее давление, на внутренней боковой поверхности были заданы перемещения в осевом направлении, моделирующие возвратно-поступательное движение штока в условиях «приработки» в направлении нажимной втулки и в противоположную сторону. Квазистационарный режим работы УК предполагал отсутствие уноса ТРГ, который моделировался заданием на поверхности контакта со штоком закона кулоновского трения. Для описанных выше условий на внутренней боковой поверхности толстостенного цилиндра были получены аналитические решения краевых задач и определены напряжения и перемещения в поперечных сечениях УК. Получено также аналитическое решение задачи об износе ТРГ на внутренней поверхности УК при возвратно-поступательном движении штока. Полученное аналитическое решение задачи об износе УК при возвратно-поступательном движении штока позволило подтвердить сохранение всех эксплуатационных качеств УК до 10000 циклов работы запорной арматуры. При формулировке этого вывода были использованы результаты экспериментального определения трибологических характеристик ТРГ.

Разработанная модель начального режима работы УК позволила получить численные решения краевых задач для отдельных колец и их пакетов методом конечных элементов, провести оценку начальной прочности по совокупности критериев, исследовать закономерности распределения напряжений при различных температурах и давлениях рабочей среды, различной толщине и количестве УК в сальниковой камере, различных режимах движения штока, а также различных условиях на поверхностях контакта (трение, идеальное сопряжение или скольжение). Полученные из вычислительных экспериментов данные о местах расположения областей, в которых начинается разрушение ТРГ по различным механизмам, согласуются с результатами, наблюдаемыми при эксплуатации УК. Определены оптимальные давления герметизации, обоснованы рекомендации по внесению изменений в существующие конструкции пакетов УК, разработаны основы для создания методик уточненного прочностного анализа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–Урал № 11-01-96033).

Теорема о свойствах случайных полей напряжений и деформаций в высокопористых металлических пенах, керамиках и биокерамиках

Зайцев А. В., Кокшаров В. С., Соколкин Ю. В.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

zav@pstu.ru, koksharovvs@gmail.com, sokolkin@pstu.ru

Стохастическая структура высокопористых материалов (металлические пены, керамика и биокерамики), проявляется в случайности формы, размеров, ориентации пор и их расположении в объеме. При построении приближенных решений стохастически нелинейных краевых задач и определения статистических характеристик полей напряжений и деформаций, используются различные гипотезы о характере многочастичного взаимодействия в ансамбле пор.

Предложенный ранее метод построения условных и безусловных моментных функций случайных полей напряжений и деформаций для двухфазных матричных композитов, основанный на доказанных теоремах о геометрическом смысле условных вероятностей, может быть использован для построения моментных функций исследуемых полей для высокопористых материалов, позволяет записать выражения для этих функций в виде рядов с конечным числом членов, если внутри материала можно выделить области, в пределах которых искомые поля однородны. В рамках полидисперсных моделей, для высокопористых материалов с соосными туннельными цилиндрическими или сферическими порами (2D и 3D высокопористые материалы) можно из решения вспомогательных задач определить меры пересечений подобластей матрицы, построить зависимости этих мер и их производных от расстояния между центрами, получить соотношения для условных и безусловных моментных функций, сформулировать и доказать следующие теоремы об общих свойствах, считая, что случайные поля напряжений и деформаций в областях прослойки матрицы однородны.

Теорема 1. Производные условных и безусловных моментных функций второго порядка случайных полей напряжений и деформаций в 2D и 3D высокопористых композитах в точках, соответствующих нулевому значению аргумента, отрицательны, их значения не зависят от направления и координатного числа случайной структуры, а величина обратно пропорциональна суммарному периметру (площади) межфазных границ пора — матрица.

Теорема 2. Случайные поля напряжений и деформаций в 2D и 3D высокопористых композитах локально изотропны в приближении «малых расстояний».

Следствиями из этих теорем являются выводы о том, что, если поры имеют одинаковый радиус, то искомые производные обратно пропорциональны этому радиусу; о существенном влиянии на значения производных фракционного состава, определяемого типом закона распределения размеров пустот. Кроме того, эти производные могут рассматриваться в качестве возможного условия для верификации и отбраковки существующих и разрабатываемых моделей, используемых при построении приближенных решений стохастических краевых задач механики для высокопористых металлических пен и биокерамики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-01-00910).

Распределение перемещений на границе изотропного полупространства при упругом закреплении его поверхности вне круговой области приложения нормальной нагрузки

Залетов В. В.¹, Залетов С. В.², Хапилова Н. С.¹

¹*Донецк, Институт прикладной математики и механики НАН Украины*

²*Таганрог, Таганрогский государственный педагогический институт*

им. А. П. Чехова

tanais13@gmail.com, sponsor1213@gmail.com, hapines.nelly@gmail.com

Рассматривается осесимметричная задача теории упругости о деформации изотропного полупространства при следующих граничных условиях: в круговой области V на полупространство действует равномерно распределенная нагрузка, вне V — нормальные напряжения и перемещения пропорциональны, касательные напряжения на всей граничной плоскости отсутствуют, на бесконечности напряжения обращаются в нуль. Формулы для перемещений на границе полупространства, полученные в результате решения смешанной задачи методом интегрального преобразования Ханкеля, содержат неизвестную вспомогательную функцию, для определения которой построено интегральное уравнение Фредгольма второго рода. В частном случае, когда поверхность полупространства не закреплена, вспомогательная функция совпадает с функцией, задающей нагрузку в круговой области, а формулы для компонент вектора перемещений на границе совпадают с результатами С. П. Тимошенко, Дж. Гудьера.

При численных исследованиях задачи для полупространства с закрепленной границей решение интегрального уравнения построено методом последовательных приближений. Несобственные интегралы, входящие в аналитические формулы для компонент перемещений, представлены в виде суммы двух интегралов, при этом первые интегралы вычислены и записаны в виде специальных и элементарных функций. Отмечено существенное уменьшение времени вычисления вторых интегралов по сравнению со слабо сходящимися исходными несобственными интегралами. С помощью компьютерной графики исследована зависимость компонент вектора перемещений от радиальной координаты. Проанализированы закономерности распределения радиальных и вертикальных перемещений внутри и вне области приложения нагрузки. Установлено влияние параметра, характеризующего закрепление поверхности полупространства и его упругие свойства, на распределение перемещений на границе. Выполнено сравнение с известным решением задачи для изотропного полупространства, в случае, когда к границе приложена распределенная по круговой области нормальная нагрузка постоянной интенсивности, а вне круговой области граничная плоскость свободна от внешних усилий.

Построенное аналитическое решение смешанной задачи может быть использовано для расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород при разработке пластовых месторождений полезных ископаемых, а также для оценки прочности деталей с тонкими перфорированными прослойками.

Определение упругих и диссипативных свойств материалов на основе сочетания МКЭ и комплекснозначных искусственных нейронных сетей

Занг Н. Ч.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

В настоящее время искусственные нейронные сети (ИНС) широко применяются в различных областях науки. Одним из применения их в механике является решение коэффициентных и геометрических обратных задач, а именно определение механических свойств твердых тел и реконструкция дефектов. В начале 90-х годов прошлого столетия в работах Т. Nitta были предложены комплекснозначные искусственные нейронные сети (КИНС), которые в настоящее время широко используются для решения прикладных задач. КИНС параметры которых (веса, пороговые значения, входы и выходы) являются комплексными числами и применяются в различных областях современной техники, таких как оптоэлектроника, воспроизведение изображений, синтез речи, машинное зрение, дистанционный сбор данных, квантовые аппараты, пространственно-временной анализ физиологических нейронных аппаратов и систем. Применение КИНС в задачах механики является новой областью исследований, которая начала развиваться только в последние годы.

В настоящей работе КИНС применяется к решению обратной коэффициентной задачи идентификации упругих и диссипативных свойств (модуль Юнга и добротность) деформируемого твердого тела. Дополнительная информация для решения этой обратной задачи связана с измерением поля смещения на границе тела (в дискретном наборе точек), совершающего гармонические колебания в окрестности первой резонансной частоты. В приведенном примере исследуются вопросы точности идентификации механических свойств материала в зависимости от числа точек измерения и их расположения, а также от архитектуры нейронной сети и длительности (количество эпох) процесса ее обучения, который осуществляется с помощью алгоритмов RProp, QuickProp. Проведена оценка временных затрат, связанных с обучением КИНС.

Осуществлена программная реализация метода и проведено его тестирование при использовании первой резонансной частоты колебаний. В результате численного эксперимента (составлено 2000 векторов данных, 1800 из которых используются для обучения, 200 для тестирования. Затем проводятся компьютерные эксперименты, выполненные с помощью КИНС) выявлены архитектуры КИНС дающие лучший результат идентификации, а именно 2 (входных нейронов) – 4 (скрытых нейронов) – 1 (выходной нейрон), или 6 (входных нейронов) – 6 (скрытых нейронов) – 1 (выходной нейрон). Разработанный метод и программы могут быть использованы для определения диссипативных свойств на различных частотах (не только первой), а также для более сложных свойств упругого тела, например при наличии анизотропии.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Нелинейный изгиб призматического бруса с распределенными дислокациями

Зеленина А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
a.zelenina@gmail.com

Рассматривается задача о больших деформациях чистого изгиба цилиндрических (призматических) упругих тел с непрерывно распределенными дислокациями. Исследование основано на системе уравнений трехмерной нелинейной теории упругости, состоящей из уравнений равновесия для напряжений, определяющих соотношений материала и уравнений несовместности

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \mathbf{D} = dW(\mathbf{C})/d\mathbf{C}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha} \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{D}$ — несимметричный тензор напряжений Пиолы, $\mathbf{C}$ — тензор дисторсии, $\boldsymbol{\alpha}$ — тензор плотности дислокаций, W — удельная потенциальная энергия деформации. Упругое тело в отсчетной конфигурации имеет форму цилиндра произвольного поперечного сечения. Образующие цилиндра параллельны оси x_3 , а координаты x_1, x_2 отсчитываются в плоскости поперечного сечения. Задача об изгибе решается полуобратным методом, позволяющим отделить переменную x_3 и свести исходную трехмерную задачу к двумерной краевой задаче для плоской области σ в форме поперечного сечения бруса. Поле тензора дисторсии разыскивается в виде ($\omega = \text{const}$)

$$\mathbf{C} = C_{\gamma\beta}(x_1, x_2) \mathbf{i}_\gamma \otimes \mathbf{e}_\beta + C_{33}(x_1, x_2) \mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{e}_3; \quad \gamma, \beta = 1, 2 \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{i}_1, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{i}_2 \cos \omega x_3 + \mathbf{i}_3 \sin \omega x_3, \quad \mathbf{e}_3 = -\mathbf{i}_2 \sin \omega x_3 + \mathbf{i}_3 \cos \omega x_3$$

где $\mathbf{i}_k$ ($k = 1, 2, 3$) — орты декартовых координат, ωx_3 — угол поворота сечения стержня $x_3 = \text{const}$ вокруг орта $\mathbf{i}_1$. Тензор плотности дислокаций предполагается заданным в виде

$$\boldsymbol{\alpha} = \alpha_{\beta 3}(x_1, x_2) \mathbf{i}_\beta \otimes \mathbf{e}_3 + \alpha_{3\beta}(x_1, x_2) \mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{e}_\beta \quad (3)$$

Если материал цилиндра изотропен или ортотропен, то тензор напряжений Пиолы (1) в силу (2) будет иметь представление

$$\mathbf{D} = D_{\gamma\beta}(x_1, x_2) \mathbf{i}_\gamma \otimes \mathbf{e}_\beta + D_{33}(x_1, x_2) \mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (4)$$

На основании (2)-(4) задача изгиба приводится к двумерной краевой задаче, состоящей из дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{33}}{\partial x_2} - \omega C_{22} &= \alpha_{13}, \quad -\frac{\partial C_{33}}{\partial x_1} + \omega C_{12} = \alpha_{23}, \quad \frac{\partial C_{21}}{\partial x_1} - \frac{\partial C_{11}}{\partial x_2} = \alpha_{31} \\ \frac{\partial D_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial D_{21}}{\partial x_2} &= 0, \quad \frac{\partial D_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial D_{22}}{\partial x_2} = \omega D_{33} \end{aligned}$$

с неизвестными функциями $C_{\gamma\beta}$, C_{33} и краевых условий $n_1 D_{11} + n_2 D_{21} = 0$, $n_1 D_{12} + n_2 D_{22} = 0$ на плоской кривой $\partial\sigma$, имеющей вектор нормали $\mathbf{n} = n_1 \mathbf{i}_1 + n_2 \mathbf{i}_2$. Решение полученной двумерной краевой задачи позволяет, в частности, исследовать влияние дислокаций на нелинейную зависимость изгибающего момента от параметра ω , характеризующего кривизну оси изогнутого стержня.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038).

Динамическая контактная задача о движении плоского штампа по границе упругой полуплоскости

Зеленцов В. Б.

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
vبزelen@gmail.com*

Рассматривается нестационарная динамическая контактная задача о движении плоского штампа с постоянной скоростью по границе упругой полуплоскости. Во время движения штамп деформирует упругую полуплоскость, внедряясь в нее таким образом, что его основание остается параллельным границе полуплоскости в каждый момент времени. Силы трения и сцепления между основанием штампа и упругой полуплоскостью отсутствуют. Вне области контакта штампа с упругой средой поверхность полуплоскости свободна от напряжений. В подвижных координатах, связанных с движущимся штампом, контактная задача сводится к решению двумерного интегрального уравнения, ядро которого зависит от разности аргументов по каждой из переменных. Приближенное решение интегрального уравнения задачи строится в виде ряда, нулевой член которого представляется суперпозицией решений соответствующих двумерных интегральных уравнений на координатной полуоси за вычетом решения интегрального уравнения на всей оси.

Двумерные интегральные уравнения на координатной полуоси с помощью интегрального преобразования Лапласа сводятся к одномерным интегральным уравнениям на полуоси относительно трансформанты Лапласа нормальных напряжений под штампом на границе полуплоскости, решение которого строится методом Винера–Хопфа с помощью точной факторизации подынтегральной функции ядра интегрального уравнения, как и трансформанта Лапласа вертикальных смещений на свободной поверхности вне штампа. Решение двумерного интегрального уравнения на координатной оси строится с помощью интегральных преобразований Лапласа и Фурье.

Решение задачи построено в четырех скоростных диапазонах движения штампа, охватывающих весь спектр его скоростей, проводится подробный анализ особенностей контактных напряжений и вертикальных смещений свободной поверхности на границе области контакта, влияние скорости штампа на контактные напряжения и вертикальные смещения свободной поверхности. Для получения эффективных решений задачи, не содержащих сингулярных квадратур, предлагаемый приближенный метод решения интегрального уравнения, основанный на специальной аппроксимации в комплексной плоскости подынтегральной функции ядра интегрального уравнения. Предложенная аппроксимация допускает факторизацию элементарными средствами, что существенно упрощает формулы приближенного решения. Рассматриваемая задача впервые была поставлена и исследована Л. А. Галиным методами теории функций комплексной переменной в дозвуковом скоростном диапазоне движения штампа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-08-01435-а.

Модель нестационарной механодиффузии для двухкомпонентного слоя

Земсков А. В.¹, Тарлаковский Д. В.^{1,2}¹*Москва, Московский авиационный институт**(национальный исследовательский университет)*²*Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова*

azemskov1975@mail.ru, tdv902@mail.ru

В работе рассматривается задача об определении напряженно деформированного состояния упругой среды с учетом структурных изменений, обусловленных наличием диффузионных потоков. Известно, что деформация тела неразделимо связана с изменением содержащегося в нем тепла и, следовательно, с изменением распределения температуры в теле. Изменяющееся во времени поле деформаций вызывает изменение поля температуры, и наоборот. Кроме того, наличие диффузионных потоков приводит к перераспределению компонентов вещества, поэтому в диффузионной зоне возникает напряженно-деформированное состояние, которое в свою очередь влияет на величину диффузионного потока.

Объектом исследования является упругий слой, представляющий двухкомпонентный твердый раствор, находящийся под действием нестационарных диффузионных потоков. В качестве модели, описывающей вышеуказанные физико-механические процессы в деформируемой среде, используются геометрически-линейная модель упругости с учетом диффузии, включающая в себя следующие предположения:

- 1) изменения концентрации, сопутствующие деформированию, малы;
- 2) возрастание концентрации не приводят к существенным изменениям упругих и диффузионных характеристик материала, поэтому эти константы будем рассматривать как величины, не зависящие от концентраций;
- 3) деформации малы, а именно предполагается, что квадраты и произведения компонент тензора деформаций пренебрежимо малы по сравнению с самими компонентами.

Предлагаемая в работе модель является расширением классических моделей упругости и термоупругости, которая учитывает необратимость физических процессов, обусловленную наличием конечных тепловых и диффузионных потоков. Алгоритм решения основан на интегральном представлении искомых функций. Для этого полагается, что функции, стоящие в правых частях граничных условий, являются дельта-функциями Дирака. Тогда задача решается с помощью разложения в тригонометрические ряды с последующим применением преобразования Лапласа по времени. Решения в изображениях представляют собой дробно-рациональные функции параметра преобразования Лапласа. Разлагая эти функции на элементарные дроби, по таблицам операционного исчисления находим оригиналы, которые являются фундаментальными решениями исходной задачи. Окончательное решение задачи задается интегралом типа свертки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-08-00064-а).

Расчет усталостных свойств полимеркомпозитных материалов на основе конечноэлементного моделирования

Зиборов Е. Н.¹, Напрасников В. В.², Соловьев А. Н.^{1,3,4}

¹*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

²*Минск, Белорусский национальный технический университет*

³*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

⁴*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

solovievarc@gmail.com

Одной из нерешенных проблем механики композиционных материалов является прогноз ресурса элементов конструкций, особенно силовых, которые подвержены циклическим нагрузкам или находятся под действием температуры и влажности. Одним из таких элементов является полимеркомпозитная лопасть вертолета, полученная способом намотки и термическим отверждением, представляющую собой эпоксидную матрицу, усиленную стекловолокном.

В работе развиваются методы определения механических свойств армированных композитов, в том числе усталостных при многоцикловой нагрузке. С этой целью рассматривается представительный объем армированного композита и однородного материала с эффективными свойствами, решение статических задач для которых строятся аналитически или численно. По аналогичной схеме определяются свойства и размеры межфазного слоя и его повреждения, выражающееся в нарушении адгезии.

Усталостные свойства композита определяются на основе численных решений задач для представительных объемов, находящихся в условиях характерных для эксплуатации рассматриваемых конструкций, в конечно элементном пакете ANSYS, в предположении, что эти свойства для компонент известны. Разработанная методика позволяет оценить усталостные свойства композита и их изменение при нарушении технологии изготовления (несоответствие объемного содержания компонент).

На последнем этапе работы проведено компьютерное моделирование двух натурных динамических испытаний фрагмента лопасти, в том числе с хвостовыми отсеками. В первом испытании фрагмент лопасти подвергается поперечному изгибу при много цикловом нагружении. Испытания проводятся до разрушения образца, которое показывает отслаивание ленты намотки во внешней части поперечного контура лонжерона. Во втором испытании моделируется действие инерциальных сил с помощью приложения постоянных растягивающих усилий, как к лонжерону, так и хвостовому отсеку. Образец также как и в первом случае подвержен многоциклового изгибу. При выбранных величинах нагрузок и амплитудах колебаний разрушение происходит в хвостовом отсеке. В пакете ANSYS проведено конечноэлементное моделирование обоих испытаний. Расчеты напряженно-деформированного состояния элементов конструкций позволяют выявить места, в которых локализуются повреждения, приводящие к разрушению образцов. Конечной целью конечно-элементного моделирования является определение оптимальной структуры композитных материалов для увеличения ресурса и прочности конструкции.

Однородные универсальные деформации для микрополярных изотропных упругих тел

Зубов Л. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

zubovl@yandex.ru

Универсальными деформациями для данного класса материалов в механике сплошной среды называют такие деформации, которые удовлетворяют уравнениям равновесия для любого материала из этого класса при отсутствии массовых нагрузок. Для простых (неполярных) материалов универсальными являются любые однородные деформации, т. е. такие, для которых градиент деформации $\mathbf{F}$ не зависит от координат.

В докладе исследуется вопрос об универсальных однородных деформациях для микрополярной упругой среды (континуума Коссера), в которой поле вращений кинематически независимо от поля перемещений. Однородными деформациями микрополярного тела называются такие, в которых постоянны градиент деформации и тензор микроповорота. Система уравнений равновесия упругой микрополярной среды при отсутствии массовых сил и массовых моментов имеет вид

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{G} + (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{D})_{\times} = 0, \quad \mathbf{D} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{H} \quad (1)$$

$$\mathbf{P} = \partial W / \partial \mathbf{E}, \quad \mathbf{K} = \partial W / \partial \mathbf{L}, \quad W = W(\mathbf{E}, \mathbf{L}) \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{H}^T, \quad \mathbf{L} = -\mathbf{H} \cdot (\operatorname{rot} \mathbf{H})^T + \frac{1}{2} \operatorname{tr} [\mathbf{H} \cdot (\operatorname{rot} \mathbf{H})^T] \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{D}$ и $\mathbf{G}$ — тензоры напряжений и моментных напряжений типа Пиолы, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{K}$ — тензоры напряжений и моментных напряжений типа Кирхгофа, $\mathbf{H}$ — собственно ортогональный тензор микроповорота, $\mathbf{E}$ — мера деформации, $\mathbf{L}$ — тензор изгибной деформации, $\mathbf{I}$ — единичный тензор, W — удельная потенциальная энергия деформации. При однородной деформации тензоры $\mathbf{F}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$ постоянны, а тензор $\mathbf{L}$ равен нулю. Поэтому тензоры $\mathbf{D}$ и $\mathbf{G}$ также постоянны. Тогда первое уравнение равновесия в (1) удовлетворяется тождественно, а второе в силу (2), (3) принимает вид

$$(\mathbf{E}^T \cdot \mathbf{P})_{\times} = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) эквивалентно требованию симметричности тензора $\mathbf{E}^T \cdot \mathbf{P}$ и при заданном градиенте деформации служит для определения тензора микроповорота $\mathbf{H}$. Справедлива теорема: в случае изотропного континуума Коссера уравнение (4) удовлетворяется при таких однородных деформациях, для которых мера деформации $\mathbf{E}$ будет симметричным тензором. В силу теоремы построение универсальных однородных деформаций изотропных микрополярных тел сводится к определению тензора микроповорота $\mathbf{H}$ из системы нелинейных уравнений

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{H} \cdot \mathbf{F}^T, \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{I}, \quad \det \mathbf{H} = 1 \quad (5)$$

В докладе приводится полное описание множества решений системы (5) и вытекающее отсюда построение набора однородных универсальных деформаций микрополярной среды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038).

Большие деформации толстостенной сферической оболочки с распределенными краевыми дислокациями

Зубов Л. М.¹, Филиппова Л. М.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ
zubovl@yandex.ru*

Дефекты строения твердых тел существенно влияют на механическое поведение многих современных конструкционных и наноструктурных материалов. Одной из распространенных математических моделей твердых тел с дефектами является континуальная теория дислокаций, в которой распределение дефектов характеризуется тензорным полем плотности дислокаций. В настоящее время известно очень мало точных решений нелинейной теории упругости для тел с распределенными дислокациями. В данной работе найдено решение новой задачи о больших деформациях упругого полого шара с распределенными краевыми дислокациями.

Введем в отсчетной конфигурации полого шара сферические координаты r , φ (долгота) и θ (широта), а единичные векторы, касательные к координатным линиям, обозначим $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_\theta$. Тензор плотности дислокаций $\boldsymbol{\alpha}$, содержащийся в уравнении несовместности $\text{rot} \mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha}$, зададим в виде $\boldsymbol{\alpha} = \beta(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\theta - \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\varphi)$. Тензор дисторсии $\mathbf{C}$ при $\boldsymbol{\alpha} = 0$ совпадает с градиентом места $\text{grad} \mathbf{R}$, где $\mathbf{R}$ — вектор положений частиц тела в деформированном состоянии. При наличии дислокаций, т. е. при $\boldsymbol{\alpha} \neq 0$ векторное поле $\mathbf{R}$ не существует. Тензор дисторсии в задаче о шаре ищется в виде

$$\mathbf{C} = C_r(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r + C_\varphi(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta) \quad (1)$$

Для изотропного упругого материала доказывается, что тензор напряжений Пиолы имеет представление, аналогичное (1)

$$\mathbf{D} = D_r(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r + D_\varphi(r)(\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta) \quad (2)$$

На основании (1), (2) уравнения равновесия и уравнения несовместности записываются следующим образом

$$\frac{dD_r}{dr} + \frac{2(D_r - D_\varphi)}{r} = 0, \quad \frac{C_r - C_\varphi}{r} - \frac{dC_r}{dr} = \beta(r) \quad (3)$$

Так как напряжения D_r и D_φ при помощи определяющих соотношений выражаются через компоненты дисторсии C_r и C_φ , то система (3) для произвольного изотропного материала легко приводится к одному нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. В рамках модели полулинейного (гармонического) материала удастся найти явное точное решение указанной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038).

Двухкомпонентная модель пластического течения: локализация, неустойчивость и прогнозирование разрушения

Зуев Л. Б.^{1,2}, Баранникова С. А.^{1,2}, Данилов В. И.¹

¹*Томск, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН*

²*Томск, Национальный исследовательский Томский государственный университет*

bsa@ispms.tsc.ru, dvi@isoms.tsc.ru, lbz@ispms.tsc.ru

Ранее было показано, что пластическая деформация металлов и сплавов имеет тенденцию к локализации на макроскопическом уровне на всех стадиях процесса течения. Различные формы процесса локализации могут рассматриваться как разные типы автоволн, зависящие от действующего на данной стадии закона деформационного упрочнения. Так, например, на стадии линейного деформационного упрочнения возникает типичная фазовая автоволна, характеризующаяся длиной до 1 см и малой скоростью распространения, которая обратно пропорциональна коэффициенту деформационного упрочнения. Дисперсионное соотношение для такой автоволны имеет квадратичный вид. Длины автоволн и скорости их распространения были измерены на стадии линейного упрочнения на образцах, изготовленных из Cu, Ni, Al, Sn, Fe, V, Ti, Zr и их сплавов, а также нанокристаллической керамики и некоторых горных пород с использованием специально разработанной методики двухэкспозиционной спекл-фотографии. Для объяснения автоволновой природы локализации пластического течения предложена двухкомпонентная модель, основанная на самопроизвольном разделении деформируемой системы на информационную и динамическую подсистемы. Информационная подсистема представляет собой совокупность импульсов акустической эмиссии, генерируемых в ходе течения. Динамическая подсистема объединяет элементарные акты пластической деформации. Модель предусматривает взаимодействие между подсистемами, которое может быть представлено следующим образом: акустические импульсы генерируются в ходе деформации; эти импульсы могут инициировать новые дислокационные сдвиги, которые в свою очередь сопровождаются акустической эмиссией. Модель позволила объяснить наиболее важные особенности автоволнового процесса пластического течения и его перехода к разрушению, которые оставались непонятными в рамках традиционных подходов:

- макроскопическое значение длины волны локализованной деформации, определяемое взаимодействием акустических импульсов с концентраторами напряжений, возникающими при пластическом течении;
- смену картин эволюции автоволновых процессов в ходе деформирования как результат изменений характера взаимодействия информационной и динамической подсистем;
- потерю устойчивости пластического течения, объясняемую коллапсом автоволны пластического течения на стадии предразрушения, и возможность предсказания места и момента разрушения с помощью анализа коллапсирующей автоволны. Обоснована новая методика прогнозирования разрушения.

Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрических устройств накопления энергии

Зыонг Л. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Рассматриваются три типа устройств накопления энергии, основанные на пьезоэлектрических элементах. Все типы устройств предполагается использовать в элементах конструкций, совершающих поступательные колебания, как гармонические, так и нестационарные, вызванные импульсными действиями внешних сил. В случае гармонических колебаний исследуются резонансные и нерезонансные случаи при двух способах возбуждения колебаний: кинематическом — конструкция совершает колебания заданной амплитуды и силовом — на устройство действует сила заданной величины. Характерной особенностью этих устройств является наличие инерционной массы, выбор материалов и размеров, которые влияют на резонансные частоты. Этот выбор может быть связан с использованием экологических материалов, например свободными от свинца и др. Оптимизация конструкции предполагает достижение максимального выходного напряжения или мощности при включении устройства во внешнюю электрическую цепь. С этой целью исследованы зависимости собственных резонансных частот от геометрических параметров устройств, включающих продольные и поперечные размеры составляющих элементов, способы закрепления инерционных масс и т. п. Это в свою очередь позволяет при заданной частоте внешнего воздействия подобрать конструкцию, у которой собственная частота совпадает с вынужденной.

Основным инструментом исследования являются одномерные аналитические модели или конечноэлементные модели, реализованные в пакетах ACELAN и ANSYS.

В первом типе устройств пьезоэлемент является цилиндрическим и совершает вынужденные осевые колебания, при этом инерционная масса прикреплена к одному из торцов. Учитывая возможные ограничения на высоту устройства и материал инерционной массы, исследуется вопрос использования композиционной керамики для получения максимального выходного напряжения.

Во втором типе используется биморф с двумя тонкими симметрично расположенными пьезоактивными слоями и дисковидным центральным несущим слоем. Исследуется вопрос оптимальных размеров составляющих элементов, формы пьезокерамического слоя, способов соединения инерционной массы и материалов центрального слоя.

Третий тип устройства представляет собой трехслойный кантилевер, также как и во втором случае с двумя слоями пьезокерамики. В этом случае исследуется вопрос выбора материала и толщины среднего пассивного слоя, размера инерционной массы и способа ее закрепления.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Численное моделирование динамики составного пороупругого тела

Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Петров А. Н., Ипатов А. А.

Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного

им. Н. И. Лобачевского

igumnov@mech.unn.ru

Рассматривается теория пороупругости с четырьмя базовыми функциями — перемещения и поровое давление. Исследуется процесс распространения динамического импульса в пороупругом теле в зависимости от величины значения коэффициента проницаемости. Для однородного пороупругого тела варьирование величины коэффициента проницаемости позволяет продемонстрировать эффект появления волны Био. Проводились исследования для составного пороупругого тела, когда в одной пороупругой части тела имеется сильное влияние волны Био, а в другой части тела волна Био традиционно слабо выражена.

Рассмотрим кусочно-однородное тело Ω в трехмерном евклидовом пространстве R^3 с декартовой системой координат $Ox_1x_2x_3$. Границу тела обозначим через S , границы однородных частей Ω_k ($k = 1, \dots, K$) — через S_k . Предполагается, что Ω_k являются изотропными телами. Параметры материала каждой однородной части Ω_k маркируем верхним индексом « k ». Динамическое состояние каждой части тела Ω_k описывается системой дифференциальных уравнений в обобщенных перемещениях (*Schanz M. Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua. Berlin: Springer, 2001. 170 p.*).

Методика построения дискретных аналогов ГИУ основана на гранично-элементном подходе к аппроксимации границы области, на обобщенных граничных перемещениях и обобщенных поверхностных силах и использовании методов численного обращения преобразования Лапласа. В качестве проекционного метода применялся метод коллокации. Чтобы ввести ГЭ-дискретизацию, рассматривается регуляризованное уравнение.

Рассмотрена задача о действии вертикальной силы на поверхность однородного пороупругого полупространства. В качестве закона изменения приложенной нагрузки выбрана функция Хевисайда. Дневная поверхность полупространства свободная и проницаемая: на дневной поверхности задано поровое давление $p = 0$ и поверхностные силы $t_i(t) = 0$ ($i = \overline{1,3}$), кроме участка площадью 1 м^2 , где $t_3(t) = t^0 f(t)$.

Исследование свидетельствует о том, что значение коэффициента проницаемости пороупругого материала, входящего в динамический закон Дарси, существенно влияет не только на амплитуду поверхностной волны, но и на скорость ее распространения.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры России на 2009-2013 годы» (№14.В37.21.1137, №14.В37.21.1249), Программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2843.2012.8) и при поддержке РФФИ (гранты 12-01-00698-а, 12-08-00984-а, 13-08-97091 р-поволжье-а, 12-08-31572 мол-а, 13-08-00658-а).

Применение метода гранично-временных элементов
для моделирования краевых задач динамики
трехмерных упругих и пороупругих тел

Игумнов Л. А., Ратаушко Я. Ю., Аменицкий А. В., Белов А. А.

Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного

им. Н. И. Лобачевского

igumnov@mech.unn.ru, belov_a2@mech.unn.ru

Рассматривается проблема построения шаговых по времени гранично-элементных схем для компьютерного моделирования решений краевых задач динамики трехмерных упругих и пороупругих тел. Гранично-элементные схемы опираются на применение метода квадратур сверток и аппарат формализации схем Рунге-Кутты с помощью коэффициентов таблиц Бутчера. Шаговые гранично-элементные схемы применены для решения конкретных трехмерных краевых задач.

Новый импульс к построению шаговых по времени схем метода граничных элементов (МГЭ) для решения динамических задач теории вязко- и пороупругости дали работы (Lubich C. Convolution Quadrature and Discretized Operational Calculus // Numerische Mathematik. 1988. № 52; Schanz M. Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua. Berlin: Springer, 2001. 170 p.). Различные модификации метода квадратур сверток применены в (Баженов В. Г., Белов А. А., Игумнов Л. А. Гранично-элементное моделирование динамики кусочно-однородных сред и конструкций. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. 180 с; Белов А. А. Гранично-элементный расчет динамики составных вязкоупругих тел // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник. 2008. № 70. С. 162–168).

Тесная связь работ ((Lubich C., 1988; Schanz M., 2001) с методом Рунге-Кутты позволяет строить новые модификации метода квадратур сверток (Schanz M., Runge-Kutta convolution quadrature for the boundary element method // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2012. P. 90–101).

Работа посвящена вопросу применения таких модификаций в рамках конкретной гранично-элементной схемы решения краевых трехмерных динамических задач теории упругости и пороупругости.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры России на 2009–2013 годы» (№14.В37.21.1137, №14.В37.21.1249), Программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2843.2012.8) и при поддержке РФФИ (гранты 12-01-00698-а, 12-08-00984-а, 13-08-97091 р-поволжье-а, 12-08-31572 мол-а, 13-08-00658-а).

Точное решение задачи о равновесии пластинки на упругом стержне с двумя линейными инвариантными соотношениями

Илюхин А. А., Шретер С. А.

*Таганрог, Таганрогский государственный педагогический институт
им. А. П. Чехова*

aleilyukhin@yandex.ru, sergshre@yandex.ru

Рассмотрена гибридная механическая система, состоящая из абсолютно жесткой пластинки и прикрепленного к ней упругого стержня. Система находится в набегающем потоке воздуха. В отличие от рассмотренной ранее авторами ситуации, когда пластинка симметрична и точка соединения пластинки и стержня находится на оси симметрии, что приводит к плоскопараллельной задаче, в систему внесены конструктивные несовершенства, связанные с положением точки соединения двух частей и ориентацией системы относительно потока воздуха. Изменения в системе должны позволить изучить влияние *массовой несимметрии* летательного аппарата (ЛА) и изменение аэродинамических сил во время совершаемых ЛА *маневров*. В частности, исследовать устойчивость движения ЛА при изменении режимов движения. Поведение гибридной системы описывается системой дифференциальных уравнений Эйлера-Кирхгофа. В связи с тем, что плоскопараллельное поведение системы описывалось точным решением (типа обобщенного физического маятника), методика исследования изучаемых явлений основывается на отыскании точного решения включающего изученное решение при дополнительных ограничениях на параметры системы. Решение характеризуется наличием двух линейных инвариантных соотношений:

$$C_1 M_1 + C_2 M_2 + C_3 M_3 = A, D_1 M_1 + D_2 M_2 + D_3 M_3 = E, \quad (1)$$

где M_i — компоненты вектора моментов в главных осях изгиба и кручения, а остальные величины — константы, зависящие от конструктивных параметров и аэродинамических сил. Используя инварианты (1), их производные и общие интегралы уравнений Э-К, получаем систему семи уравнений для определения искоемых констант. После ее преобразования получим систему из двух нелинейных уравнений относительно M_2 :

$$\begin{cases} X_3 M_2^3 + X_2 M_2^2 + X_1 M_2 + X_0 = 0 \\ Y_4 M_2^4 + Y_3 M_2^3 + Y_2 M_2^2 + Y_1 M_2 + Y_0 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Для существования нетривиального решения (*когда M_2 не константа*), необходимо чтобы система (2) удовлетворялась при любых значениях M_2 , что дает недостающие уравнения для определения коэффициентов.

Анализ полученных 8 точных решений позволяет сделать выводы:

- Коэффициенты решений зависят от скорости потока, ориентации пластинки к потоку и параметров системы;
- Искомые константы, а также константы H, K из общих интегралов системы Э-К, зависят от параметров стержня и аэродинамической силы набегающего потока, передаваемой на стержень с помощью пластинки.

Устойчивость бесконечной балки Бернулли-Эйлера, связанной с неоднородным упругим основанием

Индейцев Д. А.¹, Мочалова Ю. А.², Семенов Б. Н.³

¹*Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН*

²*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет*

³*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*
dmitry.indeitsev@gmail.com, yumochalova@yandex.ru

В работе рассматривается бесконечная балка, лежащая на упругом основании и поджатая силой P . Упругое основание имеет особенность — конечную область, характеризующуюся меньшим значением коэффициента жесткости. В теории упругой устойчивости предполагается, что при достаточно малых нагрузках равновесие упругой системы устойчиво, и оно остается таковым вплоть до первой точки разветвления форм равновесия, за которой исходная форма становится неустойчивой. Критическая сила определяется как наименьшая сила, при которой наряду с исходной формой равновесия появляется близкая к ней другая форма. Однако такой статический подход применим только для консервативных систем. Для определения устойчивости неконсервативных систем необходимо применять более общий динамический подход, основанный на рассмотрении колебаний системы вблизи равновесия. Теория применения обоих методов при решении задач устойчивости систем конечных размеров хорошо известна, однако вопрос касательно систем бесконечных размеров остается открытым. Исследуется возможность локализации колебаний в области дефекта основания и особенности потери устойчивости балки в этом случае. Под локализованной формой колебаний будем понимать форму сосредоточенную вблизи области неоднородности основания и имеющую конечную энергию. Математически существование локализованных мод эквивалентно наличию как непрерывного, так и дискретного спектра собственных значений соответствующих краевых задач. Для рассматриваемой балки, лежащей на неоднородном упругом основании, продемонстрировано, что существование локализованной моды колебаний связано с возникновением точечного спектра собственных частот колебаний, который лежит ниже частоты отсечки балки. В работе показано, что потеря устойчивости балки связана с существованием локализованной формы колебаний в области дефекта. Получена зависимость частоты дискретного спектра от значения силы P . Стремление дискретной, собственной частоты в ноль определяет локализованную форму потери устойчивости и критическую силу, значение которой совпадает со значением, полученным из решения соответствующей статической задачи. Построена функция Грина балки, поджатой силой, исходная краевая задача сведена к интегральному уравнению, что позволило получить приближенные оценки для частоты колебаний. Проанализировано влияние размеров области дефекта основания и его жесткости на величину критической силы.

Беспроводной датчик температуры на поверхностных акустических волнах с кодовыми отражателями

Карапетьян Г. Я., Днепровский В. Г., Богданов М. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

jorichkaka@yandex.ru

При реализации датчика на поверхностных акустических волнах (ПАВ) с дополнительными кодовыми отражателями полезная информация о состоянии датчика (а следовательно, и наблюдаемого объекта) считывается в режиме реального времени с минимальными временными затратами. При этом оператор или пользователь может находиться на расстоянии от контролируемого объекта.

В условиях сильных нестационарных помех амплитуда сигнала может сильно зависеть от времени измерения, даже если проводить усреднение, что может привести к существенному понижению точности измерений. Однако, если измерять не амплитуду сигнала, а задержку сигнала между опорным и отражательным встречно-штыревыми преобразователями (ВШП), то точность определения амплитуды не будет сказываться на результатах измерений. Более того, можно между опорным и отражательным ВШП расположить кодовые отражатели, которые для каждого датчика будут иметь разные положения. Тогда датчик можно рассматривать как радиочастотную идентификационную метку, в которой расстояние между импульсами будет зависеть от измеряемой физической величины.

При реализации датчика на ПАВ с дополнительными кодовыми отражателями полезная информация о состоянии датчика (а следовательно, и наблюдаемого объекта) считывается в режиме реального времени с минимальными временными затратами. При этом оператор или пользователь может находиться на расстоянии от контролируемого объекта. Возможность приема переотраженного (резонатором или линией задержки) радиосигнала без использования механических и электрических соединений на расстоянии — основная особенность ПАВ-технологии. К тому же конструктивные и технологические решения, датчиков на ПАВ позволяют проводить мониторинг состояния объектов и их идентификацию в экстремальных условиях, например, в движении, при повышенной радиации или в реактивных средах. К другим конкурентным преимуществам пассивных датчиков на ПАВ с кодовыми отражателями, часто называемых ПАВ-метками, относятся: малая излучаемая мощность опрашивающего устройства, возможность контроля температуры, давления, ускорения и других физических параметров. Мощность на выходе считывателя была равна 2,5 мВт, что соответствует напряжению 0,35 В при сопротивлении 50 Ом. При мощности на выходе прибора в 250 мВт дальность может вырасти в 10 раз и достичь 3 м при использовании антенны в виде полуволнового вибратора. Это расстояние может быть увеличено еще в 3-4 раза за счет оптимизации приемо-передающих антенн.

Расчет влияния взаимодействия зонд–образец на динамические характеристики микроконсоли атомно-силового микроскопа под действием теплового шума

Карпинский Д. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

karp@math.rsu.ru

Динамическая атомно-силовая микроскопия (ДАСМ) использует взаимодействие вершины зонда микроконсоли с поверхностью исследуемого образца для того, чтобы изменить динамику микроконсоли (амплитуду колебаний, резонансную частоту, фазу). Создание оптимальных условий для работы ДАСМ в режиме силовой спектроскопии позволит детально изучить явление адгезии и процесс разрывов и восстановления химических связей в рамках термofлуктуационной концепции разрушения. С этой целью выполнен расчет характеристик колебаний микроконсоли атомно-силового микроскопа в малоамплитудном динамическом режиме, когда единственной возмущающей силой является тепловой шум. Силы, действующие между вершиной зонда и образцом, характеризуются коэффициентами взаимодействия K_n и K_t , а микроконсоль статическим коэффициентом жесткости k_c .

Расчеты показали, что в режиме отталкивания (контактный режим) увеличение K_n/k_c при $K_n > 0$ (например, переход к мягким микроконсолям) происходит монотонное увеличение собственных частот, тогда как в режиме притяжения при $K_n < 0$ снижение по абсолютной величине K_n/k_c приводит к снижению собственных частот вплоть до обращения первой собственной частоты в ноль при $K_n/k_c < -1$. Поскольку первая мода вносит основной вклад в энергию колебаний микроконсоли, то это обстоятельство значительно влияет на оценку влияния теплового шума для микроконсоли. Неожиданными также оказались результаты о немонотонной зависимости коэффициентов, характеризующих форму микроконсоли в заданной моде от K_n/k_c (коэффициенты увеличиваются по абсолютной величине при $K_n/k_c > 2$) и исчезновение мод третьего и более высокого порядка в режиме отталкивания.

По результатам расчета можно сделать вывод о необходимости подбора для опытов микроконсоли в соответствии с поставленной задачей эксперимента. Так, например, при необходимости уменьшить влияние теплового шума при работе с внешней возбуждающей силой в контактном режиме следует использовать «мягкую» микроконсоль, а при работе в бесконтактном режиме «мягкую» микроконсоль использовать опасно, так как первая собственная частота может обратиться в ноль. Полный вклад теплового шума в среднеквадратичное отклонение зонда обусловлен суммой вкладов, соответствующих отдельным модам колебаний. Результаты расчетов показали, что величины отклонений зонда быстро убывают с увеличением номера моды. В дальнейшем предполагается уточнить расчеты коэффициентов силы K_n и K_t с учетом данных о среднеквадратичном отклонении высоких мод.

Прямые и обратные задачи массопереноса в углепородном массиве:
новый подход к определению диффузионно-емкостных характеристик

Карчевский А. Л.¹, Назаров Л. А.², Назарова Л. А.², Родин Р. И.³

¹Новосибирск, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

²Новосибирск, Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН

³Кемерово, Институт угля СО РАН

naz@misd.nsc.ru, larisa@misd.nsc.ru

Заблаговременная дегазация подготавливаемых к выемке участков — неотъемлемая составляющая современных технологий разработки угольных месторождений. Это позволяет уменьшить опасность катастрофических явлений таких, как внезапные выбросы, горные удары. Для определения времени дегазации и оптимального расположения дегазационных скважин необходимо, в частности, оценить их продуктивность и исходное содержание газа в пласте.

1. Углепородный массив обладает природной трещиноватостью, поэтому для исследования процессов массопереноса в окрестности скважин разработана двухуровневая геомеханическая модель, учитывающая блочную структуру и напряженно-деформированное состояние среды, фильтрационные параметры нарушений сплошности, диффузионно-емкостные характеристики пласта и т. д. Эмиссия метана из блока описывается двумерной моделью диффузии с нелинейными условиями массообмена на границах блоков, а перенос газа по сети нарушений — одномерной моделью фильтрации. На основе численных расчетов установлена зависимость дебита скважины от начального содержания газа в пласте S , сорбционных свойств угля, параметров природного поля напряжений.

2. Широко распространенный метод оценки S заключается в измерении давления в герметичной емкости с только что отбитой от пласта пробой угля. Интерпретация полученных таким образом данных осуществляется на основе либо приближенных аналитических формул, либо полуэмпирических соотношений «темпа падения давления – коэффициент диффузии» и «газосодержание – объем газа в емкости». При этом не учитываются, в частности, гранулометрический состав пробы, сорбционные свойства угля и т. д. Здесь обоснован подход, позволяющий по изменению давления газа в двух емкостях, заполненных пробами газа одинакового объема, но герметизированных в различные моменты времени, дать количественную оценку газосодержания S , а также диффузионно-емкостных характеристик пласта. Подход основан на решении нелинейной коэффициентной обратной задачи для системы уравнений диффузии и десорбции, описывающих эмиссию газа из частиц угля каждой фракции. Предложена не зависящая от S целевая функция, минимум которой, доставляющий решение обратной задачи, искался модифицированным авторами методом сопряженных градиентов. Численными экспериментами установлена однозначная разрешимость сформулированной обратной задачи, при этом даже при уровне шума 40% во входных данных ошибка при определении газосодержания не превышает 5%.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 13-05-00782) и Интеграционного проекта СО РАН № 99.

Нелинейные эффекты в задачах о равновесии упругого цилиндра из микрополярного материала

Карякин М. И., Майорова О. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
oamayorova@sfedu.ru

Возросший интерес к моментной теории упругости обусловлен широкими возможностями среды Коссера для достаточно точного моделирования зернистых, пористых и сыпучих сред, композитов, геоматериалов, клеточных (например, костная ткань) и волокнистых материалов. В настоящее время этот интерес усиливается в связи с потребностями наномеханики в моделях, учитывающих влияние структуры материала. Одна из основных проблем теории упругости микрополярных сред связана с выбором определяющего соотношения и последующего определения его параметров — материальных характеристик среды. Именно поэтому актуальным является анализ таких механических задач, решения которых при использовании моделей среды Коссера существенно отличаются от решений, построенных в рамках классической теории.

В работе рассмотрена задача о нелинейных эффектах при деформировании — растяжении и кручении — кругового цилиндра, содержащего изолированную клиновую дисклинацию, ось которой совпадает с осью цилиндра.

При анализе равновесия микрополярного цилиндра с дисклинацией обычно предполагается, что микроповорот частиц происходит вдоль оси, параллельной оси цилиндра. При учете кручения данное предположение не верно, поэтому в качестве полубратного представления для тензора микроповорота $\mathbf{H}$ было использовано представление:

$$\mathbf{H} = \mathbf{e}_r \mathbf{e}_R + \cos \chi(r)(\mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_\Phi + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_Z) + \sin \chi(r)(\mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_Z - \mathbf{e}_z \mathbf{e}_\Phi).$$

В рамках несжимаемого псевдоконтинуума Коссера рассмотрено следующее семейство моделей материалов:

$$W_i = 2\mu \operatorname{tr}(\mathbf{Y} - \mathbf{I}) + \delta \left| \operatorname{tr}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^{T(i-1)}) \right| + \eta (\delta_{2i} + \delta_{3i} + \delta_{4i}) \left| \operatorname{tr}(\mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{L}^{T(i-2)}) \right| + \\ + \gamma \delta_{2i} \operatorname{tr}^2 \mathbf{L} + \gamma \delta_{4i} \operatorname{tr}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T) + \alpha (\delta_{3i} + \delta_{4i}) \left| \operatorname{tr}(\mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{L}^{T(i-3)}) \right|, i = 1..4. \quad (1)$$

В случае отсутствия моментных напряжений, все модели (1) переходят в хорошо известный потенциал Бартенева-Хазановича.

В работе показано, что при использовании функций W_1 и W_3 , т.е. при учете в выражении (1) упругого потенциала слагаемых нечетной степени, образование дисклинации в упругом цилиндре сопровождается его макрозакручиванием — эффектом, отсутствующим в классической нелинейной теории упругости.

В рамках исследования влияния моментных напряжений на эффект Пойнтинга в задаче о кручении цилиндра показано, что для некоторого набора материальных параметров, при кручении цилиндра его длина может не только увеличиваться, но и уменьшаться, в то время как в классической нелинейной теории упругости для несжимаемых сред при кручении цилиндр всегда удлиняется.

Влияние внутренних напряжений на изменение длины нелинейно-упругого цилиндра

Карякин М. И.^{1,2}, Шубчинская Н. Ю.¹

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Владикавказ, Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А*
natalieshubchinskaya@gmail.com

Теория внутренних напряжений получила свое развитие в начале двадцатого века. Причиной внутренних напряжений являются дефекты кристаллической решетки, которые появляются в результате температурных, пластических и других деформационных воздействий, оказанных на твердое тело. Отличие внутренних напряжений от упругих состоит в том что, последние исчезают после снятия внешней нагрузки. Важную роль в развитии дислокационных моделей сыграла теория дислокаций Вольтерра, изначально основанная на линейной теории упругости. Но последние исследования показали, что в целом ряде задач необходим учет нелинейных эффектов.

Зачастую решение краевых задач нелинейной теории упругости затруднено из-за того, что используемые в них упругие потенциалы имеют весьма громоздкий вид и как следствие не удастся получить решения в аналитическом виде. В этом случае решение может быть получено численным образом или найдено асимптотически на основе метода последовательных приближений, то есть в условиях небольших деформаций достаточно близкое приближение решения к нелинейному доставляет учет в уравнении состояния слагаемых большего порядка малости относительно градиента перемещений. Этот подход получил свое развитие в середине XX века и успешно применялся в задаче об изгибе предварительно изогнутого стержня, в задаче о кручении нелинейно-упругого стержня, в задаче об определении смещения центральной линии при изгибе и многих других.

В работе изучено влияние внутренних напряжений, вызванных клиновой дисклинацией и винтовой дислокацией — на оси цилиндра, на равновесие упругого цилиндра из сжимаемого материала. Используются две модели нелинейно-упругого поведения: полулинейный материал (материал Джона) и материал Блейтца и Ко (общий трехконстантный вариант). С помощью полуобратного метода нелинейной теории упругости проанализировано напряженно-деформированное состояние цилиндра, свободного от внешних нагрузок. Установлено, что изменение длины цилиндра является нелинейным эффектом, а его знак (удлинение или укорочение) зависит от материальных параметров используемых моделей. Для уточнения численных результатов была использована теория эффектов второго порядка, с помощью которой были получены асимптотические формулы. Благодаря им показано воздействие внутренних напряжений на эффект Пойнтинга и закручивание Эшелби.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Интегрируемость уравнений медленного движения вязкопластической среды с N-образной зависимостью от скорости деформации

Келлер И. Э.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

kie@icmm.ru

Рассматриваются уравнения равновесия и совместности несжимаемой вязкопластической среды с произвольной материальной функцией, связывающей интенсивности напряжений и скоростей деформации. Ставится задача поиска общего вида материальной функции, обеспечивающей полную интегрируемость данных уравнений. Известны два частных вида функции, обеспечивающих полную интегрируемость системы: идеально-пластическое твердое тело и линейно-вязкая жидкость. В данной работе обнаружено, что в общем случае эта функция существенно нелинейная и имеет N-образный вид. Для этого уравнения равновесия и совместности деформации скорости для двумерного случая записаны в виде четырех квазилинейных однородных автономных уравнений, трансформированных в пфаффову систему. Условия интегрируемости последней позволяют найти общий вид материальной функции (в рамках двумерной постановки) указанного выше вида. Смена знака чувствительности к скорости деформации соответствует смене типа системы и переходу через линию разрыва в сплошном теле. Выполнена точная линеаризация уравнений, соответствующих найденному семейству функций. Получены решения уравнений в виде "простых волн". Обсуждаются задачи распространения линий разрыва в деформируемом теле, аналогичные распространению ударных волн в газовой динамике. Обсуждается природа превращения дифференциального оператора, которое обеспечивает найденная функция, с точки зрения анализа тензора Ниеенхейса и задачи групповой классификации данных уравнений.

Результат расширяет класс интегрируемых задач на материалы с метастабильной зависимостью от скорости: металлы в условиях динамического деформационного старения, динамической рекристаллизации, мартенситных превращений, двойникования; металлические стекла; твердые полимеры; среды с внутренним сухим трением (сыпучие среды и горные породы). Такая аномалия свойств среды в соединении с ее упругими свойствами может отвечать за режимы деформирования, сопровождаемые распространением уединенных волн локализации деформаций и релаксационными автоколебаниями, сопровождаемыми акустической эмиссией. К подобным существенно нелинейным явлениям, обнаруживаемым в средах с отрицательной чувствительностью к скорости деформаций, существует большой интерес в материаловедении и сейсмической динамике, о чем свидетельствуют тысячи статей в наукометрических базах, при отсутствии решений модельных пространственных задач и ясности в вопросе.

Упругопластическое состояние двухслойной толстостенной трубы при трансляционной анизотропии

Кержаев А. П.

*Чебоксары, Чувашский государственный педагогический университет
им. И. Я. Яковлева
alex_kerg@mail.ru*

В работе рассматривается упругопластическое состояние двухслойной толстостенной трубы, находящейся под действием внутреннего давления.

Задачи определения упругопластического напряженно-деформированного состояния тел вблизи отверстий, полостей и других концентраторов напряжений с учетом трансляционной анизотропии принадлежат к числу актуальных в машиностроении, строительной механике, горном деле, при расчете элементов конструкций, работающих в условиях предельных нагрузок.

В работе используется фундаментальный материал по теории идеальной пластичности и метод малого параметра, результаты не противоречат исследованиям других авторов.

Рассмотрим двухслойную толстостенную трубу радиусов a, b ($a < b$), находящуюся под действием внутреннего давления p . Величина c определяет границу слоев трубы. Предполагается, что каждый из слоев трубы обладает своими свойствами анизотропии. Рассматривается трансляционная анизотропия, в первом слое предел текучести K_1 , во втором — K_2 .

В первой, внутренней области I ($a < \rho < c$) имеет место условие пластичности

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \frac{k_1 - k_2}{2} \right)^2 + (\tau_{xy} - k_3) = K_1^2, \quad k_1, k_2, k_3, K_1 - const. \quad (1)$$

Во второй, внешней области II ($c < \rho < b$) условие пластичности примем в виде

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{2} \right)^2 + (\tau_{xy} - \bar{k}_3) = K_2^2, \quad \bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3, K_2 - const. \quad (2)$$

Используя связь между напряжениями в декартовой системе координат x, y и напряжениями в полярной системе координат ρ, θ получим условия пластичности в полярных координатах.

Решение будем искать в виде разложения по малому безразмерному параметру δ :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \delta \sigma_{ij}^{(I)},$$

$$k_1 = \delta k'_1, \quad k_2 = \delta k'_2, \quad k_3 = \delta k'_3.$$

Определены компоненты напряжения в пластической и упругой областях в нулевом и в первом приближениях, граница упругопластической зоны.

Исследование тепло-и массопереноса в композитах, армированных разветвлёнными микроволокнами и микротрубками

Кизилова Н. Н.

Харьков, Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
n.kizilova@gmail.com

В работе исследуются механизмы деформирования и закономерности тепло-массопереноса в композитах, армированных системами разветвленных микроволокон и микротрубок. Этот тип материалов в настоящее время практически не изучен. В то же время некоторые экспериментальные результаты и теоретические оценки демонстрируют возможность сочетания ряда уникальных механических свойств, таких как значительное увеличение жесткости композита при малых объемных долях волокон, строение которых соответствует геометрии армирующих и проводящих элементов в тканях животных и растений. Экспериментально обнаруженная низкая теплопроводность и высокая термоэлектродвижущая сила разветвленных волокон теллурида и сульфида висмута представляет интерес для многих приложений, в частности, для создания эффективных термоэлектрических преобразователей. Использование разветвленных систем волокон и трубок обеспечивает непрерывный тепломассоперенос между границами/поверхностями композита.

Ранее было показано, что использование принципов строения транспортных систем живой природы позволяет создавать оптимальные теплообменники и проводящие системы для топливных элементов, работающие в режиме минимального производства энтропии. Для описания свойств армированных композитов в данной работе используется метод многомасштабного моделирования, включающий в себя как макроскопическое моделирование массопереноса и механизмов деформирования методами механики сплошных сред, так и молекулярно-динамическое моделирование и аналитическое описание теплопереноса, электропроводности и течения жидкости в микроканалах на дискретном уровне методами молекулярной динамики. Рассмотрены как геометрически регулярное расположение волокон, так и свойственная биологическим тканям. Закономерности армирования биоматериалов разветвленными волокнами и трубками были детально изучены ранее, в том числе соотношения между диаметрами, углами разветвления, диаметрами и длинами волокон и трубок.

Подробно исследованы случаи армирования композита разветвлёнными микротрубками, обеспечивающими оптимальный массообмен в объеме микроустройства за счет протекающих жидкостей (microfluidic devices), а также армированных разветвлёнными волокнами биополимерных композитов как перспективных заменителей биологических тканей. Проведено сопоставление полученных расчетных данных с результатами некоторых экспериментов с композитами, армированными геометрически регулярными системами микроволокон.

Нелинейные уравнения гиперболического термоупругого континуума со сложной микроструктурой: теоретико-полевой подход

Ковалев В. А.¹, Радаев Ю. Н.²

¹*Москва, Московский городской университет управления Правительства Москвы*

²*Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН*
vlad_koval@mail.ru, radayev@ipmnet.ru

Под микроструктурой континуума обычно понимается существование нескольких различных физических масштабов (структурных уровней), определяющих состояние континуума. Двумя ключевыми характеристиками континуума с микроструктурой являются самосогласованное взаимодействие различных структурных уровней и возможность передачи энергии с одного структурного уровня на другой. Теория таких континуумов основывается на признании существования дополнительных (экстра) степеней свободы и возможности исследовать физически бесконечно малый объем не как материальную точку, а как существенно более сложный объект, с присущими ему дополнительными (помимо трех трансляционных) степенями свободы (ротационными, осцилляционными), как своего рода микроконтинуум, обладающий возможностью дополнительной микродеформации. Таким образом, более реалистичная модель континуума получается в результате перехода от абстрактной, не существующей в действительности точки нулевого размера, к экстраточке. Проблемы, связанные с изучением континуума с микроструктурой, относятся к тем областям механики деформируемого твердого тела, которые отдают приоритет именно структурному моделированию. При этом явно просматривается тенденция решения нелинейных проблем механики континуума с микроструктурой вне рамок имеющегося физически надежно обоснованного набора математических моделей. Целью работы является построение нелинейной теоретико-полевой модели термоупругого континуума с тонкой микроструктурой, представляемой конечным набором тензоров, ранг которых может быть сколь угодно высоким. Предложена новая нелинейная математическая модель термоупругого континуума с тонкой микроструктурой. Построение модели выполнено в терминах 4-ковариантного лагранжева формализма теории поля. Микроструктура континуума задается микроструктурными d -тензорами, которые вводятся в теоретико-полевую схему как экстра-полевые переменные (d -переменные). Указывается естественная плотность вариационного интегрального функционала термоупругого действия и сформулирован соответствующий вариационный принцип наименьшего действия. Ковариантные уравнения термоупругого поля в континууме с микроструктурой получаются в канонической форме Эйлера–Лагранжа. Обсуждаются определяющие уравнения поля и их место в схеме теоретико-полевого подхода. Выполнен учет инерционности микроструктурной составляющей термоупругого поля. Вариационные симметрии интегрального функционала термоупругого действия применяются для построения ковариантных канонических тензоров термомеханики и 4-токов. Даны канонические формы дивергентных законов сохранения термоупругого поля в плоском пространстве-времени.

О распространении волны разгрузки в тяжелом слое при продолжающемся пластическом течении

Ковтанюк Л. В.^{1,2}, Русанов М. М.¹

¹Владивосток, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН

²Владивосток, Дальневосточный федеральный университет

maxprimat@mail.ru

Приводится решение краевой задачи теории больших упруго-вязкопластических деформаций. Расположенный на наклонной плоскости упруго-вязкопластический слой под приложенными к поверхности сдвиговыми усилиями, направленными вверх, начинает накапливать необратимые деформации. В некоторый момент времени на опорной границе слоя выполняется условие проскальзывания. Следует отметить, что в этот момент в слое наряду с областью вязкопластического течения присутствует и область обратимого деформирования. При переходе от трения к проскальзыванию сдвиговые напряжения претерпевают скачок, вследствие чего по среде начинает распространяться поверхность разрывов напряжений, которую назовем волной разгрузки. Особенность задачи в том, что со стороны нагруженной границы продолжается пластическое течение.

Чтобы определить зависимость напряжений от перемещений и записать уравнение движения среды, следует указать распределения пластических и упругих деформаций за волной разгрузки. Здесь будет использоваться теория больших упругопластических деформаций, построенная в рамках теории пластического течения. Подобных моделей создано за последнюю половину века достаточно много, хотя общепринятой модели до настоящего времени не существует. Будем использовать в дальнейшем модель, разработанную на Дальнем востоке, представленную в статьях Г.И. Быковцева, В.П. Мясникова, А.А. Буренина, Л.В. Ковтанюк. Считаем, что необратимые деформации в материале накапливаются при достижении напряженным состоянием поверхности нагружения, которая в условиях принимаемого принципа максимума Мизеса является пластическим потенциалом. В качестве такой поверхности будем использовать условие пластичности Треска, обобщенное на случай учета вязких свойств материалов. Скорости необратимых деформаций связаны с напряжениями ассоциированным законом пластического течения. Используя допущение о несжимаемости материала как на стадии обратимого, так и необратимого деформирования, и, как следствие, возможность существования только сдвиговой (поперечной) волны разгрузки, мы математически упрощаем задачу. Учет объемных сил тяжести является принципиальным для корректной постановки задачи.

В процессе решения получено уравнение движения за волной разгрузки в перемещениях, как в области обратимого деформирования, так и в области вязкопластического течения. Оно сводится к неоднородному волновому уравнению. Рассмотрено также отражение волны разгрузки от упруговязкопластичной границы и дальнейшее колебание слоя при отражении волн от границ слоя. Получены графики распределения перемещений и напряжений в слое в процессе распространения возмущений.

Чистый изгиб высокоэластичной кривой трубки

Колесников А. М., Попов А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Alexey.M.Kolesnikov@gmail.com, a_v_popov@mail.ru

Кривой трубкой будем называть оболочку в виде сектора тора. Будем считать, что она изготовлена из несжимаемого высокоэластичного изотропного материала. В силу малой толщины стенок их изгибной жесткостью будем пренебрегать. Пусть трубка подвержена раздуванию внутренним давлением и изгибу моментами, приложенными к её торцам. При моделировании будем использовать нелинейную теорию безмоментных оболочек типа Кирхгофа–Лява.

Решение задачи будем искать полуобратным методом. Деформацию оболочки разложим на две части: плоскую деформацию поперечного сечения и поворот каждого поперечного сечения на постоянный относительный угол. Данное разложение позволяет удовлетворить уравнениям равновесия и свести двумерную задачу статики оболочки к одномерной. Полученная краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с краевыми условиями периодичности искомых функций решается численно методом пристрелки, на каждом шаге которого задача Коши интегрируется методом Рунге–Кутты.

Проведен численный анализ задачи чистого изгиба кривой трубки с круговым и эллиптическими сечениями. Основное внимание уделено построению и исследованию зависимости кривизны деформированной кривой трубки от изгибающего момента при фиксированном внутреннем давлении. Расчёты проведены для различных соотношений полуосей эллиптического сечения.

Прямым будем называть изгиб, увеличивающий кривизну осевой линии трубки. Если осевая линия уменьшает свою кривизну, то изгиб в этом направлении будем называть обратным. В случае обратного изгиба существует момент, при котором изначально кривая трубка выпрямляется.

Из численных результатов получено, что существует два предельных изгибающих момента. Они соответствуют прямому и обратному изгибу. Их наличие связывается с потерей устойчивости тонкостенной трубки при изгибе вследствие овализации сечения и уменьшения изгибной жесткости (так называемый эффект Бразье). Следует отметить, что при больших давлениях предельные моменты для кривых трубок с эллиптическим поперечным сечением по величине выше предельных моментов для трубок с круговым сечением. То есть независимо от соотношения полуосей раздутые кривые трубки с эллиптическим сечением более прочные при чистом изгибе, чем кривые трубки с круговым сечением.

Заметим, что потерю устойчивости тонкостенных конструкций часто связывают с возникновением в них сжимающих напряжений. Численные расчеты показывают, что появление сжимающих напряжений происходит задолго до достижения предельных моментов, поэтому изучение прочности кривой тонкостенной трубки требует дальнейшего исследования.

Исследование поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 12-01-31431, 12-01-00038, 11-08-01152) и Министерством образования и науки Российской Федерации (контракт 14.А18.21.0389).

Совместимость химических элементов на границах зерен в стали и ее влияние на износостойкость узлов трения

Колесников В. И.¹, Мигаль Ю. Ф.²

¹*Ростов-на-Дону, Ростовский госуниверситет путей сообщения*

²*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

kvi@rgups.ru, ymigal@mail.ru

Изучение взаимодействия атомов различных элементов, находящихся на зернограницных поверхностях металлического образца, позволяет на атомном уровне оценить прочность, износостойкость и многие другие свойства образца, обусловленные его зернистой структурой. Одним из явлений, способствующих понижению прочности поликристаллов, является зернограницная сегрегация, в ходе которой из объема зерен на границы между ними выходят атомы примесных и легирующих элементов. В результате связь между зернами может ослабляться. В работах авторов для имитации процессов, происходящих на границах зерен, рассматривались модельные многоатомные кластеры, состоящие из атомов железа и других элементов. Используемый квантово-химический подход позволил провести систематизацию межатомных взаимодействий на границах зерен, оценить совместимость различных элементов с железом на этих границах, связать эту совместимость с периодическим законом Менделеева. Результаты расчетов согласуются с известными экспериментальными фактами и подтверждены исследованиями, проведенными в нашей группе с помощью методов оже- и рентгеноэлектронной спектроскопии. Проведенный анализ позволил нам убедиться, что появление сегрегированных атомов на межкристаллитных границах является не сопутствующим эффектом, а одной из основных причин ослабления прочности связи между кристаллитами, которое может привести к разрушению поверхностного слоя металла. Показано, что атомы бора, углерода, азота, марганца, молибдена прочно «сшивают» зерна железа, поскольку энергия связи кластеров, содержащих эти атомы, оказывается ниже, чем энергия связи кластера того же размера, состоящего из чистого железа. Наоборот, атомы лития, кремния, фосфора, серы, меди и никеля, хотя и вступают в химическую связь с железом, ослабляют связь между зернами, поскольку энергия связи соответствующих кластеров выше, чем энергия связи кластера из чистого железа. Очевидно, ослабление связи между зернами в поверхностном слое уменьшает износостойкость стали. Наиболее эффективным способом повышения износостойкости стали может оказаться введение в ее поверхностные слои бора, обладающего малой растворимостью в объемной фазе стали. Достаточно ввести в сталь бор в количестве, обеспечивающем заполнение межкристаллитных границ (фактически, это сотые доли процента от общего объема образца), и можно ожидать существенного повышения износостойкости. Полученные зависимости могут служить теоретической базой для предсказания прочностных свойств поликристаллических материалов, в которые вводятся различные легирующие добавки. На основе выявленных закономерностей созданы новые высокоэффективные материалы как фрикционного, так и антифрикционного назначения. Осуществлена широкая опытно-промышленная проверка результатов исследований и получен значительный экономический эффект.

Взаимодействие неоднородно намагниченных частиц, заключенных в эластомер

Коновалова А. М., Столбов О. В., Райхер Ю. Л.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

kam@icmm.ru

Функциональность мягких магнитных эластомеров (ММЭ) как материалов для практического применения обусловлена их сильным откликом на приложенное поле. Объяснение и описание этого эффекта являются предметом фундаментального исследования и составляет содержание магнитомеханики ММЭ. Целью настоящей работы является ревизия одного из самых известных и, в то же время, самых грубых подходов. А именно: большинство моделей магнитомеханического поведения ММЭ исходят из того, что взаимодействие частиц ферромагнетика, то есть чувствительной к полю компоненты материала, можно рассматривать, полагая их точечными магнитными диполями. Возьмем наиболее изученный класс таких композитов: дисперсии микрочастиц карбонильного железа в силиконовом каучуке. Легко убедиться, что в них указанное предположение мало реалистично. В самом деле, зерна железа размером $a \sim 1$ мкм заведомо являются многодоменными, а, значит, по отношению к приложенному полю $\vec{H}$ — магнитополяризуемыми. В поле $\vec{H}$, которое практически всегда можно считать независимым от координат, каждая частица приобретает магнитный момент $\vec{\mu}$ и становится источником индуцированного поля $|\vec{H}_{\text{in}}| \sim \mu/a^3$ с градиентом $\sim H_{\text{in}}/a$. В результате, локальное поле $\vec{H} + \vec{H}_{\text{in}}$ вокруг частицы оказывается сильно неоднородным. Отсюда следует, что при близком расположении частиц — например, в парном кластере — они имеют неоднородную намагниченность. В результате, рассчитанные значения межчастичной магнитной силы существенно отличаются от тех, что предсказывает модель точечных диполей. Очевидно, что изменение внутренних сил (напряжений) должно сказываться и на макроскопических деформационных свойствах ММЭ.

В первой части работы выполнен численный расчет магнитостатической силы, действующей между двумя произвольно расположенными сферическими частицами изотропного ферромагнетика, находящимися в постоянном однородном внешнем поле. Показано, что когда расстояние между поверхностями частиц соизмеримо или меньше a , межчастичные силы на десятки и сотни процентов превышают предсказания модели точечных диполей. Кроме этого, угловой интервал (угол между $\vec{H}$ и межцентровым вектором частиц $\vec{q}$), соответствующий отталкиванию частиц, оказался много меньше, чем в модели точечных диполей. Последнее означает, что в системе неоднородно поляризованных (намагниченных) частиц доминирующим типом взаимодействия является притяжение. Во второй части полученные силовые зависимости использованы для определения равновесных значений $q(H, q_0)$ для частиц, расположенных в упругом массиве. Параметр q_0 — расстояние между частицами в исходном положении (при $H = 0$), поле направлено параллельно $\vec{q}_0$.

Работа выполнена при поддержке Программы РАН 12-П-1-1018 и проекта РФФИ № 11-02-96000.

Кинематика, напряжённость и модификация поверхностей круговых зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова

Короткин В. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

korotkin@math.sfedu.ru

Несмотря на признанные преимущества цилиндрических зубчатых передач Новикова с круговыми (арочными) зубьями (повышенная плавность зацепления, улучшенные шумовые и виброакустические характеристики передачи, высокая контактная прочность, возможность самоустановки в работе, отсутствие осевых усилий и др.) теоретическим исследованиям геометрических и прочностных характеристик данных передач уделено недостаточно внимания. В статье частично устраняется этот пробел. Особенности геометрии и кинематики арочных передач Новикова являются изменяющиеся в зависимости от фазы зацепления число контактных точек по обеим линиям зацепления, а также переменность по полувекторам таких параметров, как угол наклона зубьев, а также профильный и продольный приведенные главные радиусы кривизны взаимодействующих поверхностей зубьев в контактных точках. В статье выведены в параметрическом виде уравнения боковых поверхностей круговых зубьев, охватывающие общий случай контакта как выпуклой, так и вогнутой стороны головки (ножки) зуба шестерни с соответствующей поверхностью колеса. Отсюда получены уравнения линий зацепления по головкам и ножкам зубьев, представляющие собой сильно вытянутые вдоль зуба эллипсы с эксцентриситетами, близкими к единице. Представлены зависимости для определения коэффициентов осевого перекрытия, которые не совпадают по обеим линиям зацепления. Серьезное внимание уделено оценке ограничительных факторов (подрезание, заострение головки зуба), влияющих на качество зацепления. Работоспособность передачи по изгибу проверялась решением объемной контактной задачи для зубьев с некоторыми известными исходными контурами с помощью моделирования и с использованием конечно-элементного пакета ANSYS и высокопроизводительной вычислительной техники (кластеров). Оказалось, что зубья с исходным контуром Дон-63 сильно перенапряжены в околополусном концентраторе при большом числе зубьев колеса. Близким к оптимальному показал себя исходный контур по ГОСТ 30224-96, разработанный в НИИМ и ПМ ЮФУ. Исследована эффективность продольной модификации поверхностей зубьев, даны рекомендации по назначению таких параметров модификации в зависимости от степени точности передачи, при которых достигается существенное повышение нагрузочной способности арочной передачи Новикова как по изгибной, так и по контактной прочности. Так, для передач 6–8 степеней точности, изгибную напряженность может быть снижена до 40%, контактная — до 10%; для передач 9–10 степеней точности — соответственно в 1.7 и в 1.3 раза, а для передач 11–12 степеней точности — соответственно в 2 и в 1.6 раза.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 13-08-00386).

Фронт образования анизотропной упругой среды при объединении частиц

Куликовский А. Г.¹, Свешникова Е. И.²

¹*Москва, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН*

²*Москва, Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова*

kulik@mi.ras.ru, sveshn@mech.math.msu.su

Рассматривается задача о превращении потока невзаимодействующих частиц среды (капель) в результате слипания и последующего затвердевания в нелинейно упругую несжимаемую анизотропную среду. Превращение происходит на плоском фронте, ортогональном оси x . Скорость потока капель направлена под некоторым углом к оси x , что ведет к изменению в образовавшейся упругой среде поперечных скоростей и появлению поперечных деформаций, обладающих анизотропией в плоскости фронта. На фронте выполняются законы сохранения массы и импульса. Непрерывность потоков вдоль оси x устанавливает связь между скоростью и плотностью набегающего потока (капель) и его плотностью и нормальной к фронту скоростью образовавшейся упругой среды. Нормальная к фронту составляющая скорости среды относительно фронта W вследствие несжимаемости всюду далее сохраняется $v_x = W$. Так как перед фронтом напряжения отсутствуют, то, как следует из уравнения импульсов в поперечном направлении, касательные напряжения за фронтом пропорциональны скоростям ($\sigma_\alpha = Wv_\alpha$, $\alpha = 1, 2$). Для образовавшейся упругой среды нелинейность принималась, соответствующей как выпуклому, так и вогнутому графику зависимости напряжений от деформаций. Среда обладает малой анизотропией в плоскости фронта. В нелинейной анизотропной несжимаемой упругой среде существуют две различные по величине характеристические скорости c_1 и c_2 . Выход поперечных составляющих скорости (и деформации) на нужные значения за фронтом может происходить как внутри волны слипания так и уже за ее пределами в упругой среде в волнах, движущихся с другими скоростями. Для выяснения этого проведено исследование структуры фронта слипания. Для изменений внутри структуры принята модель вязко-упругой среды Кельвина-Фойхта. В системе координат, движущейся со скоростью фронта W , исследовано стационарное решение системы дифференциальных уравнений структуры в зависимости от скорости фронта и параметров, характеризующих нелинейность и анизотропию среды. На фазовой плоскости компонент деформации сдвига u_1, u_2 указано положение особых точек системы и построены интегральные кривые решений, по которым можно делать заключения, какие изменения возможны внутри структуры. Показано, что общая картина прохождения фронта слипания-отвердевания существенно зависит от соотношения между скоростью W и характеристическими скоростями c_1 и c_2 поперечных волн в нелинейно упругой среде. Построено решение автомодельной задачи о поршне.

Осесимметричный контакт тел с поверхностно неоднородными покрытиями и систем жестких штампов

Курдина С. П.

*Москва, Московский государственный университет
приборостроения и информатики
svetlana-ka@yandex.ru*

При воссоздании реальной картины процессов контактного взаимодействия тел с покрытиями необходимо учитывать такие факторы, как неоднородность покрытий и сложные формы контактирующих поверхностей. В работе исследуется осесимметричная задача о вязкоупругих телах с поверхностно неоднородными упругими покрытиями (такими покрытиями, неоднородность которых зависит от радиальной координаты), на которые действуют системы жестких штампов. Поверхностная неоднородность покрытия может быть обусловлена, например, особенностями нанесения этого покрытия на основной слой, а также возникнуть при поверхностной обработке уже нанесенных покрытий (лазерная обработка, ионная имплантация и т. д.). Поверхностная неоднородность может быть обусловлена также и использованием различных материалов при изготовлении покрытий. Следует отметить, что неоднородность может описываться быстро осциллирующими и даже разрывными функциями. Для указанной задачи выведена система разрешающих смешанных интегральных уравнений, которая приведена к одному интегральному уравнению с тензорным ядром в функциональном векторном пространстве. Также указана система дополнительных условий, являющихся условиями равновесия штампов на основании, которая также приведена к одному дополнительному уравнению. Так как применение метода разделения переменных Фурье и других классических методов (например, метода ортогональных многочленов) приводит к необходимости исследования бесконечных систем интегральных уравнений Вольтерра, для решения полученного интегрального уравнения с дополнительным условием развит проекционно-спектральный метод для случая быстро осциллирующих функций в исходных данных. Указаны все варианты постановки задач. Для различных вариантов получены аналитические формулы для контактных напряжений под штампами и осадок штампов, причем в выражениях для контактных напряжений функция неоднородности покрытия выделена отдельным сомножителем, то есть удалось найти тонкую структуру решения. Показано, что при расчете двухслойных оснований необходимо учитывать поверхностную неоднородность покрытий, которая может возникать вследствие упрочнения либо особенностей нанесения этих покрытий на основное тело.

Автор благодарит А. В. Манжирова за постановку задачи, полезные обсуждения и ценные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-00991).

Численное моделирование остаточных напряжений в надрезах упрочненных цилиндрических образцов

Куров А. Ю., Саушкин М. Н.

Самара, Самарский государственный технический университет
alexeykurov@gmail.com, mikhail@saushkin.com

На практике изготовлению мелких концентраторов напряжений предшествует упрочнение гладкой детали (опережающее упрочнение поверхности детали). При таком подходе после упрочнения в детали возникает неоднородное поле остаточных пластических деформаций и неоднородное по глубине залегания поле остаточных напряжений, а после изготовления концентратора напряжений (фактически — удаления части объема) под действием остаточных пластических деформаций, играющих роль начальных деформаций, в упрочненном поверхностном слое происходит перераспределение остаточных напряжений.

В работе разработан метод на основе МКЭ, позволяющий восстановить полную трехмерную картину напряженно-деформированного состояния для упрочненных сплошных и полых цилиндрических образцов с надрезом полукруглого профиля. Данный метод учитывает реальное распределение полей остаточных напряжений и пластических деформаций для гладкого образца, полученных на основе аналитического решения по экспериментальной информации о распределении одной и/или двух компонент напряжений.

Схема решения состоит из трех этапов: 1) разбиение цилиндрического образца с надрезом на конечные элементы; 2) задание начальных остаточных пластических деформаций псевдотемпературными деформациями (на основании численно-аналитического решения для гладкого образца); 3) решение задачи фиктивной термоупругости относительно неизвестных остаточных напряжений.

Анализ упрочненных цилиндрических образцов с различными геометрическими характеристиками (внутренний и внешний радиусы, радиус надреза) показал, что процедура опережающего пластического деформирования наиболее эффективна в цилиндрических образцах для малых величин радиуса надреза, величина которого меньше толщины упрочненного слоя (область сжатия материала для напряжений σ_z и σ_θ), поскольку здесь происходит увеличение (по модулю) величины σ_z , которая входит, например в критерий влияния остаточных напряжений на предел выносливости деталей в условиях концентрации напряжений.

Выполнен обстоятельный параметрический анализ влияния глубины надреза, соотношения внутреннего и внешнего радиусов, различных технологий упрочнения (гидро- и пневмодробеструйная обработка, обкатка роликом, алмазное выглаживание и др.) на характер распределения напряжений в концентраторе напряжений (надрезе). Обработано более 50 полых и сплошных цилиндрических образцов из различных сталей и сплавов и во всех вариантах наблюдается хорошее соответствие данных расчета и экспериментальных значений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-01-00699) и в рамках государственного задания высшим учебным в части проведения научно-исследовательских работ (проект 1.312.2011).

Биомеханический подход к исследованию связи билиарной боли с опорожнением желчного пузыря

Кучумов А. Г.¹, Самарцев В. А.², Няшин Ю. И.¹, Гаврилов В. А.²

¹Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

²Пермь, Пермская государственная медицинская академия
kuchymov@inbox.ru, samarcev-v@mail.ru

Одной из основных причин желчнокаменной болезни является наличие камней в желчном пузыре. Тем не менее, известны случаи присутствия камней в желчном пузыре без каких-либо симптомов. С другой стороны, доля людей страдающих от акалькулёзной (т.е. без камней в желчном пузыре) билиарной боли довольно велика. Лечение акалькулёзной билиарной боли осуществляется хирургическим путем: холицистэктомией (операция удаления желчного пузыря). Основной вопрос заключается в понимании основных механизмов билиарной боли, которая остается неразрешенной проблемой. В данной работе сделаны первые шаги для построения *patient-specific* (индивидуализированной) модели опорожнения желчного пузыря, позволяющей оценить влияние трех значимых факторов для выявления связи с билиарной акалькулёзной болью. Для оценки факторов акалькулёзной боли в настоящее время используются два критерия: степень опорожнения желчного пузыря (EF) и максимальное давление в пузыре (p_{max}) (норма 14,7 мм рт.ст.). Однако данные критерии не всегда отражают истинную картину, поэтому авторами был предложен дополнительный критерий — напряжения в желчном пузыре (σ_{max}). В ходе реализации разработанной методики использовались модель Франка, теория мембран и конечно-элементное моделирование совместно с клиническими исследованиями (экспериментальные исследования, ультразвуковые измерения объема желчного пузыря пациента при опорожнении, опрос пациента на наличие/отсутствие боли). В работе также было проведено сравнение моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние толстостенных и тонкостенных мембран. Далее на основе разработанной биомеханической модели проверялась работоспособность вышеуказанных критериев с реальными клиническими случаями ($n = 7$). Предварительно производилось ультразвуковое исследование пациента с наполненным желчным пузырем (измерение размеров и объема желчного пузыря); далее пациента просят съесть что-нибудь → происходит выделение гормона холецистокинина → пузырь сжимается. Одновременно с этим производятся замеры объема желчного пузыря. Вычисляется первый критерий — степень опорожнения желчного пузыря (EF). Далее используется модель Франка, согласно которой можно определить зависимости $V(t)$ и $p(t)$ в резервуарах с податливыми стенками. Сопоставляя экспериментальные данные и модель Франка можно найти её параметры. Подставляя параметры модели в зависимость $p(t)$ можно неинвазивно (*in vivo*) определить максимальное давление в желчном пузыре вычисляется давление (p_{max}). Зная зависимость p_{max} , можно вычислить максимальные напряжения в желчном пузыре (σ_{max}). Далее все три найденных критерия сравнивались с пороговыми значениями и с ощущениями пациента.

О влиянии предварительного напряжения
на определение параметров трещины в слое

Лапина П. А., Явруян О. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
polina_azarova86@mail.ru

Прочность материалов и конструкций в значительной степени зависит от наличия в них микродефектов, развитие которых под действием нагрузок может приводить к появлению трещин. Трещины и расслоения являются наиболее опасными дефектами. Распределение напряжений и перемещений в телах с трещинами и вопросы идентификации местоположения и геометрических параметров трещины, являются важными вопросами механики разрушения. Также интерес представляет изучение физических полей в телах, в которых имеются предварительные напряжения.

Работа посвящена изучению влияния предварительных напряжений на поля перемещений в телах с трещинами, а также на процедуру их идентификации. Рассмотрена задача о колебаниях ортотропного упругого слоя с внутренней туннельной трещиной. Колебания вызываются нагрузкой, приложенной на части верхней границы. Нижняя грань слоя жестко закреплена. В слое имеются предварительные растягивающие напряжения, которые описываются при помощи модели Гузя.

Трещина моделируется как математический разрез, берега трещины свободны от напряжений и не взаимодействуют друг с другом. На основе теории дислокаций действие трещины заменяется фиктивными массовыми силами с носителем на трещине, которые выражаются через функции раскрытия трещины.

На основе интегральных представлений функций Грина получены интегральные представления полей перемещений. Относительно неизвестных функций раскрытия трещины сформулированы системы граничных гиперсингулярных интегральных уравнений. Решение систем граничных интегральных уравнений осуществлено методом коллокаций на основе метода граничных элементов. В результате дискретизации получены системы линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений компонент функций раскрытия трещины. Коэффициенты систем получены в виде однократных интегралов, для вычисления которых применялась составная квадратурная формула Гаусса восьмого порядка.

Для прямолинейной трещины, задаваемой четырьмя инвариантными параметрами, построены функции раскрытия трещины, поля смещений на верхней границе слоя для разных значений предварительных напряжений.

Исследована задача идентификации параметров трещины по известным на части верхней границы полям перемещений. Решение сведено к минимизации функционала невязки, численная реализация осуществлена генетическим алгоритмом, позволяющим достаточно эффективно определять искомые параметры. Проведена серия вычислительных экспериментов при разных значениях предварительного напряжения.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 13-01-00196, № 12-01-31501 и внутреннего гранта ЮФУ № 213.01-24/2013-74.

Поверхностные акустические волны в термоупругой предварительно напряженной среде

Леви Г. Ю.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
galias@yandex.ru

Рассматриваются динамические связанные задачи о возбуждении гармонических колебаний на поверхности термоупругого слоя, нижняя грань которого жестко сцеплена при идеальном тепловом контакте с термоупругим полупространством из более жесткого материала. Колебания осуществляются под действием осциллирующего теплового потока, распределенного в некоторой области на поверхности среды. Поверхность тела предполагается свободной от механических напряжений, вне области нагрузки — теплоизолированной. На бесконечности выполняется условие излучения.

Краевая задача описывается линеаризованными уравнениями движения термоупругой среды:

$$\nabla_0 \cdot \Theta^{(n)} = \rho_0^{(n)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(n)}}{\partial t^2}, \theta_{ij}^{(n)} = c_{ijkl}^{(n)*} u_{k,l}^{(n)} - \beta_{ij}^{(n)*} u_4^{(n)}, \quad (1)$$

а также линеаризованным уравнением теплопроводности

$$\lambda_{ik}^{(n)} u_{4,ik}^{(n)} = \kappa^{(n)} \frac{\partial u_4^{(n)}}{\partial t} + \theta_1^{(n)} \beta_{ik}^{(n)*} \frac{\partial u_{k,i}^{(n)}}{\partial t}, \kappa^{(n)} = \frac{c_\varepsilon^{(n)} \rho_0^{(n)} \theta_1^{(n)}}{\theta_0} \quad (2)$$

с соответствующими граничными условиями. Участвующие в уравнениях (1), (2) коэффициенты при однородной начальной деформации и преднагреве определяются выражениями

$$c_{ijkl}^{(n)*} = \delta_{kj} \left(\frac{c_{ijkk}^{(n)}}{2} \left(\nu_k^{(n)2} - 1 \right) - \left(\theta_1^{(n)} - \theta_0 \right) \beta_{ij}^{(n)} \right) + c_{ijkl}^{(n)} \nu_j^{(n)} \nu_k^{(n)}, \quad (3)$$

$$\beta_{ij}^{(n)*} = \nu_j^{(n)} \beta_{ij}^{(n)}. \quad (4)$$

В формулах (1)–(4) $c_{ijkl}^{(n)}$, $\lambda_{ij}^{(n)}$, $\alpha_{ij}^{(n)}$, $\beta_{kl} = \alpha_{ij}^{(n)} c_{ijkl}^{(n)}$ — компоненты тензоров упругих постоянных, коэффициентов удельной теплопроводности, теплового расширения, термоупругости, $\rho_0^{(n)}$ — плотность материала в естественном состоянии, $c_\varepsilon^{(n)}$ — удельная теплоемкость, θ_0 и $\theta_1^{(n)}$ — соответственно температура тела в недеформированном и начальном деформированном состоянии, $\nu_k^{(n)} = 1 + \delta_k^{(n)}$, где $\delta_k^{(n)}$ ($k = 1, 2, 3$) — относительные удлинения волокон тела n ($n = 0$ означает полупространство, $n = 1$ — слой).

Построена функция Грина, соответствующая задаче о колебаниях преднапряженной термоупругой среды, представленной слоем и полупространством, под действием заданной на поверхности среды нормальной компоненты теплового потока. Изучено влияние различных режимов предварительного напряжения на распространение поверхностных акустических волн на поверхности термоупругих сред.

Волны Гуляева–Блюштейна в предварительно напряженных магнитоупругих средах

Леви М. О., Михайлова И. Б.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
moderx@mail.ru

Рассматриваются особенности распространения волн Гуляева–Блюштейна в предварительно напряженной магнитоупругой среде. Среда представляет собой магнитоупругий толщины h слой, жестко сцепленный с диэлектриком, или магнитоупругим, или электромагнитоупругим полупространством:

$$|x_1|, |x_3| \leq \infty; \quad -\infty \leq x_2 \leq h, \quad u_1 = u_2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_3} = 0, \quad u_n = u_n(x_1, x_2).$$

Колебания магнитоупругой или электромагнитоупругой среды описываются соответствующими уравнениями движения и квазистатическими уравнениями Максвелла: $\nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Компоненты уравнений в матричном представлении имеют вид: $\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & -\mathbf{f} \\ \mathbf{f}^T & \mu \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}$. Здесь $\mathbf{T}$ и $\mathbf{S}$ – тензоры напряжений и деформаций второго порядка, $\mathbf{B}$ – вектор магнитной индукции, $\mathbf{H}$ – вектор напряжения магнитного поля, $\mathbf{c}$, $\mathbf{f}$, μ , – упругие, пьезомагнитные и магнитной проницаемости коэффициенты соответственно. Колебания предполагаются установившимися, происходящими по гармоническому закону. Предполагается, что среда подвержена однородной начальной деформации. Начальное напряженное состояние определяется тензором Кирхгофа, компоненты которого с учетом свойств материала и предположений об однородности начальных механических воздействий, а также линейности деформаций определяются линейными соотношениями:

$$P_{11} = c_{11}S_{11} + c_{12}S_{22} + c_{13}S_{33} - f_{31}B_3; \quad b_1 = \mu_{11}B_1;$$

$$P_{22} = c_{12}S_{11} + c_{11}S_{22} + c_{13}S_{33} - f_{31}B_3; \quad b_2 = \mu_{11}B_2;$$

$$P_{33} = c_{13}S_{11} + c_{13}S_{22} + c_{33}S_{33} - f_{33}B_3; \quad b_3 = f_{31}S_{11} + f_{31}S_{22} + f_{33}S_{33} + \mu_{33}B_3.$$

В случае начального деформированного состояния среды, упругие и пьезомагнитные константы будут представлены в следующих формах:

$$c_{44}^1 = v_2 v_3 c_{44}^\times, \quad c_{55}^1 = v_1 v_3 c_{44}^\times, \quad f_{15}^1 = v_1 f_{15}^\times, \quad f_{24}^1 = v_2 f_{24}^\times,$$

$$\mu_{11}^1 = \mu_0 v_2 v_3 v_1^{-1} + \mu_{11}^\times, \quad \mu_{22}^1 = \mu_0 v_1 v_3 v_2^{-1} + \mu_{22}^\times,$$

В общем случае возбуждения колебаний построена функция Грина электромагнитоупругой или магнитоупругой среды. Для слоя и полупространства изучено влияние различных режимов осевой деформации на дисперсионные свойства магнитоупругой среды. Установлено что любая деформация, действующая по главным осям кристалла, выводит его из класса *btt*. Изучено влияние начальных напряжений на структуру и основные характеристики поверхностного волнового поля.

Численное моделирование устойчивости оболочек вращения, содержащих текущую жидкость

Лекомцев С. В., Бочкарёв С. А., Матвеев В. П.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

bochkarev@icmm.ru, lekomtsev@icmm.ru, mvp@icmm.ru

Работа посвящена численному анализу собственных колебаний и устойчивости цилиндрических оболочек вращения, полностью или частично заполненных неподвижной или текущей сжимаемой невязкой жидкостью. Решение задачи осуществляется в двумерной (осесимметричной) и трехмерной постановках с использованием метода конечных элементов. Сжимаемая жидкость в рамках потенциальной теории описывается волновым уравнением, которое совместно с условием непроницаемости и соответствующими граничными условиями преобразуется с помощью метода Бубнова–Галеркина. Деформации определяются с помощью теории тонких оболочек на основе гипотез Кирхгофа–Лява или уравнений теории упругости. В случае пространственной реализации предполагается, что криволинейная поверхность оболочки, в общем случае произвольного поперечного сечения, достаточно точно моделируется совокупностью плоских четырехугольных элементов. Для математической постановки задачи динамики тонкостенной конструкции используется вариационный принцип возможных перемещений, учитывающий работу сил инерции, гидродинамическое давление, действующее на смоченной поверхности, и предварительное напряженное недеформированное состояние, вызванное влиянием различных силовых факторов, действующих на оболочку. Решение задачи сводится к вычислению собственных значений связанной системы уравнений. Достоверность полученных результатов подтверждена численными экспериментами по оценке сходимости конечно-элементного алгоритма, сопоставлением с существующими решениями других авторов и сравнением отдельных результатов с экспериментальными данными.

На примере круговых цилиндрических оболочек, содержащих неподвижную или текущую жидкость, продемонстрирована тождественность результатов полученных в рамках двумерной и трехмерной постановок в случае различных линейных размеров, граничных условий и параметров внешней нагрузки. В качестве демонстрации возможностей пространственной реализации задачи представлено исследование влияния уровня заполнения на собственные частоты, формы колебаний и устойчивость тонкостенных эллиптических цилиндрических оболочек. Установлено, что граница гидроупругой устойчивости таких конструкций существенно зависит от отношения полуосей эллипса, и для «растянутых» конфигураций в некоторых случаях может фактически не зависеть от уровня заполнения жидкостью. Показано, что значительное воздействие на динамические свойства горизонтальных круговых и эллиптических цилиндрических оболочек, содержащих как неподвижную, так и текущую жидкость, оказывает внешнее давление.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 12-01-00323-а и 12-01-31138) и программы УрО РАН (проект № 12-С-1-1015).

Влияние внешнего и внутреннего трения на предельное состояние образца горной породы при сжатии жесткими штампами

Локшина Л. Я., Костандов Ю. А.

Симферополь, Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского
ipgd@yandex.ru, ipgd@yandex.ru

Предел прочности образцов горной породы при одноосном сжатии является одним из основных параметров оценки безопасного состояния подземных сооружений и возможности разрушения горных массивов исполнительными органами горных машин. Горные массивы находятся в сложном напряженном состоянии, из чего следует необходимость установления его влияния на параметры предельного состояния. В работе проведено исследование напряженно-деформированного состояния образца горной породы при одноосном сжатии между жесткими штампами с учетом внутреннего трения материала и контактного трения на поверхности приложения нагрузки. Рассматривался образец горной породы в виде прямоугольной пластины. Материал образца представляет собой однородную изотропную среду, деформирующуюся по упругому закону вплоть до момента разрушения, характеризующуюся упругими константами и коэффициентом внутреннего трения. Взаимодействие штампов с нагружаемым телом учитывается заданием касательного контактного напряжения, определяемого контактным трением на поверхности приложения нагрузки. При этом напряжение, действующее на контактирующих со штампами поверхностях образца, рассматривается как результат воздействия на них штампами и потому зависит от координаты. Полагаем, что разрушение материала начинается при его деформировании за пределом упругости в некоторой локальной области. Дальнейшее нагружение приводит к тому, что в одних областях происходит разрушение материала, в то время как в других он продолжает находиться в неразрушенном упругом состоянии. Формирование очагов разрушения происходит в локальных областях на траекториях максимальных эффективных касательных напряжений (ТМЭКН). Под эффективным касательным напряжением понимается активное касательное напряжение за вычетом фрикционной составляющей, зависящей от коэффициента внутреннего трения материала. В качестве критерия разрушения материала использовался критерий Кулона. Получено уравнение состояния материала на ТМЭКН. Найдена зависимость предельного (разрушающего) напряжения от внутреннего трения и контактного касательного напряжения, обусловленного внешним трением на поверхности приложения нагрузки. Получено распределение сжимающих напряжений под штампом и координаты точек пересечения ТМЭКН с контактирующими со штампами поверхностями образца. Установлена связь между нормальными и касательными напряжениями через углы наклона касательных к ТМЭКН. Получены формулы для определения углов наклона касательной к ТМЭКН, углов поворота ТМЭКН за счет действия контактного касательного напряжения и положения ТМЭКН в зависимости от приложенной нагрузки. Проведено сравнение полученных результатов с результатами для случая сжатия образца между жесткими штампами с учетом внутреннего трения материала, но при отсутствии внешнего трения.

Исследование пластических и прочностных свойств алюминиевых сплавов, используемых при создании авиационной техники, и построение математической модели

Ломакин Е. В., Федулов Б. Н., Мельников А. М.

Москва, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
lomakin@mech.math.msu.su

В авиационной промышленности широко используются конструктивные элементы из различных алюминиевых сплавов, предварительно прошедших различные виды обработки давлением (штамповка, прокатка, протяжка и др.). Использование стандартных методов для анализа прочностных характеристик конструкций и деталей из таких материалов приводит к существенным систематическим ошибкам. Основная цель работы состоит в разработке математической модели для проектирования изделий, изготовленных из подобных материалов, ее экспериментальное обоснование и создание алгоритмов и программ для проведения расчетов элементов конструкций и агрегатов. Разработана программа экспериментальных исследований деформационных, пластических и прочностных свойств алюминиевого сплава в условиях сложного напряженного состояния.

Проведен численный анализ результатов каждого испытания для уточнения условий начала пластического деформирования и характера упрочнения алюминиевого сплава при разных видах нагружения.

Разработан подход к построению математической модели для описания обнаруженных в экспериментах особенностей поведения алюминиевого сплава, заключающихся в анизотропии пластических и прочностных свойств, а также зависимости характеристик сопротивления сплавов деформации от вида внешних воздействий.

Сформулированы определяющие соотношения для проведения расчетов напряженно-деформированного состояния элементов конструкций летательных аппаратов. Исследованы свойства разработанных определяющих соотношений и видов материальных функций, характеризующих анизотропию свойств материалов и их зависимость от вида напряженного состояния, которое реализуется в элементах конструкций.

Определены параметры материальных функций на основе разработанных базовых экспериментов. Сформулирован алгоритм и создана численная программа на языке Фортран, адаптированная к введению в различные программные комплексы для проведения численных расчетов.

На основе определенных в базовых экспериментах параметрах материальных функций проведены расчеты процессов деформирования для независимых экспериментов в условиях сложного нагружения и продемонстрировано хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными зависимостями, подтверждающее справедливость разработанной модели материала и созданных на основе нее алгоритма и численной программы.

Работа выполнена в Пермском национальном исследовательском политехническом университете с использованием результатов работ по гранту Правительства Российской Федерации (Постановление № 220 от 9 апреля 2010 г.), договор № 14.B25.310006 от 24 июня 2013 года.

Конечноэлементное моделирование упругогидродинамического контакта в зубчатых передачах

Луконин А. Ю.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Одни из критериев определения эксплуатационных способностей зубчатой передачи может быть построен на основе определения максимальных контактных напряжений в зацеплении. Для определения этих напряжений в зацеплении с точечным или линейным контактом рабочих поверхностей зубьев можно справедливо применять теорию Герца. Но в передачах с более сложной формой контакта зубьев использование теории Герца дает большие погрешности, и эти погрешности тем больше, чем больше контактирующие поверхности зубьев согласованы. Современные численные методы механики сплошных сред позволяют с большой точностью решать задачи упругого контакта, поэтому их можно использовать для моделирования упругого контакта зубьев зубчатых передач.

Для моделирования контактного взаимодействия зубьев была использована универсальная система конечно-элементного анализа ANSYS. В результате моделирования был разработан программный продукт, который позволяет решать задачу упругого контакта двух зубьев косозубой цилиндрической передачи с произвольной геометрией зуба в торцевом сечении, что позволяет исследовать как существующие передачи, так и новые. Данная численная модель была применена для трех существующих передач: эвольвентной передаче, передачи УРАЛ-2Н и передаче Гребенюка. В рамках нашего численного эксперимента, результаты расчетов показывают, что максимальные контактные напряжения в эвольвентной передаче превосходят максимальные контактные напряжения передачи УРАЛ-2Н примерно в 1.2 раза, что подтверждается из научной литературы. Впервые были получены результаты по расчету упругого контакта зубьев в передаче Гребенюка, максимальные контактные напряжения в которой превышают максимальные контактные напряжения эвольвентной передачи примерно в 2 раза и находятся на периферии пятна контакта в виде концентратора напряжений.

Неотъемлемой частью моделирования контактного взаимодействия является процесс приработки контактирующих поверхностей. Было выдвинуто предположение, что при контакте зубьев с согласованным характером контактирующих поверхностей приработка зубьев внесет существенные изменения в распределение контактных напряжений. Разработанный программный продукт позволяет моделировать приработку зубьев для рассчитываемых передач. Применение модели приработки контактирующих поверхностей зубьев на 8 микрон для трех рассматриваемых передач показало, что максимальные контактные напряжения в передаче УРАЛ-2Н стали в 1.7 раза меньше, чем в эвольвентной передаче. Существенное влияние оказал процесс приработки контактирующих поверхностей на распределение контактных напряжений в передаче Гребенюка: максимальные контактные напряжения упали и стали в 1.2 раза меньше, чем в передаче УРАЛ-2Н, концентратор напряжений на периферии пятна контакта исчез, а максимальные контактные напряжения переместились в центр пятна контакта.

Динамические свойства наноразмерных сегнетоэлектрических пленок

Лыжов В. А.*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

maggod-rnd@yandex.ru

Для описания поведения твердых растворов и тонких сегнетоэлектрических пленок в зависимости от различных параметров — концентрации, температуры, деформации несоответствия — успешно применяется феноменологическая теория Ландау, основной задачей которой является получение термодинамического потенциала. Одной из важных характеристик тонкой пленки является величина деформации несоответствия (misfit strain) в плоскости подложки. Она определяется разницей параметров решетки пленки и подложки при температуре напыления, линейной деформацией подложки при изменении температуры, толщиной пленки и другими факторами. Значение деформации несоответствия определяется экспериментально с помощью рентгеноструктурного анализа. При конкретизации вида термодинамического потенциала могут быть построены определяющие соотношения и получены соответствующие материальные константы для сегнетоэлектрической пленки в некотором заданном состоянии. В данной работе результаты феноменологической теории применены в целях моделирования динамического поведения тонких сегнетоэлектрических пленок $\text{Ba}_{0.8}\text{Sr}_{0.2}\text{TiO}_3$ (BST08) на поверхности диэлектрического полупространства MgO .

С другой стороны, фиксированные деформации среды для сегнетоэлектрической пленки позволяют использовать линеаризованную около некоторого начального деформированного состояния теорию электроупругости. В случае сложного преднапряженного состояния среды определяющие соотношения также могут быть построены с помощью термодинамического потенциала Гельмгольца.

В рамках двух моделей — феноменологической теории тонких пленок и линеаризованной около начального деформированного состояния теории электроупругости — построены дисперсионные уравнения и элементы матрицы функции Грина для тонкой пленки BST08 на подложке MgO . Проведено сравнение результатов расчета дисперсионных характеристик для набора констант из феноменологической теории и для констант, рассчитанных исходя из линеаризованной теории динамики преднапряженных электроупругих сред при конкретизации вида начального напряженного состояния. Проведено сравнение влияния деформации несоответствия на динамические характеристики тонких сегнетоэлектрических пленок в рамках указанных подходов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-08-31219).

Исследование устойчивости и напряженно-деформированного состояния оболочек вращения

Макаров С. С., Устинов Ю. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
makarov-sergey-rostov@mail.ru

Работа посвящена исследованию в рамках теории Кирхгофа–Лява устойчивости и напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочек вращения. Было рассмотрено две задачи:

- 1) равновесие оболочки под действием осевого сжатия;
- 2) равновесие оболочки под действием гидростатического давления.

При исследовании устойчивости геометрические параметры оболочек фиксировались, оболочки были жестко защемлены на торцах. Были рассмотрены цилиндрическая оболочка, выпуклая оболочка и гофрированная оболочка. Для выпуклой оболочки радиус срединной поверхности изменялся по закону $r(z) = r_0 + K \sin^2(\pi z)$, где r_0 — радиус срединной поверхности оболочки в заделках, K — коэффициент выпуклости оболочки. Для гофрированной оболочки закон изменения радиуса имеет вид: $r(z) = r_0 + K \sin^2(\pi z n)$, где n определяет количество гофров. Исследования устойчивости и НДС оболочки были проведены при $n = 10$. Осевое сжатие реализовывалось путем задания осевого перемещения одного из торцов оболочки, т. е. на этом торце жесткая заделка заменялась на скользящую заделку. Для численного исследования исходная система трех нелинейных уравнений равновесия линеаризовывалась около осесимметричного состояния равновесия. Нетривиальные решения этой системы отыскивались в классе периодических форм, пропорциональных $\cos k\varphi$ и $\sin k\varphi$. После преобразований задача сводилась к нахождению нетривиальных решений системы восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Для этого решались четыре вспомогательные задачи Коши. Решение исходной задачи строилось линейной комбинацией полученных решений указанных задач. В ходе исследований, были найдены точки сгущения критических значений безразмерного параметра, характеризующего для задачи № 1 — усилие осевого сжатия, для задачи № 2 — внешнее давление, остальные параметры фиксировались.

Вторая часть посвящена описанию результатов исследований различных полевых характеристик НДС оболочек. Для задачи № 2 были проведены исследования влияния условий закрепления на НДС. Рассмотрены случаи жесткой заделки и шарнирного опирания. Исследования проводились на основе нелинейных двумерных уравнений теории оболочек. Одновременно были проведены расчеты НДС в линейной теории, что позволило установить область её применимости для заданных форм оболочек. Были получены зависимости максимальных значений полевых характеристик от геометрических параметров. Эти исследования были проведены в широком диапазоне геометрических параметров оболочки (толщины, длины, радиуса срединной поверхности на торцах, выпуклости).

О теоретических и экспериментальных исследованиях в области механики растущих тел, проводимых в Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Манжиров А. В.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

manzh@inbox.ru

Представлены основные результаты теоретических и экспериментальных исследований, полученные в лаборатории моделирования в механике деформируемого твердого тела Института проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН за последние пять лет.

Разработаны основные положения математической теории наращиваемых тел. В рамках этой теории растущее тело рассматривается как расслоение дифференцируемого многообразия с неевклидовой материальной связностью. Приводится классификация возможных способов наращивания деформируемых тел в зависимости от размерности элементов расслоений. Представлена основная система уравнений, а также краевые и дополнительные условия задачи о наращивании трехмерного тела двумерными поверхностями. Предложенная теория использована в приложениях при исследовании процессов бетонирования, электролитического формования и лазерного напыления. Выявлены механические эффекты, присущие только растущим телам.

В рамках общей теории растущих тел сформулирована математическая модель наращиваемой по толщине оболочки произвольного очертания. Рассмотрены варианты кинематики типа Кирхгофа–Лява и типа Миндлина–Рейсснера. Выписаны в явном (координатном) виде квазистатические краевые задачи для сферических и цилиндрических оболочек. Исследованы динамические задачи для растущих по толщине эллиптических и прямоугольных упругих пластин. Изучены качественные особенности деформирования и вынужденных колебаний таких пластин. Показана возможность формирования заранее определенного поля остаточных напряжений за счет выбора специального режима наращивания, т. е. осуществления «механического программирования» растущего тела. Впервые исследованы нестационарные температурные поля в растущих полых сферах, цилиндрах и параллелепипедах.

Экспериментальная часть исследований процессов роста деформируемых тел основана на развитии методики голографической интерферометрии полей смещений тех поверхностей растущих тел, на которые не производится осаждение материала. В качестве базового технологического процесса выбран процесс гальванического осаждения металлов на тонкую подложку. Отлажена схема фиксации процесса эволюции прогиба в реальном режиме времени. Установлено, что деформации подложки и выращенного слоя качественно согласуются с разработанной теоретической моделью. Разработана схема проведения экспериментов для анализа остаточной погиби пластин и оболочек, получаемых методами стереолитографии, а также тонкостенных конструкций, приповерхностные зоны которых модифицированы методом ионной имплантации.

Гранично-элементные схемы с переменным шагом в трехмерных краевых задачах пороупругой динамики

Марков И. П., Литвинчук С. Ю., Петров А. Н., Белов А. А.

Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского
igumnov@mech.unn.ru

Исследование волновых процессов в пороупругих телах и средах представляет значительный интерес. Модели соответствующих сред существенно усложнены по сравнению с однородной упругой или вязкоупругой моделью. Теория Био (Biot M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28, № 2. P. 168–178; Biot M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28, № 2. P. 179–191.) является расширением классической теории упругости на случай двухфазной среды с учетом ввода дополнительных параметров, учитывающих взаимодействие фаз. Теория не только качественно, но и количественно правильно предсказывает скорости, амплитуды и частотную зависимость затухания всех трех типов волн в различных насыщенных пористых средах. Наиболее важные волновые эффекты, найденные в рамках теории Био, согласуются с экспериментальными данными.

В работе рассматривается применение гранично-элементных методик на основе метода квадратур сверток и интегрального преобразования Лапласа. Шаговые по времени гранично-элементные схемы позволяют использовать переменный шаг. Численное обращение преобразования Лапласа ориентировано на применение модификации метода Дурбина, позволяющей неравномерно разбивать частотный интервал. Варьирование шагом по времени или по частоте возможно благодаря применению комбинированных формул с ключом. Проведенные исследования показали, что использование комбинированных формул позволяет без потери точности в несколько раз понизить количество узловых точек.

На основе представленных гранично-элементных схем численно решены трехмерные краевые задачи пороупругой динамики. Дан их апостериорный анализ. Рассмотрена задача о действии вертикальной силы на поверхность пороупругого полупространства. Полученные гранично-элементные решения как для упругого, так и для пороупругого случаев не подтверждают падения амплитуды за фронтом волны Пелея (Schanz M. Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua. Berlin: Springer, 2001. 170 p.). Проведено исследование влияния расстояния от места действия силы на форму и амплитуду отклика давления.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры России на 2009-2013 годы» (№14.В37.21.1137, №14.В37.21.1249), Программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2843.2012.8) и при поддержке РФФИ (гранты 12-01-00698-а, 12-08-00984-а, 13-08-97091 р-поволжье-а, 12-08-31572 мол-а, 13-08-00658-а).

Метод аналитических граничных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния силовых систем

Мармыш Д. Е., Насань О. А., Щербаков С. С.

Минск, Белорусский государственный университет

marmyshdenis@mail.ru, nasan_o@mail.ru, sherbakovss@mail.ru

Метод граничных элементов является эффективным методом решения граничных задач теории упругости, особенно для тел, которые имеют неоднородную либо условно бесконечную границу. Эффективность метода обусловлена тем, что МГЭ позволяет снизить на единицу размерность задачи, а использование фундаментальных решений теории упругости при построении интегральных уравнений позволяет существенно упростить расчет тел, имеющих бесконечную границу. В классическом методе граничных элементов граничные интегральные уравнения решаются на основе численного интегрирования функций влияния из фундаментальных решений Кельвина и/или Фламана. Учитывая особенности данных решений в точке приложения сосредоточенной нагрузки, сходимость численного интегрирования не всегда выполняется, а время расчета весьма велико. В работе предложен вариант метода граничных элементов, основанный на предварительном аналитическом интегрировании функций влияния по некоторым частным областям распределения граничных условий. Также рассмотрены некоторые модельные задачи применения метода: определение напряженно-деформированного состояния полупространства под нагрузкой, определение контактного давления при внедрении плоского штампа. Особенности применения аналитических граничных элементов и оценка погрешности алгоритмов могут быть исследованы при гранично-элементном моделировании упруго деформируемой балки, т.к. она является сравнительно сложным объектом для гранично-элементного расчета и, в то же время, простым объектом для расчета аналитического.

Проведено исследование напряженного состояния статически неопределимой балки при нагружении распределенной нагрузкой. Построены картины распределения компонент напряжений полученных при гранично-элементном и конечно-элементном моделировании, а также вычисленные аналитически, проведена оценка сходимости предложенного метода в зависимости от количества граничных элементов. Кроме того, метод граничных элементов может быть эффективно применен для решения динамических задач механики деформируемого твердого тела, что показано на примере расчета на ударную нагрузку упругой и вязкоупругой балок. Разрабатываемый вариант метода аналитических граничных элементов был применен для исследования напряженно-деформируемого состояния многокомпонентной силовой системы нож/прижим/опора/противорежущий брус режущего аппарата кормоуборочного комбайна. Проведенные расчеты при статическом и динамическом нагружении системы показали высокую эффективность применяемых методов и алгоритмов.

Исследование структурной перестройки костной ткани методами механики сплошных сред

Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А.

Иваново, Ивановский государственный энергетический университет
leonid-maslov@mail.ru

Живые ткани в процессе своего роста и развития существенным образом реагируют на внешнее силовое поле, в котором они функционируют. Механический фактор оказывает стимулирующее и регулирующее воздействие на специфические клетки тканей, что приводит к запуску и развитию процессов трансформации органа в макроскопическом масштабе. Явление структурной перестройки неразвитой мягкой субстанции в плотную костную ткань происходит в результате дифференциации костных клеток, например, во время восстановления целостности кости после перелома и вживления скелетных имплантатов в твердое вещество костной ткани, что приводит к запуску процесса репаративной регенерации кости в зоне соприкосновения с поверхностью инородного предмета или между костными отломками.

В работе рассмотрены основные подходы к решению новой задачи биомеханики живых тканей, состоящей в разработке математической теории структурной перестройки твердых биологических тканей, детерминированной процессом дифференциации клеток и управляемой внешним силовым полем. Представлена обобщенная динамическая модель изменяющейся пороупругой сплошной среды и математический алгоритм, концептуально описывающий процесс структурной перестройки костной ткани под действием внешнего механического стимула периодического характера. Модель предполагает, что индуцируемые потоки жидкости в системе микропор костного вещества, возникающие в результате деформаций костного матрикса, наряду с самими упругими деформациями, играют существенную роль механического регулятора, ответственного за репаративную регенерацию ткани. Для численного анализа построенной математической модели структурной перестройки костной ткани предложены алгоритмы, на основе которых может быть разработано программное обеспечение для компьютерного моделирования процесса костной перестройки. Математическая модель дает возможность исследовать процессы восстановления поврежденных костных элементов опорно-двигательного аппарата человека при наличии динамической нагрузки и теоретически обосновать выбор оптимального периодического воздействия на поврежденные ткани с целью их скорейшего и устойчивого заживления.

Построенная одномерная модель структурной перестройки костной ткани и ее компьютерная реализация были использованы для тестирования общего достаточно сложного алгоритма и оценки влияния отдельных физико-механических параметров модели на процесс регенерации костной мозоли. Модель позволила исследовать влияние частоты стимулирующей нагрузки на процесс перестройки ткани, а также влияние раннего нагружения на восстановление упругих свойств костной мозоли. Полученные закономерности представляются достаточно реалистичными и соответствующими известным медицинским исследованиям процессов регенерации костной ткани в зоне перелома.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-01-00054-а.

Моделирование поведения сплавов с памятью формы при немонотонно меняющихся напряжениях

Мишустин И. В., Мовчан А. А.

Москва, Институт прикладной механики РАН

Levis@NM.ru, movchan47@mail.ru

При немонотонном изменении напряжений сплавы с памятью формы (СПФ) демонстрируют ряд необычных деформационных эффектов. При прямом фазовом мартенситном превращении под действием снижающихся напряжений наблюдается продолжение накопления неупругих деформаций. Следовательно, для явления накопления деформаций прямого превращения явление деформационного упрочнения не характерно. В то же время, при изотермическом нагружении, разгрузке и повторном нагружении образца из СПФ, находящегося в полностью мартенситном фазовом состоянии явно наблюдается деформационное упрочнение. Момент начала неупругого деформирования определяется не величиной достигнутых напряжений, а накопленными к этому моменту деформациями. Если после полного прямого фазового превращения под действием некоторого напряжения подвергнуть образец из СПФ, перешедшего в мартенситное состояние монотонному изотермическому нагружению, то можно убедиться в том, что материал явно подвергся деформационному упрочнению, тем более существенному, чем большая деформация достигнута при предшествующем прямом превращении.

В работе предложен ряд моделей для описания упомянутых выше явлений. Для описания изменения неупругих деформаций за счет фазовых (прямых или обратных) превращений понятие поверхности нагружения не вводится. Понятие единого предела текучести для представительного объема СПФ, находящегося в полностью или частично мартенситном состоянии в общем случае не имеет смысла, поскольку различные элементарные объемы, входящие в представительный объем материала, обладают различными напряжениями начала неупругого деформирования. В результате, неупругое деформирование может испытывать часть представительного объема. Предложен алгоритм определения этой части и формулировка соответствующего закона течения. Показано, что в процессе фазового превращения касательный модуль диаграммы мартенситной неупругости может убывать скачком, тогда как его возрастание всегда происходит непрерывно. Для иллюстрации модели в ее рамках решена задача о прямом превращении в балке из СПФ, претерпевающей прямое фазовое превращение под действием постоянного изгибающего момента. Обнаружено существенное перераспределение напряжений по сечению балки по сравнению с упругой задачей или несвязной задачей для СПФ, заключающееся в том, что центральная часть сечения практически свободна от продольных напряжений, тогда как крайние волокна существенно перегружены.

Методы многомасштабного моделирования ультразвуковых пьезоэлектрических излучателей с композитными элементами

Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nasedkin@math.sfedu.ru

Описываются подходы, связанные с нестандартным и многомасштабным конечно-элементным моделированием пьезоэлектрических устройств, ориентированных в большей степени на ультразвуковые медицинские применения.

Отмечается перспективность использования пьезоэлектрических композиционных материалов, и особенно пористой пьезокерамики, в качестве активных элементов пьезоизлучателей сильного ультразвука в акустических средах и пьезогенераторов. Для таких композитов был реализован комплекс средств многомасштабного анализа: на микроуровне — вычисление эффективных модулей мелкодисперсных фаз композитного материала; на последующих уровнях — расчеты квазиоднородных сред с эффективными характеристиками. При этом для определения осредненных свойств пьезокомпозитов на микроуровне по методу эффективных модулей применялись алгоритмы моделирования связанных структур и конечно-элементные технологии решения задач сравнения для представительных объемов. Дополнительные уточнения здесь определялись учетом различных факторов: начальной пористостью, неоднородностью поляризации в окрестности пор и включений, поверхностных эффектов на наномасштабах и др.

Для моделирования ультразвуковых акустических полей высокой интенсивности с малой фокальной областью исследовались фокусирующие пьезоизлучатели, в том числе с переходными слоями, многоэлектродными покрытиями и выполненными из пористой пьезокерамики. Здесь нужно отметить необходимость использования элементных систем координат, связанных с неоднородностями поляризации; конечных элементов контакта твердых деформируемых и жидких сред; неотражающих импедансных границ и т. д. Существенно, что при высокой интенсивности ультразвука существенную роль играют нелинейные эффекты и температурные поля. Тогда вместо классических уравнений акустики нужно использовать нелинейные уравнения, учитывать диссипативные эффекты и связанность акустических и температурных полей.

При исследованиях температурных полей при ультразвуке исследовались задачи термоэлектроупругости о диссипативном разогреве. Здесь вначале решалась связанная задача электроупругости и акустики об установившихся колебаниях. По найденным полям скоростей в пьезоизлучателе и в акустической среде находилась осредненная за период колебаний функция диссипации. Эта функция определяла интенсивность тепловых источников, которые передавались как внешние воздействия в задачу теплопроводности. Далее при необходимости процесс повторяется итерационно: после решения задачи теплопроводности пересчитываются модули электроупругих тел при новой температуре; снова решается задача акустоэлектроупругости об установившихся колебаниях с другими модулями; определяется новая функция диссипации и т. д. Данная техника проиллюстрирована на задаче о диссипативном разогреве биологической ткани цилиндрическим пьезоизлучателем в поле ультразвуковых стоячих волн.

Моделирование многослойного угольного пласта с трещинами и физическими нелинейностями в материальных модулях

Наседкина А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkina@math.sfedu.ru

В современной геофизике большое значение имеет процесс оптимизации эксплуатации месторождений и, в частности, их комплексного использования. Примером такого использования месторождений является добыча метана из угольных пластов. В этой связи значительный интерес представляет разработка математических моделей, в том числе процессов фильтрации при учете влияния напряженно-деформированного состояния в массивах горных пород с дефектами и структурных превращений, вызванных фильтрацией. Общий подход к созданию модели метода гидродинамического расчленения состоит в разработке ряда упрощенных математических моделей для различных процессов, таких как фильтрация жидкости, деформация пористого тела и явления разрушения, а также взаимодействия этих процессов в единой модели.

В работе исследуются математические и конечно-элементные модели начальной стадии процесса гидрорасчленения неоднородных пороупругих угольных пластов с физическими нелинейностями. При моделировании рассматривался процесс нестационарной фильтрации жидкости в пороупругой среде, представленный связанной моделью теории пороупругости с применением гипотезы о нелинейных зависимостях от давления модулей упругих жесткостей и коэффициентов фильтрации. Принятые законы изменения материальных модулей от давления характеризовались резкими изменениями значений модулей при достижении порогового давления, отражающего явление гидрорасчленения пласта.

В качестве конкретного примера решена связанная нестационарная задача пороупругости в осесимметричной постановке для многослойного пласта с трещинами. Были рассмотрены трещины различного размера и положения. Численные решения поставленных задач пороупругости с физическими нелинейностями осуществлялось методом конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе ANSYS. Оригинальная методика решения состояла в применении аналогии между уравнениями фильтрации и теплопроводности, а также поро- и термоупругости. Такой подход позволил решать рассматриваемые задачи пороупругости, как задачи термоупругости, и использовать развитые возможности ANSYS для решения связанных задач термоупругости с трещинами. При этом, для улучшения сходимости метода Ньютона-Рафсона решения систем нелинейных уравнений МКЭ на каждом временном слое предварительно было проведено соответствующее обезразмеривание задачи.

По результатам проведенных компьютерных экспериментов представлен анализ влияния характера функции закачивания жидкости в скважину, изменений материальных модулей угольного пласта, а также размеров и положения трещин, на расчетные зоны дегазации, напряженно-деформированное состояние пласта и величины коэффициентов интенсивности напряжений.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-01-31411 мол_а.

О некоторых обратных задачах при определении предварительного напряженного состояния

Недин Р. Д., Нестеров С. А.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
rdn90@bk.ru, 1079@list.ru*

Исследования задач механики деформируемого твердого тела при наличии предварительных и температурных напряжений играют большую роль при оценке прочности и устойчивости конструкций. Наличие предварительных напряжений (ПН) в твердых телах характерно для всех реальных объектов. Как правило, подобное напряженное состояние возникает либо в процессе технологической обработки (сварка, закалка, термообработка, прокатка), либо является результатом действия нагрузок при упругом или вязкоупругом деформировании и может достигать больших значений. Задачи об анализе неоднородных характеристик и предварительного напряженного состояния в рамках модели термоупругости также представляют большую важность, в связи с широким внедрением в различные области техники с высокотемпературным окружением неоднородных материалов и необходимостью определения их свойств после изготовления.

Исследована обратная задача об идентификации трех неоднородных компонент тензора ПН в тонкой упругой пластине на основе метода акустического зондирования в режимах планарных и изгибных колебаний. На основе соотношения взаимности построены интегральные уравнения относительно поправок к трем компонентам ПН для обоих режимов колебаний. Предложен способ решения обратной задачи на основе разбиения плоской области сечения пластины на элементы, на каждом из которых компоненты ПН выражены через функции напряжений Эри, представленные в виде квадратичных полиномов. Построен итерационный процесс решения обратной задачи, на каждом шаге которого решается прямая задача с помощью метода конечных элементов по отысканию поля смещений внутри области и плохо обусловленная СЛАУ с помощью метода регуляризации Тихонова. Проведены вычислительные эксперименты по реконструкции различных двухмерных законов неоднородности ПН; результаты экспериментов показали достаточную эффективность метода.

Представлена схема решения обратной коэффициентной задачи для неоднородного термоупругого стержня при наличии поля ПН в рамках акустического метода. Для решения коэффициентной обратной задачи термоупругости в оригиналах на основе обобщенного соотношения взаимности была получена система из двух интегральных уравнений в трансформантах, к которой затем применены теоремы о свертке и о дифференцировании оригинала. В качестве примера приложения данного подхода рассмотрена задача о восстановлении термомеханических характеристик неоднородного стержня: плотности, модуля Юнга, коэффициента теплопроводности, удельной объемной теплоемкости, коэффициента температурного напряжения, ПН. Каждая из функций восстанавливалась, когда был известен закон изменения других функций. В работе проведена оценка точности восстановления в зависимости от монотонности функций, параметра связанности, выбора безразмерного временного интервала, а также степени зашумления.

Уравнения одного из вариантов уточненной теории изгиба ортотропных плит

Нескородев Р. Н.

Донецк, Донецкий национальный университет

nes_rom@cable.netlux.org

В работе рассмотрен изгиб бесконечной ортотропной плиты толщины $2h$, отнесенной к декартовой системе координат $Oxyz$. Представление для перемещений предлагается выбирать в виде

$$u_1 = p_1 \partial_1 \varphi_1(x, y), \quad u_2 = p_1 \partial_2 \varphi_2(x, y), \quad u_3 = w_0(x, y) + p_2 w(x, y). \quad (1)$$

Здесь введена нечетная по переменной z функция $p_1(z)$, характеризующая распределение усилий по толщине плиты, ее производная p_0 и интеграл p_2 , а φ_1 , φ_2 , w_0 и w — неизвестные функции, подлежащие определению.

Поскольку, выражения для напряжений σ_4 и σ_5 , полученные из уравнений закона Гука и найденные из уравнений равновесия, не совпадают между собой, а корректный результат можно получить для поперечных усилий, то для построения системы дифференциальных уравнений, описывающих изгиб ортотропных плит, примем следующие предположения:

- 1) как и в теории Кирхгофа, поперечное нормальное напряжение σ_3 равно нулю;
- 2) поперечные усилия, полученные интегрированием выражений для напряжений σ_4 и σ_5 , полученные из уравнений закона Гука и из уравнений равновесия, равны.

Реализация указанных предположений приводит к следующему уравнению

$$(D_4 D_2 - \varepsilon P_4) F = 0. \quad (2)$$

Здесь введена произвольная функция $F(x, y)$ и операторы

$$D_4 = \partial_2^4 + a_1 \partial_2^2 \partial_1^2 + a_2 \partial_1^4, \quad P_4 = \partial_2^4 + b_1 \partial_2^2 \partial_1^2 + a_2 \partial_1^4, \quad D_2 = \partial_2^2 + a_3 \partial_1^2. \quad (3)$$

Постоянные величины, входящие в операторы (3), выражаются через модули упругости A_{ij} . Функции, определяющие перемещения (1), находятся через $F(x, y)$ и ее производные.

Параметр ε , входящий в (2), имеет порядок h^{-2} . При помощи математических преобразований уравнение (2) можно представить в форме $D_4(D_2 - \varepsilon)F = 0$ для больших толщин плиты (ε — мало), или в форме $P_4(D_2 - \varepsilon)F = 0$, когда плита имеет малую толщину (ε — велико). Это позволяет привести уравнение шестого порядка к системе двух уравнений четвертого и второго порядков.

Таким образом, в данной работе предложена методика получения системы дифференциальных уравнений уточненной теории изгиба ортотропных плит, позволяющая рассматривать граничные задачи с произвольным заданием внешних усилий по толщине плиты. Для построения решений обобщенных бигармонического и метагармонического уравнений используются функции обобщенных комплексных переменных.

Эффект дрейфа нелинейно-упругой деформации вследствие ползучести

Нехожин А. В., Радченко В. П.

Самара, Самарский государственный технический университет

stswoon@yandex.ru, radch@samgtu.ru

Исследуется ползучесть нелинейно-упругих микронеоднородных материалов. Для построения одноосной модели используется обобщенная нелинейная модель Максвелла, состоящая из двух параллельно соединенных элементов, каждый из которых наделен свойствами нелинейной упругости и нелинейной вязкости. Доказан ряд теорем, согласно которым наблюдается дрейф нелинейно-упругих деформаций вследствие деформации ползучести. Показано, что этот эффект возможен лишь для физически нелинейно-упругого материала, при этом, в зависимости от сочетания параметров модели, может происходить как упругое упрочнение материала (в смысле уменьшения упругих деформаций при разгрузке после ползучести), так и его разупрочнение за счет деформации ползучести.

В рамках предложенной структурной модели выполнена экспериментальная проверка эффекта изменения (дрейфа) нелинейной мгновенно-упругой деформации за счет деформации ползучести на примере природного биокompозитного материала (костной ткани). Показано, что данные расчета по структурной модели хорошо коррелируют с экспериментальными данными по ползучести костной ткани.

Выполнен детальный численный эксперимент по структурной модели для модельных материалов. Анализ полученных результатов позволяет сформулировать следующие выводы:

а) мгновенно-упругая деформация проявляет одновременно свойства механической памяти, поскольку в процессе ползучести при разгрузке образца происходит полное восстановление первоначальных упругих свойств, а также вязкоупругости, так как мгновенно-упругая деформация явно зависит от времени;

б) при деформировании образца в режиме ползучести с выдержками при постоянных напряжениях наблюдается специфические (геометрические) «гистерезисные» петли на диаграмме упругого деформирования.

Установлена определенная внешняя аналогия в поведении нелинейно-упругих материалов и материалов с механической памятью формы, поскольку они восстанавливают упругие характеристики после разгрузки, однако, если в первых это происходит в течение времени релаксации остаточных микронапряжений, то во-вторых — мгновенно. Кроме этого, диаграммы упругого деформирования $\epsilon - \sigma_0$ для тех и других материалов имеют геометрические «гистерезисные» петли с горизонтальными площадками, но для нелинейно-упругих материалов упругая деформация на площадке развивается во времени вследствие ползучести, а для материалов с механической формой памяти — «мгновенно», в результате фазовых превращений и аномального изменения упругих констант в фазах.

Аналогичные результаты получены и в условиях сложного напряженного состояния: показано, что поверхности упругой нагрузки и разгрузки после ползучести (при одной и той же интенсивности напряжений) расслаиваются.

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния армированной шейки бедра человека

Нехожин А. В., Радченко В. П.

Самара, Самарский государственный технический университет

stswoon@yandex.ru, radch@samgtu.ru

Актуальность проблемы переломов шейки бедренной кости у лиц пожилого возраста, а также недостатки применяемых в настоящее время методов и средств предупреждения переломов вынуждают искать и разрабатывать новые методики активной профилактики переломов, одна из которых связана с армированием шейки бедра имплантатами с целью увеличения прочности последней. Поэтому целью настоящей работы является детальное исследование влияния типа имплантата и его геометрического расположения на напряжённо-деформированное состояние биокompозитного материала в шейке бедра.

Рассматривается математическая модель шейки бедренной кости человека, армированной различными имплантатами (спица, спица — спица, шнековый винт, штифт, штифт — спица) для снижения напряженности в наиболее опасных областях, в которых и зарождаются трещины, например, при падении. Костная ткань моделируется двухслойным композиционным материалом с реальными механическими характеристиками биоматериала, состоящей из кортикальной кости — внешний слой и губчатой кости — внутренний слой.

Первым этапом явилось построение геометрической модели бедренной кости с шейкой, при этом использовался алгоритм автоматического упрощения объемной кости, который позволяет упростить модель без нарушения её топологии. Далее разработаны вспомогательные программные средства, благодаря которым в кость были встроены различные имплантаты из металлических материалов (титан) в различном сочетании и взаимном расположении.

Вторым этапом явилось разбиение геометрической модели на конечные элементы, при этом расстояние между узлами конечных элементов выбрано таким образом, что оно соответствует среднему расстоянию остеонов в физической структуре ткани.

На третьем этапе задавались механические характеристики каждого слоя кости и имплантата (титан), силовые нагрузки, граничные условия и решалась краевая задача о напряженно-деформированном состоянии армированной костной ткани МКЭ в упругой и «упругопластической» (нелинейной) областях.

Анализ решения ряда краевых задач показал, что введение армирующих элементов позволяет снижать максимальные (по модулю) нормальные напряжения и интенсивность напряжений в наиболее опасных областях до 12 – 15 %, что говорит о целесообразности хирургической профилактики переломов шейки бедренной кости при помощи имплантатов специального вида. Выполненные расчеты для различных расположений имплантатов в костной ткани позволили выбрать оптимальную безопасную конструкцию «кость — имплантат». Приводятся результаты расчетов, иллюстрирующие вышеприведенные результаты. Результаты исследований легли в основу двух патентов на полезную модель.

Оптимизация расчетов многослойных анизотропных композитов

Никитин Ю. Г.¹, Диденко А. В.², Сыромятников П. В.²¹*Краснодар, Кубанский государственный университет*²*Краснодар, Южный научный центр РАН*

syromyatnikov_pv@mail.ru

В работе для моделирования пространственных гармонических колебаний и расчета напряженно-деформированного состояния композитов, представляющих собой пакеты анизотропных слоев с плоско-параллельными границами раздела, применяется метод решения динамических краевых задач линейной теории упругости для многослойного анизотропного тела, основанный на использовании техники интегральных преобразований Фурье и матриц-функций Грина. Перемещения и напряжения в слое выражаются через контурные интегралы Фурье, которые в свою очередь могут быть представлены в виде суперпозиции волн, соответствующих вычетам в вещественных и комплексных полюсах матрицы Грина. Для статических задач разработаны методы непосредственного вычисления контурных интегралов. Данный подход позволяет с успехом исследовать статические задачи, пространственные установившиеся и нестационарные колебания, возбуждаемые в пакете анизотропных слоев. Предлагаемый авторами метод не имеет ограничений на вид упругой анизотропии слоев, их ориентации и взаимном расположении. Число слоев может быть достаточно большим, но конечным.

Рассматриваются приемы и методы сокращения объема вычислений при расчете данных интегралов и подынтегральных выражений с учетом специфики данного рода задач. Рассматриваемая в строгой постановке динамические краевые задачи для многослойного анизотропного композита оказываются достаточно трудоемкими уже в плоском случае, в пространственном случае требуются значительно большие объемы вычислений, что делает затруднительным непосредственное применение данных методов для практических задач конструирования и оптимизации композитов. В предлагаемой работе оптимизация алгоритмов осуществляется за счет однократного выполнения наиболее трудоемких повторяющихся этапов вычислений и запоминания всех промежуточных величин, не зависящих от конкретной структуры композита. Другая возможность выигрыша во времени состоит в учете элементов упругой симметрии каждого отдельного слоя и структуры композита в целом. Замена всех повторяющихся вычислений на операции записи-считывания, несмотря на большие объемы массивов передаваемых данных, может существенно увеличить скорость расчетов. Кроме элементарных приемов, перечисленных выше, были разработаны различные алгоритмы и методы ускорения вычислений подынтегральных функций и самих контурных интегралов, специфические для ближней и дальней зоны: специальные интерполяционные сетки и схемы, аппроксимации подынтегральных функций, техника интегрирования вычетов, асимптотики подынтегральных функций, асимптотические методы уточнения интегралов.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края (проекты 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а).

Реконструкция неоднородных свойств электроупругих тел на основе сочетания МКЭ и итерационного процесса

Оганесян П. А.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Цель работы — построение итерационного процесса решения обратных коэффицентных задач для неоднородных пьезоэлектрических тел. Такие задачи возникают при определении неоднородных свойств материалов, таких как плотность, модули упругости, диэлектрические проницаемости и пьезомодули. Данный метод решения является альтернативой стохастическим методам, например, генетическим алгоритмам. Для формирования каждого элемента популяции в генетическом алгоритме приходится решать прямую задачу методом конечных элементов, поэтому общее время решения оказывается велико.

Приведем пример построения итерационного процесса для одномерной задачи с неоднородной плотностью. За основу возьмем уравнение установившихся колебаний задачи теории упругости. При переходе от аналитической постановки задачи к конечно-элементной форме проводится учет неоднородности. Для этого плотность тела принимается постоянной в пределах одного конечного элемента (возможно в качестве неизвестных рассматривать узловые значения плотности в конечноэлементной сетке или в узлах интегрирования в конечном элементе). Вектор неизвестных элементных или узловых значений плотности будем считать неизвестным при решении обратной задачи. Зная структуру матрицы масс задачи и алгоритм ее построения, для нахождения вектор плотностей может быть построена СЛАУ при наличии известного решения задачи. В качестве входных данных (дополнительной информации для решения обратной задачи) в примере используются перемещения в одном или нескольких узлах. Рассмотрим теперь итерационный процесс. Сначала выбирается начальное приближение для плотности, например, одно общее значение для всего тела. Проводится решение прямой задачи. В полученном векторе перемещений заменяем компоненты, значения которых известны из условий обратной задачи. Вектор перемещений, составленный из текущего решения и известных компонент, подставляем в векторную форму задачи, из которой получаем новое приближение для плотности. Процесс продолжается до тех пор, пока в текущем решении не будут представлены требуемые перемещения с заданной точностью.

Аналогичным образом можно построить итерационный процесс для нахождения других свойств. В работе, описанный алгоритм реализован в среде MAPLE вместе с конечно-элементным решателем для одномерной прямой задачи. После апробации метода в одномерном случае предполагается разработка модуля для комплекса ACELAN, позволяющего решать обратные двумерные и трехмерные задачи.

Автор выражает благодарности А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Уточнение интерполяционных коэффициентов в численной схеме моделирования массопереноса в виброкипящем слое

Орлова Н. С.

Владикавказ, Южный математический институт ВНИ РАН и РСО-А
norlova.umi.vnc@gmail.com

Ранее была исследована двухжидкостная модель виброкипящего слоя на основе закона Дарси. Модель содержит уравнение неразрывности и уравнение количества движения для твердой фазы, а уравнения для газовой фазы получены с учетом закона фильтрации Дарси. Решалась одномерная задача. Уравнения были приведены к дискретному безразмерному виду. Член, характеризующий конвективный перенос твердой фазы, в уравнении количества движения, а также член, характеризующий перенос массы, в уравнении неразрывности для твердой фазы раскрывались по формуле:

$$\langle uQ \rangle_{j+1/2} = u_{j+1/2} \cdot [(0,5 + \xi)Q_j + (0,5 - \xi)Q_{j+1}]; \quad (1)$$

$$\xi = b_0 \cdot u_{j+1/2} \cdot \frac{\delta t^*}{\delta z^*} + a_0 \cdot \text{sign}(u_{j+1/2}); \quad (2)$$

где Q равно a_s (объемная доля твердых частиц), u равно V_s^* или V_s^{*2} (V_s^* — безразмерная скорость твердой фазы); δt^* — безразмерный шаг по времени; δz^* — безразмерный шаг по координате.

Коэффициенты a_0 и b_0 меняются в пределах от нуля до 0,5. Если $a_0 = 0$, то говорят о «нерегулярном представлении донорной ячейки», если $a_0 = 0,5$, то — о «полном регулярном представлении донорной ячейки». Если $b_0 = 0$, то говорят о «неинтерполированном представлении донорной ячейки», если $b_0 = 0,5$, то — о «полностью интерполированном представлении донорной ячейки».

Важно отметить, что формула (1) ранее использовалась при моделировании движения многофазных потоков, и при моделировании динамики виброкипящего слоя используется впервые.

Исследовалось виброкипение частиц стекла диаметром 0,13 мм. Сравнение результатов расчетов при разных значениях коэффициентов a_0 и b_0 с экспериментальными данными было проведено для слоев с различными значениями толщины засыпки при разных значениях амплитуды и частоты колебаний полки. Следует отметить, что расчеты были проведены не только при одинаковых значениях a_0 и b_0 , но также при разных значениях этих коэффициентов. По результатам сравнения было выявлено, что расчеты, полученные при $a_0 = b_0 = 0,5$, во всех случаях лучше описывают изменение положения нижней границы виброкипящего слоя. При этом влияние коэффициентов на изменение давления газа в нижней части слоя оказалось незначительным. Таким образом, при моделировании виброкипящих слоев, предпочтительнее использовать значения коэффициентов $a_0 = b_0 = 0,5$ в формуле (1).

Идентификация параметров тонкого надреза для различных моделей балок

Осипов А. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
kukuvzz@yandex.ru

Изучение колебаний балочных элементов с дефектами в виде надрезов представляет интерес с точки зрения проблемы идентификации дефектов по данным акустического зондирования.

В работе проведено сравнение двух моделей балок с локализованным дефектом — модели Бернулли и модели Тимошенко, получены соотношения для поправок к резонансным частотам в каждой из моделей, предложена схема идентификации параметров надреза, проведен ряд вычислительных экспериментов, позволяющих оценить эффективность и точность предложенных методов.

В первой части работы рассмотрены колебания балки Бернулли-Эйлера с дефектом в виде тонкого симметричного надреза. На основе численно-аналитических подходов исследованы изменения резонансных частот балки с надрезом в зависимости от параметров дефекта. Разработаны два метода восстановления параметров тонкого надреза (ширина, глубина, объем, центр надреза). Первый метод состоит в получении соотношения, представляющего собой поправку для первых резонансных частот балки с дефектом относительно резонансных частот неповрежденной балки. По значениям трех резонансных частот восстанавливаются параметры надреза. Для нахождения параметров надреза составлена система трех уравнений, каждое из которых составлено с учетом полученной поправки для соответствующей резонансной частоты. Из системы построено трансцендентное уравнение относительно координаты центра, которое решается численно. После нахождения центра надреза вычисляются остальные параметры. Второй метод заключается в получении поправок для АЧХ балки с дефектом относительно АЧХ неповрежденной балки. По трем произвольным точкам АЧХ восстановлены ширина, глубина и координата центра надреза. Для каждого из описанных методов проведен ряд вычислительных экспериментов, продемонстрировавших адекватность предложенных схем. Относительная погрешность восстановления параметров тонкого надреза для балки Бернулли не превышает 5%.

Во второй части работы рассматриваются колебания балки Тимошенко с тонким надрезом. Проведено исследование резонансных частот неповрежденной балки и балки с дефектом, выполнено сравнение резонансных частот для моделей Бернулли и Тимошенко. Получены уравнения для поправок к резонансным частотам в модели Тимошенко. Разработана схема восстановления параметров тонкого надреза. Проведен ряд вычислительных экспериментов. Продемонстрирована работоспособность предложенных схем. Выполнено сравнение результатов восстановления для балок двух моделей.

Автор благодарит Ватульяна А. О. за внимание к работе.

Управление процессом формирования остаточных окружных напряжений в упругом круговом цилиндрическом слое, изготавливаемом методом силовой намотки материала на жесткую извлекаемую оправку

Паршин Д. А.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана

parshin@ipmnet.ru

Рассматривается процесс изготовления некоторого изделия в форме кругового цилиндрического слоя путем силовой намотки материала на оправку, являющуюся формообразующим шаблоном. В таком изделии после его изготовления и извлечения шаблона должны сохраняться остаточные напряжения. При определенных режимах дальнейшей эксплуатации остаточные напряжения способны увеличить несущую способность изделия: например, остаточные сжимающие окружные напряжения будут частично компенсировать растяжение стенки изделия под рабочим внутренним давлением. Сам механизм формирования остаточных напряжений интуитивно понятен: вследствие предварительного натяжения наматываемого материала каждый его вновь присоединяемый виток оказывает давление на изготавливаемое тело и увеличивает его обжатие; отсоединение оправки от готового тела освобождает его стесненную во время изготовления внутреннюю поверхность, но не может привести к исчезновению напряжений внутри тела, поскольку составляющие тело отдельные витки материала не были деформированы полностью совместно. На практике, однако, важно иметь количественное описание этого механизма и возможность управления им для получения оптимального распределения остаточных напряжений.

В работе изучается процесс медленной силовой намотки тонкой ленты на жесткую оправку, в результате которого на оправке формируется упругий слой произвольной толщины. Последний считается однородным, изотропным и достаточно протяженным в осевом направлении, чтобы его деформацию можно было принять плоской. На основе линейной модели квазистатики непрерывно наращиваемых деформируемых тел поставлена задача о получении в сформированном слое заданной толщины после отсоединения от него технологической оправки требуемого распределения остаточных окружных напряжений посредством варьирования в процессе намотки предварительного натяжения наматываемой ленты. С помощью зависимостей, полученных при решении соответствующей задачи наращивания, показано, что решение поставленной задачи управления, то есть отыскание необходимой программы преднатяжения наматываемой ленты, сводится к решению некоторого смешанного интегрального уравнения, содержащего интегралы как с переменным, так и с постоянными пределами интегрирования. Ядра этих интегралов содержат информацию об упругих свойствах рассматриваемого материала. Построено аналитическое решение данного уравнения. Проведен качественный и количественный анализ построенного решения. Приведены конкретные числовые примеры, иллюстрирующие возможности управления остаточными напряжениями в упругом слое, изготовленном методом силовой намотки с использованием извлекаемой жесткой оправки.

Моделирование разрушения по границе соединения материалов

Перельмутер М. Н.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

perelm@ipmnet.ru

Рассматривается модель разрушения соединения различных материалов при наличии участка нарушенных связей между материалами. Участок нарушенных связей моделируется трещиной, расположенной между двумя упругими полуплоскостями из различных материалов. Полагается, что между берегами трещины действуют силы сцепления, обусловленные адгезионным взаимодействием материалов или наличием подкрепляющих волокон в композитах. Размер зоны взаимодействия берегов трещины (концевая область) может меняться в процессе роста трещины и не является малым по сравнению с размером трещины.

Для математического описания взаимодействия берегов трещины полагается, что между берегами трещины имеются связи, закон деформирования которых задан, причем функциональная зависимость между напряжениями в связях и раскрытием трещины может быть, в общем случае, нелинейной. Исходя из принципа суперпозиции, получена система сингулярных интегрально-дифференциальных уравнений для определения нормальных и касательных напряжений в связях, возникающих при действии внешних нагрузок. Система уравнений решается численно. Коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) для трещины на границе соединения материалов определяются с учетом напряжений в связях, сдерживающих раскрытие трещины и частично компенсирующих действие внешних нагрузок.

Для случая постоянной внешней нагрузки, нормальной к плоскости трещины, выполнен параметрический анализ предложенной модели трещины. Рассмотрены различные виды законов деформирования связей с упрочнением и разупрочнением. Получены распределения напряжений в связях и зависимости КИН от размера концевой области трещины и свойств связей. Рассмотрены энергетические характеристики трещины со связями в концевой области: скорости высвобождения и поглощения энергии деформации. Предельное равновесие трещины с концевой областью характеризуется равенством скоростей высвобождения и поглощения энергии деформации с одновременным достижением раскрытия на краю концевой области трещины критического для данного типа связей значения. Для состояния предельного равновесия получены зависимости размера концевой области трещины, разрушающей нагрузки (прочности) и адгезионной энергии разрушения от длины трещины. Выполнен сравнительный анализ применения энергетического и силового критериев разрушения для решения задачи о квазистатическом росте трещины в однородном теле при действии внешней нагрузки нормальной плоскости трещины и наличии постоянных напряжений в концевой области трещины.

Показано, что энергетический и силовой критерии развития трещины дают близкие оценки параметров разрушения для трещин с малой концевой областью, а также в случае композиционного материала с матрицей, обладающей высокой трещиностойкостью.

О важности учета ползучести при моделировании снижения остаточных напряжений температурным воздействием

Полоник М. В.¹, Рогачев Е. Е.²

¹*Владивосток, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН*

²*Владивосток, Дальневосточный федеральный университет*

polonic@iacp.dvo.ru, egor1805@mail.ru

В заготовке в результате деформирования, неравномерного охлаждения или каких-либо структурных превращений могут возникать остаточные напряжения. Наложение остаточных напряжений на вновь приложенную внешнюю нагрузку, может привести к таким большим суммарным напряжениям, которые вызывают нежелательные изменения формы (коробление) или даже разрушение. Поэтому существует необходимость в применении различных способов, приводящих к снятию остаточных напряжений. Примером такого способа может служить технологический процесс отжига. Технология отжига заключается в нагреве до определенной температуры, выдержке и последующем, медленном, охлаждении.

В работе на примере полого шара с остаточными напряжениями, накопленными в процессе одномерного деформирования, моделируется процесс отжига. В рамках линейной теории упругопластического тела решена задача медленного нагрева, при котором температура во всех точках среды предполагается одинаковой, и последующего медленного охлаждения. Под воздействием температуры изменяется один из параметров материала — предел текучести. Его изменение задаем интерполяционной функцией, построенной по известным экспериментальным данным при различных температурах. Решение показывает, что при полном охлаждении в заготовке возникают нежелательные эффекты. В окрестности концентратора напряжений зарождается область, в которой напряжения становятся растягивающимися в процессе охлаждения, — область повторного пластического течения. Уровень остаточных напряжений возрастает. Такой результат объясняется тем, что не была учтена стадия выдержки при некоторой постоянной температуре, следующая сразу же после стадии нагрева. Поэтому в моделируемом процессе существует необходимость рассматривать задачу, учитывающую стадию выдержки. Поскольку для материалов, находящихся под длительным влиянием неизменной температуры, характерно проявление свойств ползучести, стадию выдержки моделируем с учетом этих свойств. Ползучесть, приводящую к накоплению необратимых деформаций в теле, описываем с помощью степенного закона Нортона. Проведенный расчет показал, что уже на стадии выдержки происходит релаксация напряжений. Дальнейшее моделирование охлаждения до комнатной температуры показывает, что в теле не возникает ранее указанных отрицательных эффектов, и, более того, в окрестности концентратора уровень остаточных напряжений существенно снижается. Таким образом, именно учет ползучести на стадии выдержки позволяет получить результат, адекватный практике.

Сдвиговые колебания слоистых электроупругих сред с электродами-включениями

Пряхина О. Д., Самойлов М. В., Смирнова А. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет
yt-56@mail.ru

Сдвиговые колебания слоистых электроупругих сред с электродами-включениями В данной работе рассматривается связанная динамическая смешанная задача электроупругости для полуограниченной многослойной среды при наличии систем внутренних и поверхностных электродов. Среда представляет собой пакет из произвольного количества плоскопараллельных слоев. Каждый слой характеризуется своим набором физико-механических параметров. Верхняя электродированная поверхность среды подвергается действию сдвиговой механической и электрической нагрузок. Нижняя грань пакета металлизирована, жестко сцеплена с недеформируемым основанием и закорочена. На границах смены физико-механических свойств слоев находятся электродные покрытия, которые предполагаются бесконечно тонкими, плоскими и невесомыми. В областях расположения электродов сдвиговые напряжения и нормальная составляющая электрической индукции претерпевают разрыв. Кроме того, при переходе через электроды-включения выполняются условия непрерывности для перемещений и электрического потенциала. В качестве электроупругого материала рассматривается пьезокерамика, поляризованная вдоль оси, параллельной поверхности среды (класс $6mm$ гексагональной сингонии).

Для решения поставленной задачи на первом этапе рассматривается вспомогательная задача о колебаниях одного электроупругого слоя. На основе построенного специального решения вспомогательной задачи строится решение задачи о колебаниях пакета плоскопараллельных электроупругих слоев с электродированными границами. Далее осуществляется переход к смешанной задаче и выводится система интегральных уравнений, дальнейшее решение которой предполагает использование метода фиктивного поглощения, метода факторизации или численных методов. Одно из важнейших мест при решении поставленной задачи занимает построение матрично-функциональных соотношений и блочной матрицы-символа Грина. В работе предлагается рекуррентная процедура построения формул для вычисления элементов блочной матрицы-символа Грина для многослойного пакета электроупругих слоев. Также построены определители блочных матриц для различных моделей сред. Приводятся аналитические представления элементов матрицы-символа Грина для биморфного и триморфного пьезоэлементов с внутренними электродными покрытиями в виде отношения целых функций, позволяющие эффективно проводить многопараметрический численный анализ дисперсионных свойств и строить асимптотику этих функций, что необходимо для решения интегральных уравнений методом фиктивного поглощения. На основе построенных решений изучено поведение скачка нормальной компоненты вектора электрической индукции при переходе через внутренний электрод для различных моделей сред.

Математические модели несжимаемых вязкоупругих сред Максвелла и Кельвина–Фойхта

Пухначев В. В.

*Новосибирск, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
Новосибирский национальный исследовательский госуниверситет
pukhnachev@gmail.com*

Стимулом для исследований автора в указанной области послужили эксперименты, выполненные в Екатеринбурге (Апакашев и Павлов, 1997) и Челябинске (Коренченко и Бескачко, 2008). В этих работах было обнаружено, что при малых скоростях деформации вода и подобные ей жидкости, наряду с вязкими, проявляют и упругие свойства. При этом фактором сжимаемости среды можно пренебречь. Это обстоятельство приводит к потере свойства гиперболичности, которым обладают многие модели сжимаемых вязкоупругих сред. Начально-краевые задачи для соответствующих систем квазилинейных уравнений составного типа достаточно сложны, поэтому целесообразно исследовать их на примерах двумерных и одномерных решений. Этому способствуют богатые групповые свойства моделей несжимаемых вязкоупругих сред Максвелла (Мещерякова и Пухначев, 2010) и Кельвина–Фойхта (Головин и Мещерякова, 2013). Для этих сред изучены классические задачи о заполнении сферической полости (Осипов, 2008; Осипов и Пухначёв, 2009) и о движении между вращающимися цилиндрами (Осипов, Пухначев и Пухначева, 2010). В то время как модель Кельвина–Фойхта близка по своим свойствам к модели нелинейной акустики вязкого газа (а для движений с прямолинейными и круговыми траекториями - к модели линейной акустики), модель среды Максвелла обладает яркой специфичностью. Ее уравнения имеют как вещественные, так и комплексные характеристики (Пухначев, 2010). Нами выделены классы эффективно одномерных движений, для которых удастся разделить данную систему на гиперболическую подсистему и квадратуру (Ляпидевский и Пухначев, 2013). Свойства получаемых гиперболических подмоделей зависят от выбора инвариантной производной в реологическом соотношении. Если в качестве последней выбрана вращательная производная Яуманна, результирующие уравнения тождественны уравнениям динамики невязкого газа с невыпуклой зависимостью давления от удельного объема. Они допускают запись в виде законов сохранения, что позволяет анализировать разрывные решения этих уравнений. Если выбирается верхняя или нижняя конвективная производная, то уравнения одномерных гиперболических подмоделей линейны. Показано, что плоское течение Куэтта в модели с вращательной производной неустойчиво в классе слоистых течений, если число Вейсенберга больше единицы. (В тоже время, в моделях с верхней или нижней конвективными производными это течение сохраняет устойчивость по отношению к одномерным возмущениям). Развитие малых возмущений приводит к появлению разрывов касательных скоростей и поля напряжений. Обнаружено явление гистерезиса при последовательном увеличении и уменьшении числа Вейсенберга с переходом его через критическое значение.

Работа выполнена в рамках программы 14.3 Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН.

Лучевые представления решений многомерных задач динамики нелинейно-упругих сред при ударных воздействиях

Рагозина В. Е., Иванова Ю. Е.

Владивосток, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН
ivanova@iacp.dvo.ru, ragozina@vlc.ru

Динамические процессы обработки материалов давлением связаны с таким сложным физико-математическим явлением, как образование и движение по среде поверхностей разрывов деформаций — ударных волн. По своей сути это нелинейный процесс, и его моделирование возможно только на основе нелинейной математической модели. На современном уровне развития математического аппарата исследования нелинейных задач ситуация, когда возможно указать точное теоретическое решение, является скорее исключением. Вместе с этим, знание теоретического представления решения на основе точных или приближенных методов имеет большое число преимуществ по отношению к численному эксперименту. Приближенные методы, такие как метод малого параметра, лучевой метод неоднократно применялись ранее к одномерным задачам ударного деформирования. Настоящая работа представляет обобщение лучевого метода для многомерных динамических задач в нелинейно-упругих средах. В качестве модельного примера выбрана задача о плоской деформации полупространства, заполненного нелинейно-упругой изотропной средой. Граница полупространства — цилиндрическая поверхность ненулевой кривизны. До момента приложения нагрузки среда считается недеформированной. В представляемой работе предполагается, что результатом граничного воздействия будет двумерное поле перемещений точек среды $u_1(x_1, x_2, t)$, $u_2(x_1, x_2, t)$, $u_3 = 0$. Эти перемещения связаны с динамическим деформированием, создающим две ударные волны: чисто продольную и квазипоперечную. Решение за каждой из волн представляется лучевыми рядами, коэффициенты которых вычисляются как скачки производных по времени поля перемещений на передних волновых фронтах. Для этих скачков используется представление дополнительными рядами, включенными в лучевые ряды. Дополнительные ряды вычисляются по дельта-производным в окрестности нуля. Такая же методика дополнительных рядов применяется при анализе геометрии лучевых координат с учетом их нелинейной расходимости. Неизвестные функции лучевых рядов определяются на основе полученных уравнений затухания совместно с учетом краевых условий на нагружаемой поверхности. Эта задача при решении требует анализа дополнительных проблем: установление зависимости между декартовыми координатами и криволинейными сетками, определение взаимосвязи непосредственно между лучевыми координатными системами, согласование решения за фронтом квазипоперечной волны с краевыми условиями на границе полупространства. Все перечисленные задачи решаются на основе предположения о малости послеударных времен. Для первого приближения метода получены лучевые представления поля перемещений за каждым волновым фронтом, определены формулы, задающие геометрию лучевых направлений. Построенное решение без труда переносится на последующие приближения, единственным ограничивающим фактором здесь является общая громоздкость формул лучевого метода.

Об учете фактора неоднородности среды в одномерных задачах деформации, приводящих к продольным ударным волнам

Рагозина В. Е., Иванова Ю. Е.

Владивосток, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН

ivanova@iacp.dvo.ru, ragozina@vlc.ru

Наиболее простой моделью для описания нестационарных процессов интенсивного деформирования твердых тел (включая образование и распространение ударных волн) является модель нелинейно упругой изотропной среды. Для этой модели известно, что в общем случае волновые процессы не могут быть разделены на чисто продольные или поперечные и приобретают смешанный характер. На движение передних фронтов ударных волн оказывают влияние предварительные деформации среды, волновая интенсивность, послеударное воздействие на нагружаемых поверхностях, а также геометрические характеристики волновой поверхности. Перечисленные свойства краевых задач с поверхностями сильных разрывов, за исключением автомодельных постановок, не позволяют получать точные аналитические решения. Поэтому в качестве метода исследования волновых процессов был выбран метод сращиваемых асимптотических разложений. На его основе в ряде работ было показано, что в прифронтной области ударной волны основная информация о решении определяется так называемыми эволюционными уравнениями. Данные уравнения имеют большое значение, позволяя выделить наиболее существенные стороны динамического процесса и объясняя механизмы, формирующие такой процесс. Они определяют поведение одного из сращиваемых в методе решений и возникают в областях пространственно-временных координат, где нелинейные эффекты оказываются доминирующими. На практике зачастую необходимы сведения о характере и закономерностях движения ударных волн в массивах большой протяженности, для которых необходимо учесть возможную неоднородность среды.

В настоящей работе рассматривалась одномерная задача о плоской продольной ударной волне с учетом неоднородности нелинейно-упругой среды в направлении движения волны. Слабая неоднородность задавалась линейной зависимостью упругих модулей среды и плотности среды от пространственной переменной. На основе метода сращиваемых асимптотических разложений было показано, что наличие слабой неоднородности и определенное соотношение между ее порядком и порядком нелинейности модели приводит в областях, удаленных от нагружаемой границы, к различным типам эволюционных квазилинейных волновых уравнений. Наиболее интересный вариант возникающего эволюционного уравнения получен с помощью совместного изменения как масштаба пространственной координаты, так и связанного с ним вида полухарактеристической переменной. Полученные эволюционные уравнения в пределе при переходе к изотропной среде сводятся к известному уравнению Коула–Хопфа.

Модели поведения сплавов и полимеров с памятью формы при больших деформациях

Роговой А. А., Столбова О. С.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

rogovoy@icmm.ru, sos@icmm.ru

Все кинематические и силовые величины в сложных средах определяются историей термо-упруго-неупругого процесса, происходящего в них. Для описания истории процесса наиболее удобна процедура, основанная на кинематике наложения малых деформаций на конечные. Обычно эта процедура используется при решении нелинейных краевых задач методом последовательного нагружения (силового и/или кинематического). Однако, эта процедура эффективна и для построения кинематических соотношений термо-упруго-неупругого процесса и определяющих уравнений, которые удовлетворяют принципам термодинамики и объективности.

Определяющие соотношения для сложных сред при малых деформациях могут быть построены, используя простой, но эффективный подход, основанный на возможности представить полную деформацию суммой упругих, неупругих и температурных деформаций. Аналогичный подход может быть положен в основу построения определяющих соотношений термо-упруго-неупругих процессов при конечных деформациях. Но для того, чтобы иметь возможность суммировать деформации, необходимо ввести, помимо начальной и текущей конфигураций, еще и промежуточную конфигурацию, близкую к текущей, и использовать деформации, возникающие при переходе из промежуточной конфигурации в эту близкую текущую.

В рамках такого подхода разработана теория построения моделей, описывающих поведение сложных сред при конечных деформациях и структурных изменениях в материалах и удовлетворяющих принципам термодинамики и объективности. Для учета изменения в процессе деформирования структуры материала введены скалярные структурные параметры, зависящие от неупругой кинематики и влияющие на параметры определяющих уравнений, описывающих упругие и неупругие процессы в среде. Предложен функционал, основанный на упругом потенциале и совпадающий с ним в случае чисто упругого процесса. Используя первый закон термодинамики, построено уравнение теплопроводности.

В рамках разработанной теории построена модель сплава с памятью формы (аустенитно-мартенситный переход) при конечных деформациях и модель поведения полимеров с памятью формы (высокоэластичность-стеклование) при больших деформациях. Модели аттестованы на задачах о конечных деформациях простых конструкций при прямом и обратном переходах.

Работа выполнена в ведущей научной школе (грант Президента РФ НШ-5389.2012.1) в рамках программ фундаментальных исследований ОЭММиПУ РАН (код проекта 12-Т-1-1004), программы совместных фундаментальных исследований УрО РАН, СО РАН и ДВО РАН (код проекта 12-С-1-1015), Государственного контракта с Министерством образования и науки РФ (соглашение № 8220) и при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 12-01-00419).

Математическая модель микрополярных ортотропных упругих тонких двухслойных оболочек

Саркисян С. О., Фарманян А. Ж.

*Гюмри, Гюмрийский государственный педагогический институт
им. М. Налбандяна
m.liloo@mail.ru*

Рассмотрим двухслойную оболочку, составленную из двух тонких слоев, которые изготовлены из микрополярных ортотропных упругих, но различных материалов. Будем предполагать, что оба слоя прочно склеены или спаяны друг с другом по поверхности соприкосновения, так что при деформировании оболочки оба слоя работают совместно.

Будем рассматривать проблему сведения трехмерной задачи микрополярной теории упругости для ортотропного материала, для двухслойного случая к двумерной задаче теории тонких оболочек. Для решения этой проблемы будем пользоваться гипотезами, которые будем формулировать для двухслойного пакета оболочки в целом:

1. В процессе деформации прямолинейные и нормальные к исходной поверхности оболочки волокна поворачиваются как жесткое целое на некоторый угол, не изменяя при этом своей длины и не оставаясь перпендикулярным к деформированной поверхности. Математически принятую гипотезу запишем в виде:

$$\begin{aligned} V_1^i &= u_1(\alpha_1, \alpha_2) + \alpha_3 \psi_1(\alpha_1, \alpha_2), \quad V_2^i = u_2(\alpha_1, \alpha_2) + \alpha_3 \psi_2(\alpha_1, \alpha_2), \\ \omega_3^i &= \omega_3(\alpha_1, \alpha_2) + \alpha_3 i(\alpha_1, \alpha_2), \\ V_3^i &= w(\alpha_1, \alpha_2), \quad \omega_1^i = \Omega_1(\alpha_1, \alpha_2), \quad \omega_2^i = \Omega_2(\alpha_1, \alpha_2), \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

2. Силовым напряжением σ_{33}^i и моментными напряжениями μ_{31}^i, μ_{32}^i в обобщенном законе Гука для микрополярного материала можно пренебречь соответственно по сравнению с силовыми напряжениями $\sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i$ и моментными напряжениями $\mu_{13}^i, \mu_{23}^i, i = 1, 2$.

3. Величинами $\alpha_3/R_1, \alpha_3/R_2$ по сравнению с единицей можно пренебрегать.

4. При определении деформаций изгиба-кручения, силовых и моментных напряжений в каждом слое сначала для силовых напряжений $\sigma_{31}^i, \sigma_{32}^i$ и моментного напряжения μ_{33}^i примем

$$\sigma_{31}^i = \sigma_{31}^{0i}(\alpha_1, \alpha_2), \quad \sigma_{32}^i = \sigma_{32}^{0i}(\alpha_1, \alpha_2), \quad \mu_{33}^i = \mu_{33}^{0i}(\alpha_1, \alpha_2), \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

После вычисления указанных величин значения $\sigma_{31}^{(i)}, \sigma_{32}^{(i)}$ и $\mu_{33}^{(i)}$ в каждом слое окончательно определим прибавлением к соответствующим значениям (2) слагаемого, получаемого интегрированием соответствующего уравнения равновесия, для каждого из которых усредненная по толщине слоя величина равна нулю.

Принятые гипотезы позволяют построить общую модель микрополярных упругих ортотропных двухслойных тонких оболочек.

Формирование и релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах конструкций

Саушкин М. Н.

Самара, Самарский государственный технический университет
mikhail@saushkin.com

В работе рассматриваются вопросы, связанные с математическим моделированием напряженно-деформированного состояния поверхностно упрочненного слоя элементов конструкций после процедуры упрочнения и в процессе ползучести в поле внешних сил.

Приводятся постановки и методы решения задачи восстановления полей остаточных напряжений и пластических деформаций для упрочненных сплошного и полого цилиндрических образцов, которые базируются на частичной эмпирической информации. Описывается метод, с помощью которого полученные «точные» решения используются при исследовании устойчивости наведенных остаточных напряжений к температурно-силовым нагрузкам.

Разработан метод, позволяющий использовать решения, которые получены для цилиндрических образцов, в случае элементов конструкций с произвольной границей для плоской и пространственной задач. Показывается, что полученные решения могут также использоваться при решении задач для элементов конструкций, в которых после процедуры упрочнения при нанесении концентраторов производится удаление приповерхностной части объема. Применение метода иллюстрируется решением краевых задач оценки напряженно-деформированного состояния в упрочненном слое ряда элементов конструкций (круговой концентратор в плите, концентраторы различной геометрии в сплошных и полых цилиндрических образцах, концентратор в лопатке газотурбинного двигателя).

Достоверность расчетов по предложенным методикам обеспечивается сравнением расчетных данных с экспериментальными данными для упрочненных цилиндрических образцов и образцов с концентраторами из различных сплавов и сталей (ЖС6КП, ВТ9, 30ХГСА, ЭИ691, ЭИ696 и др.) и различных режимов обработки (обкатка роликом, алмазное выглаживание, обработка ультразвуком, дробеструйная обработка и др.), находящихся в условиях ползучести в поле внешних сил.

Приведен ряд модельных расчетов кинетики остаточных напряжений в упрочненном слое в зависимости от начального состояния и силовых характеристик. Выполнено сравнение расчетных и экспериментальных данных. Адекватность решений краевых задач релаксации остаточных напряжений на основании разработанного метода реальному процессу подтверждена сравнением расчетных и экспериментальных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-01-00699) и в рамках государственного задания высшим учебным в части проведения научно-исследовательских работ (проект № 1.312.2011).

Виброакустика оболочек вращения из композиционных полимерных материалов с учетом дискретных подкреплений круговыми ребрами

Сафроненко В. Г.¹, Донченко Е. Н.¹, Шутько В. М.²

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
safron@math.sfedu.ru*

Развиты математическая и компьютерная модели виброакустики многослойных композитных (на полимерной основе) оболочек вращения, подкрепленных круговыми ребрами жесткости при воздействии вибрационных нагрузок. Используется модель типа Тимошенко, учитывающая деформации поперечного сдвига и инерции поворотов. Для колец композиционной структуры также учитываются деформации поперечного сдвига на основе кинематики Тимошенко.

По внешней поверхности оболочки могут контактировать с линейной акустической средой, учитываемой импедансным методом. Построение акустических полей выполняется с помощью интеграла Гельмгольца. Модели направлены на анализ модовой структуры формирования вибрационных и акустических полей в аспекте проблемы демпфирования колебаний.

Исследовались амплитудно-частотные и диссипативные характеристики системы «композитная оболочка – сплошная среда» в зависимости от структуры оболочки и физико-механических свойств компонент композита. При этом использовались определяющие соотношения для полимерного связующего, которые учитывают нелинейный и немонотонный характер зависимостей физико-механических характеристик от частоты нагружения и температуры. Анализировалось излучение акустической энергии во внешнюю среду и внутренние потери механической энергии в оболочке.

Численные эксперименты выполнялись на оболочках вращения, для которых искомые функции решения представлялись комплекснозначными рядами Фурье по окружной координате с последующим формированием разрешающей системы уравнений нормального типа 10 порядка. Полученные квазиодномерные системы, содержащие номер окружной гармоник, решались методом перехода к задачам Коши. При этом использовался метод ортогональной прогонки, обеспечивающий устойчивый счет при интегрировании по образующей оболочки.

Определяется динамическое напряженно-деформированное состояние оболочки, осуществляется модальный анализ амплитудно-частотных характеристик перемещений и давлений на поверхности оболочки и в окружающей ее акустической среде в зависимости от механических характеристик и структурных параметров круговых ребер, учитываемых дискретным образом. Для оценки демпфирующих и диссипативных свойств композитной конструкции определяется коэффициент поглощения энергии, рассчитываются диссипативные характеристики системы «композитная оболочка – акустическая среда».

Алгоритм численной реализации термомеханической модели для описания динамики пластической среды

Свободина К. С.

Красноярск, Институт вычислительного моделирования СО РАН
mks88@mail.ru

Рассматривается упрощенная математическая модель деформирования, при котором упругим изменением формы частиц можно пренебречь. В отличие от более общей модели Уилкинса, учитывающей упругопластическое формоизменение, в которой не существует упругого потенциала деформирования, эта модель полностью удовлетворяет постулатам необратимой термодинамики. Она в случае классических условий пластичности Мизеса и Треска–Сен-Венана корректно описывает классы разрывных решений с ударными волнами — движущимися поверхностями разрыва скоростей и напряжений. Уравнения состояния среды для давления p , плотности ρ и скорости упругих волн с описывает упругую деформацию объема. Определяющие соотношения пластического деформирования формулируются в виде вариационного неравенства, соответствующего математической формулировке принципа максимума мощности диссипации энергии:

$$\begin{aligned} \rho v_{k,t} &= -p_{,k} + \tau_{kj,j}, & p_{,t} &= -\rho c^2 v_{i,i}, \\ (\tilde{\tau}_{kj} - \tau_{kj}) v_{k,j} &\leq 0, & f(\tau_{kj}) &\leq 0, & f(\tilde{\tau}_{kj}) &\leq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь v_k — проекции вектора скорости, τ_{kj} — компоненты девиатора тензора напряжений, f — выпуклая функция текучести материала, характеризующая переход из упругого состояния в пластическое состояние. Через $\tilde{\tau}_{kj}$ обозначены произвольные допустимые вариации напряжений. Нижний индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной.

Вязкая регуляризация уравнений упругого деформирования приводит к системе (η — коэффициент вязкости):

$$\begin{aligned} \rho v_{k,t} &= -p_{,k} + \tau_{kj,j}, \\ p_{,t} &= -\rho c^2 v_{k,k}, \\ \tau_{kj} &= \eta (v_{k,j} + v_{j,k} - 2/3 v_{i,i} \delta_{kj}). \end{aligned} \quad (2)$$

На первом этапе разработанного алгоритма численно решается система (2). Разностная схема для уравнений вязкой сжимаемой жидкости разработана на основе метода Иванова построения диссипативных схем с контролируемой искусственной диссипацией энергии. Для такой схемы алгоритм корректировки решения не требует итераций и реализуется путем применения процедуры, аналогичной процедуре корректировки напряжений Уилкинса, на каждом шаге по времени решается вариационное неравенство

$$(\tilde{\tau}_{kj} - \tau_{kj}) (\tau_{kj} - \eta v_{k,j}) \leq 0, \quad f(\tau_{kj}) \leq 0, \quad f(\tilde{\tau}_{kj}) \leq 0. \quad (3)$$

в котором градиенты скорости $v_{k,j}$ берутся с первого этапа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00053).

Критерии определения опасных направлений сейсмического воздействия при расчете сооружений

Симбиркин В. Н.¹, Якушев В. Л.², Филимонов А. В.¹

¹Москва, ООО ЕВРОСОФТ

²Москва, Институт автоматизации проектирования РАН

sim@eurosoft.ru, FilimonovAnton@yandex.ru, yakushev@icad.org.ru

Сейсмические воздействия могут иметь любое направление в пространстве. При анализе сейсмостойкости зданий и сооружений на основе линейно-спектрального метода расчета, как правило, рассматривают следующие направления сейсмического воздействия:

- направления, соответствующие ориентации низших форм собственных колебаний сооружения; это правило обычно приводит к рассмотрению двух ортогональных направлений горизонтального воздействия и вертикального сейсмического воздействия, если оно должно быть учтено согласно указаниям норм (СП 14.1330.2011.);
- направления, при которых реализуются максимумы динамической реакции сооружения при учете необходимого числа первых собственных форм;
- направления, соответствующие наиболее вероятному для данной площадки местоположению очага возможного землетрясения относительно рассматриваемого здания.

Направления воздействий первых двух групп являются для здания наиболее опасными. Эти направления должны определяться расчетным путем.

Очевидно, что экстремальные величины различных параметров напряженно-деформированного состояния и экстремальные величины одного параметра для разных конструктивных элементов здания достигаются при различных направлениях воздействия. Поэтому опасных направлений сейсмического воздействия на здание в общем случае может быть несколько, и для обеспечения надежного проектирования конструкций следует рассмотреть их все.

В работе предложены способы определения опасных направлений сейсмического воздействия при расчете конструкций по линейно-спектральной теории на основе метода конечных элементов.

В качестве возможных опасных направлений сейсмического воздействия были рассмотрены направления, при которых реализуются максимумы величин обобщенной сейсмической силы, обобщенного перемещения и работы данных сил на соответствующих перемещениях. Определение этих направлений осуществляется в результате решения задач оптимизации.

Проведена оценка эффективности предложенных критериев на ряде примеров. Во всех задачах рассмотрено поступательное сейсмическое воздействие единичной интенсивности. Расчеты выполнены с использованием программного комплекса STARK ES, разработанном с участием авторов статьи. Во всех задачах учтено столько форм собственных колебаний, чтобы сумма эффективных модальных масс составляла не менее 90% по каждому из рассмотренных направлений сейсмического воздействия. С этой целью применен «сейсмический режим» поиска собственных значений.

Реконструкция параметров трещин в функционально градиентных материалах

Соловьев А. Н.^{1,2,3}, Спожакин А. С.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

³*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

solovievarc@gmail.com

Материалы с неоднородными механическими свойствами находят широкое применение в технике. При упрочнении поверхности с помощью механических или эмиссионных воздействий эта неоднородность характеризуется зависимостью свойств от толщины координаты. Возникающий при этом класс материалов относится к функционально градиентным материалам (ФГМ). ФГМ могут использоваться в виде покрытий деталей из однородных материалов. Одной из проблем применения ФГМ является определение их поврежденного состояния. Ранее был предложен метод реконструкции трещин в слоистых материалах, основанный на построении пробных аналитических решений для конструкции без дефектов. В некотором приближении ФГМ покрытия может быть рассмотрен как слоистый с определенным набором свойств в каждом слое, тогда в задаче идентификации дефектов может быть применен упомянутый выше способ. При этом рассмотрением большого количества слоев может быть моделирован достаточно общий закон неоднородности. В том случае, когда имеется информация о полиномиальном или экспоненциальном законе изменения механических свойств, также возможно построение некоторого набора пробных аналитических решений для неповрежденного покрытия.

В работе рассмотрено два выше описанных подхода к решению задачи о реконструкции трещин в покрытии из ФГМ, представляющем собой слой с плоскими параллельными основаниями. Проблема сводится к обратным геометрическим задачам теории упругости, которые решаются на основе применения принципа взаимности для поврежденного и неповрежденного тел. Для этого выбираются набор пробных решений для тела из ФГМ, которые являются аналитическими решениями для слоистых покрытий с однородными слоями или для определенных классов неоднородных свойств материала (полиномиальный и экспоненциальный). В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи используется поле смещений измеренное на свободной границе тела. В случае малых дефектов и дефектов типа трещин с невзаимодействующими берегами параллельными поверхности слоя, строятся аналитические формулы для определения вертикальной координаты (по толщине слоя) дефекта. В том случае, когда рассматриваемая конструкция находится при длительном вибрационном воздействии, трещины являются внутренними источниками тепла за счет взаимодействия их берегов. В этом проблема сводится к обратной задаче теплопроводности для слоистого или ФГМ. Дополнительной информацией для решения обратной задачи определения внутренних источников тепла служит температурный портрет тела. Применение описанной выше методики к уравнению стационарного распределения температуры позволяет получить формулы для координат внутренней точки «трещины-источника».

Определение контактных характеристик и гистерезисных потерь
при скольжении гладкого штампа по границе вязкоупругого
полупространства под действием нормальных и касательных сил

Степанов Ф. И., Торская Е. В.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
torskaya@mail.ru

Несовершенная упругость материалов взаимодействующих тел приводит к гистерезисным потерям при их деформировании, что, в частности, является причиной возникновения силы сопротивления скольжению и качению. Контактные задачи о скольжении и качении линейно вязкоупругих тел ранее в ряде работ рассматривались в плоской постановке. В работе В. М. Александрова, И. Г. Горячевой, Е. В. Торской (2010) представлена пространственная задача о скольжении штампа по границе вязкоупругого тела под действием нормальной нагрузки. В настоящей работе предложен численно-аналитический метод определения распределения контактного давления и неизвестной области контакта для гладкого штампа, скользящего с постоянной скоростью по границе вязкоупругого полупространства, в области контакта действуют нормальные и касательные напряжения, обусловленные силами трения, имеющими адгезионную природу. Касательные и нормальные напряжения связаны законом Кулона–Амонтона. Задача решается в квазистатической постановке путем построения функции Грина для вязкоупругого полупространства (аналога функции Буссинеска) при скольжении по нему сосредоточенной силы. Контактная задача решается методом граничных элементов, при решении используется итерационная процедура. В общем случае свойства материала характеризуются спектром времен релаксации, некоторые расчеты проведены для одного времени релаксации. Была исследована зависимость распределения давления, формы и размеров области контакта от скорости, приложенных в области контакта касательных напряжений и вязкоупругих свойств материала. Результаты расчета для осесимметричного индентора показали, что область контакта в общем случае расположена асимметрично по отношению к оси симметрии индентора и смещена по направлению его движения; на степень асимметрии существенное влияние оказывает скорость скольжения. Также было показано, что наличие касательных сил в области контакта существенно влияет на решение контактной задачи в том случае, когда при скольжении проявляются вязкоупругие свойства материала; это влияние существенно меньше при малых и больших скоростях, когда вязкоупругое тело реагирует на нагружение как упругое с длительным и мгновенным модулем упругости соответственно. Проведен расчет момента сопротивления скольжению за счет гистерезисных потерь и анализ его зависимости от скорости скольжения и от коэффициента трения, обусловленного адгезионными силами, возникающими при скольжении.

Обратная задача определения свойств материала по диаграмме чистого изгиба

Стружанов В. В.

Екатеринбург, Институт машиноведения УрО РАН

stru@imach.uran.ru

В механике материалов особое место занимает проблема экспериментального определения свойств материалов на всех стадиях деформирования, включая и закритическую стадию. Трудность заключается в том, что в некоторый момент нагружения деформирование испытуемого образца теряет устойчивость, а именно либо существенно изменяется геометрия образца и соответственно нарушается однородность напряженно-деформированного состояния, которая является необходимым условием при определении свойств, либо происходит динамическое разрушение после выхода на закритическую стадию. Одним из возможных путей решения данной проблемы является проведение испытаний специальных конструктивных элементов с последующим пересчетом данных эксперимента на свойства материала. Конструктивный элемент и схема нагружения выбираются таким образом, чтобы в некоторой области элемент материала проходил все стадии деформирования и при этом сохранялась устойчивость самого элемента конструкции. Задачи определения количественных характеристик по результатам измерений их косвенных проявлений представляют собой обратные задачи, часто возникающие в физике, технике и других отраслях знаний. Как правило, они относятся к классу некорректных задач.

В работе приводится методология решения обратных некорректных задач, разработанная Тихоновым А.Н. и Ивановым В.К., которая основывается на методе перебора и понятия квазирешения. В качестве примера рассматривается конструктивный элемент в виде балки прямоугольного сечения и решается обратная задача определения свойств материала по результатам, полученным при чистом изгибе этой балки. В эксперименте получена зависимость «изгибающий момент – кривизна» в наборе точек с точностью, позволяемой современной экспериментальной аппаратурой. Показано, что эта задача требует решения интегрального уравнения Вольтерры первого рода и, следовательно, является некорректной задачей. Для некорректных задач не выполняется третье условие корректности в смысле Адамара, а именно, сколь угодно малым возмущениям исходных данных соответствуют большие изменения решений. Поэтому после сведения исходной задачи к системе алгебраических уравнений с использованием метода трапеций вычисления определенных интегралов, при неточной правой части эта система дает характерное пилообразное решение. Регуляризация решения осуществляется методом подбора в специальной интерпретации. Модельный пример показывает, что изложенный алгоритм позволяет получить диаграмму деформирования материала при чистом изгибе с приемлемой для практики степенью точности.

Теоретические и экспериментальные методы
в задаче прохождения ультразвукового пучка волн
через упругие среды со скоплениями микро-дефектов

Сумбатян М. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
sumbat@math.rsu.ru

Рассматриваются детерминированные макроскопические подходы к анализу прочности на основе УЗ метода прохождения применительно к упругим средам с системами микродефектов. Прочностные свойства изучаются на основе оценки прохождения УЗ волнового пучка через упругий образец, содержащий случайный массив микротрещин или объемных микродефектов. Исследуется концепция «кажущейся скорости прохождения волны», которая активно используется авторами известных экспериментальных работ. Теоретические оценки тестируются на модельных экспериментах, выполненных с системами искусственно изготовленных и случайно расположенных дефектов.

Известно, что такие упругие среды, как грунты, бетоны, композитные материалы, пористые материалы, спрессованные порошки и другие материалы, содержащие скопления микродефектов, обладают свойствами, совершенно отличными от однородных материалов. В приложениях, для исследования свойств таких сред могут применяться стандартные методы НК, такие как метод прохождения УЗ волн. Однако в применении к указанным нестандартным средам эти методы сталкиваются с существенными сложностями. Они связаны с тем, что для сильно неоднородных сред с микродефектами не существует надежных теоретических моделей, которые могут предсказать количественные и качественные свойства корреляции между УЗ скоростью и затуханием в зависимости от степени «неидеальности» (т.е. от числа дефектов на единицу объема) среды. В данной работе применяется метод, основанный на прохождении УЗ импульса с вычислением характеристик задержки и «времени пролета», а также на оценке затухания УЗ импульса при его прохождении через среду с микродефектами.

Применяемые методы основаны на сочетании Метода Трассировки Лучей (МТЛ) и метода граничных интегральных уравнений (ГИУ). Первый состоит в том, что от излучающего УЗ преобразователя испускается система звуковых лучей, каждый из которых, переотражаясь от границ микродефектов может в конце концов либо уйти в сторону, либо попасть на основание принимающего УЗ преобразователя. Учитываются лишь лучи второго класса. Все такие лучи собираются вместе с учетом их амплитуды и «времени пролета». По этим величинам вводится характеристика типа «времени задержки» импульса, которая и определяет «кажущуюся» скорость прохождения. Данная величина рассчитывается как теоретически, так и экспериментально, путем проведения измерений на системе искусственно изготовленных дефектов. Далее данная характеристика сравнивается с характеристиками прочности из статических испытаний образца, моделируемого в теоретических расчетах методом ГИУ.

Динамическая контактная задача с подвижными границами
для двух тонких упругих цилиндрических или сферических оболочек

Тарлаковский Д. В., Федотенков Г. В.

Москва, Московский авиационный институт

tdvhome@mail.ru, greghome@mail.ru

Рассматриваются нестационарные контактные задачи для упругих оболочек типа Тимошенко. В начальный момент времени одна оболочка покоится, а другая, двигаясь с некоторой начальной скоростью, входит во взаимодействие с первой. Вектор начальной скорости направлен вдоль линии, соединяющей центры масс оболочек. В случае двух цилиндрических оболочек первоначально контакт происходит вдоль образующей граничных поверхностей, а сами оболочки предполагаются бесконечно длинными, что приводит к плоской постановке задачи. В случае сферических оболочек область контакта первоначально совпадает с точкой касания полюсов оболочек. В этом случае задача рассматривается в осесимметричной постановке. Предполагается, что контакт происходит в условиях свободного проскальзывания. Область контакта изменяется в процессе взаимодействия, и положение ее границы определяется в процессе решения задачи.

Постановка задач включает в себя уравнения движения оболочек в форме С.П. Тимошенко, начальные условия, граничные условия смешанного типа, вытекающие из условий равенства нормальных перемещений в области контакта и отсутствия контактного давления вне области контакта. Положение границы области контакта определяется из условия пересечения недеформированных срединных поверхностей оболочек, для этого в постановку привлекаются уравнения движения оболочек как абсолютно твердых тел, замыкают постановку задачи начальные условия. В основу метода решения положен принцип суперпозиции, согласно которому нормальные перемещения оболочки связаны с контактным давлением через интегральные операторы, ядрами которых являются функции влияния оболочек. Функции влияния представляют собой нормальные перемещения оболочек в ответ на воздействие мгновенной сосредоточенной нормальной нагрузки. Соответствующие задачи решаются с привлечением метода разложения в ряды Фурье по тригонометрической системе функций (цилиндрические оболочки) или по полиномам Лагранжа и Гегенбауэра (сферические оболочки). После определения функций влияния из граничных условий вытекает двумерное интегральное уравнение относительно неизвестного контактного давления. До замкнутой системы разрешающих уравнений оно дополняется уравнениями движения оболочек как абсолютно твердых тел и кинематическим уравнением для определения положения границ области контакта из условия пресечения недеформированных срединных поверхностей. Решения этой системы строятся численно с применением метода квадратур.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты № 13-08-01051 и 12-08-00934).

Обратная коэффициентная задача для упругого слоя

Углич П. С.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет**Владикавказ, Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А*

puglich@inbox.ru

Рассмотрены прямая и обратная задачи о вынужденных колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя. Механические характеристики слоя (его плотность и коэффициенты Ляме) считаются функциями поперечной координаты. Предложена методика решения прямой задачи, основанная на использовании интегрального преобразования Фурье. Полученная после преобразования Фурье задача в трансформантах сводится к решению краевой задачи для канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой неизвестными являются упругие перемещения и напряжения. Эта краевая задача может быть решена методом пристрелки.

После отыскания трансформант следует построить обращение преобразования Фурье. Предложены два подхода для отыскания интегралов Фурье. Первый из них основан на непосредственном численном интегрировании с использованием квадратурных формул Гаусса. При этом контур интегрирования выбирается в соответствии с принципом предельного поглощения. Второй основан на использовании теории вычетов. При этом отыскание нулей функции производится численно, а для вычисления вычетов используется обычная формула для отыскания вычета в однократном полюсе. Построена вспомогательная задача Коши, позволяющая найти значение производной знаменателя подынтегральной функции по параметру преобразования Фурье. Произведено сравнение численных результатов, полученных двумя разными способами. Аналогичные сравнения проведены для случая антиплоских колебаний однородного слоя, с известными аналитическими результатами. Анализ полученных результатов показал достоверность предложенных подходов. Кроме того, в случае незначительной неоднородности слоя, подход, основанный на теории вычетов оказался более быстрым и эффективным.

Далее рассмотрена обратная задача об отыскании законов распределения механических параметров по известной информации о волновом поле на части верхней поверхности. С использованием метода возмущений построены итерационные последовательности интегральных уравнений для решения обратной задачи. Построенные уравнения принадлежат к классу интегральных уравнений Фредгольма с гладким ядром. Их решение требует использования специальных численных методов, таких как метод регуляризации Тихонова. Их ядра представлены через интегралы Фурье и для их численного отыскания реализованы те же подходы, что использовались при отыскании волновых полей. Приведены результаты численных экспериментов по решению обратной коэффициентной задачи, даны рекомендации по оптимальному выбору частоты колебаний и отрезка, с которого снимается информация.

Математическое моделирование связных физико-механических процессов

Федотов В. П.

Екатеринбург, Институт машиноведения УрО РАН
fedotov_vp@mail.ru

Для анализа прочности необходимы феноменологические уравнения связи напряжений деформаций, температуры, концентрации легирующих элементов и т. п. Но получение их экспериментальными методами в действующей конструкции трудоемко, а зачастую, невозможно. Дальнейшее изложение основано на предположении о невозможности получения физико-механических характеристик и введения понятий устойчивости, разрушения, ресурса и т. п. в рамках замкнутой системы, поскольку они напрямую связаны с характером обмена с внешней средой. Феноменологические соотношения взаимности связных задач могут быть сформулированы в рамках открытых неравновесных систем на основе подхода Онзагера для связных физико-механических задач. Как гипотезу, имеющую подтверждение на практике, примем, что коэффициенты взаимности, линейные по Онзагеру, могут зависеть от обобщенных сил, что позволяет рассматривать нелинейные связные задачи.

Для повышения скорости счета и точности вычислений предлагается модифицированный метод граничных элементов для решения задач эллиптического, параболического из гиперболического типа, как базовой основы для решения нелинейных и связных задач математической физики. Модификация базируется на аналитическом вычислении интегралов и производных от функций влияния задач указанных трех типов и распараллеливании на всех этапах решения задач на уровне алгоритма. Для получения аналитических формул для точного вычисления интегралов от функций влияния и их производных вводится фиксированный «базовый» элемент. Интегрирование компонент функций влияния по произвольному участку границы сводится к интегрированию по фиксированному «базовому» элементу с последующим линейным преобразованием сдвига и поворота. Интегрирование для всех типов задач производится один раз, в результате чего получены компактные формулы, удобные для программирования. Предлагаемый подход исключает некорректные операции численного дифференцирования и интегрирования приближенных функций. Новизной предлагаемого подхода является установление неразрывной связи физических и математических моделей и возможность корректного решения связных задач, что для многих других методов чрезвычайно трудоемко или вообще невозможно. В качестве иллюстрации приводятся решения тестовых задач теплопроводности, диффузии водорода, упругопластичности, колебаний пластин.

Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта РФФИ № 13-01-12063.

Моделирование динамического нагружения многослойных оболочечных конструкций

Хайрнасов К. З.

Москва, Московский авиационный институт
kamilh@mail.ru

В работе рассматривается процесс деформирования многослойной тороидальной оболочки при действии динамического равномерного давления, в общем случае переменного по поверхности оболочки. Алгоритм распространяется и на оболочки вращения произвольной формы. Рассматриваемая задача имеет практическое значение, поскольку такие нагрузки действуют на оболочечные конструкции космических аппаратов при входе в плотные слои атмосферы. При этом учитывается, что устойчивость оболочечных конструкций при динамическом нагружении выше, чем при статическом нагружении и проблема в настоящее время изучена недостаточно. Придерживаясь единого методологического подхода, считается, что тороидальная оболочка моделируется совокупностью кольцевых конечных элементов, соединенных по узловым окружностям с аппроксимацией перемещений в направлении нормали, кольцевом и радиальном направлениях в виде полиномов от радиального расстояния и рядов Фурье в кольцевом направлении. Уравнения движения, описывающие нелинейную динамическую реакцию, получаются из уравнений Лагранжа. При этом в выражении энергии деформации удерживаются нелинейные члены относительно перемещений и их производных, вплоть до четвертого порядка включительно, поскольку, как показали результаты исследования, их учет очень существенен для получения точных результатов. В выражении кинетической энергии учитывается влияние инерции вращения.

Есть несколько подходов к решению нелинейных задач. В данной работе применяется метод, суть которого заключается в том, что нелинейные члены помещаются в правую часть уравнений движения и рассматриваются как дополнительные обобщенные члены, вычисляемые по значениям обобщенных координат, полученным на предыдущем шаге нагружения или по экстраполированному значению обобщенного перемещения, вычисленному по результатам нескольких предыдущих шагов нагружения. Система дифференциальных уравнений решается методом Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага нагружения по заданной точности. За начальный прогиб принимается вектор перемещений, полученный из решения задачи о собственных частотах колебаний пластинки, идентичной исследуемой и уменьшенной стреле прогиба в 10–8 раз. Поскольку начальный прогиб не влияет на конечный результат, то в качестве начального прогиба принимается первая форма колебаний плоской кольцевой пластинки. Процесс вычисления продолжается до потери устойчивости пластины. За критическое значение, соответствующее потере устойчивости, принимается нагрузка, при которой происходит резкое возбуждение гармоник, отличной от нулевой. Полученные алгоритмы были использованы при расчете тороидальной оболочки при динамическом нагружении.

Взаимодействие штампа и трехкомпонентного цилиндрического основания при наличии сил трения

Чебаков М. И., Абрамович М. В., Колосова Е. М.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

chebakov@math.sfedu.ru

Рассматривается плоская контактная задача теории упругости о взаимодействии с учетом сил трения в области контакта абсолютно жесткого цилиндра (штампа) с внутренней поверхностью цилиндрического основания, состоящего из двух круговых цилиндрических слоев, жестко соединенных между собой и с упругим пространством, при этом слои и пространство имеют различные упругие постоянные. На штамп действуют вертикальная сила и крутящий момент, направленный против часовой стрелки, при этом система штамп-основание находится в состоянии предельного равновесия. Для поставленной задачи с помощью программ аналитических вычислений получено точное интегральное уравнение (ИУ) первого рода с ядром, представленным в явном аналитическом виде. Изучены основные свойства ядер ИУ, в том числе показано, что числитель и знаменатель символов ядра могут быть представлены в виде многочлена по произведениям степеней модулей сдвига слоев и полупространства. Изложена схема решения ИУ прямым методом коллокаций, которая позволяет получать решение задачи практически при любых значениях исходных параметров. Отличительной особенностью системы линейных алгебраических уравнений, к которой сводится задача, является то, что она имеет диагональную структуру и все коэффициенты системы могут быть выражены через коэффициенты первой строки. Предварительно было проведено тестирование алгоритма расчетов путем сравнения числовых результатов в случае одного слоя при отсутствии трения с результатами, полученными ранее при решении аналогичной задачи для однородного цилиндрического слоя асимптотическим методом для относительно тонкого слоя. Вычисления проводились при различных значениях числа уравнений получаемой системы уравнений с целью контроля сходимости расчетной схемы. Расчеты показали, что наблюдается уточнение результатов с увеличением числа уравнений и при количестве уравнений больше двух тысяч они практически не изменялись и совпадали с большой точностью при соответствующих геометрических параметрах с известными результатами. Рассчитаны распределения контактных напряжений, размеры области контакта, взаимосвязи перемещения штампа и действующих на него силы и момента в зависимости от геометрических и механических параметров слоев и пространства. Приведенные в таблицах и рисунках и другие расчеты наглядно иллюстрируют зависимость контактных напряжений и расположения области контакта в зависимости от коэффициента Пуассона первого слоя, коэффициента трения и относительного модуля сдвига второго слоя. Во всех случаях при наличии трения область контакта становится несимметричной относительно точки первоначального касания и перемещается в направлении обратном направлению действия момента.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 11-08-00909, 12.08.90022-Бел_а).

Идентификация дефектов в стержнях, имеющих различные варианты закрепления

Черпаков А. В.

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ
alex837@yandex.ru*

Рассмотрена задача идентификации дефектов в стержневых конструкциях, имеющих различные граничные условия, на основе метода многопараметрической идентификации при анализе частот и параметров форм собственных колебаний конструкции. Рассматриваются стержневые конструкции с одним и двумя дефектами. Рассматривается моделирование колебаний в конечно-элементном комплексе ANSYS. Метод диагностики состоит из трех этапов. На первом этапе диагностирования происходит сбор информации о собственных частотах и соответствующих им формах колебаний стержневой конструкции. Сбор параметров колебаний осуществляется в нескольких точках модели. Результатом является амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) конструкции в некоторых точках по ее длине, определяются резонансные частоты. На втором этапе производится сбор информации о формах собственных колебаний на выделенных резонансных частотах. Происходит исследование колебаний в конструкции на соответствующей резонансной частоте. Измеряются амплитуды колебаний в точках с различным расположением по длине конструкции. Производится расчет углов между касательными и кривизны в соответствующих точках сбора амплитуд форм резонансных колебаний. Определяется вероятное местоположение дефектов на основе анализа параметров форм колебаний и выявления на них «изломов». На последнем этапе решается задача об определении величины дефекта. Создается адекватная конечно-элементная модель конструкции с дефектом, локализованным в определенном ранее месте. Моделируются собственные колебания стержневой конструкции с различными размерами дефекта. Определяется зависимости: углов изгиба между касательными и кривизны в точке расположения дефекта к различным величинам дефекта. На основе сравнения результатов эксперимента и полученных зависимостей параметров форм колебаний происходит определение величины дефекта.

Исследования показывают, что применение изложенной методики многопараметрической идентификации дефектов в стержневой конструкции позволяет рассчитать параметры дефекта в стержнях, имеющих различные граничные условия, в т. ч. глубину и местоположение дефекта. Снижение погрешности в определяемых параметрах идентификации стержня достигается благодаря использованию в алгоритме более широкого набора исходных данных, а так же в силу применения в алгоритме многопараметрического диагностического признака идентификации. Рассмотренный метод может быть положен в основу разработки методики технической диагностики технического состояния строительных конструкций.

Определяющие соотношения ортотропного упругопластического материала

Швед О. Л.

Минск, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси
swed@newman.bas-net.by

Ранее обсуждались общие определяющие соотношения нелинейной упругопластичности полученные в результате обобщения определяющих соотношений нелинейной упругости. Здесь рассматривается конкретный ортотропный упругопластический материал, получаемый в результате растяжений и сжатий изотропного тела по трем неподвижным взаимно ортогональным направлениям, задающим главные оси анизотропии. В данных нагружениях повороты отсутствуют и объективная О-производная совпадает с материальной производной. Конкретизированы уравнения для потенциала напряжений, тензора напряжений Коши, параметров упругой анизотропии. Введены в первом приближении дополнительные определяющие уравнения для параметров анизотропии.

Рассмотрены два возможных случая при построении кривой пластичности, когда точка процесса в пространстве напряжений находится либо в регулярной точке девиаторного сечения поверхности текучести, либо в сингулярной точке. В обоих случаях необходимо использовать информацию о величине эффекта Баушингера. Поэтому в сингулярной точке выбор коэффициентов в основном определяющем уравнении для параметров анизотропии происходит по иному.

Рост параметров анизотропии является основной причиной разрушения. Проверка критерия разрушения упрощается и осуществляется путем нахождения нулей непрерывной знакопеременной функции заданной на кривой пластичности. Это равносильно отыскания всех подлежащих контролю кратных собственных значений критериального девиатор-оператора. Если найденное собственное значение соответствует собственному вектору оператора, по которому должен определяться вектор нормали к поверхности девиаторного сечения, то по критерию материал разрушается. Соответствие устанавливается сравнением функций для изотропного материала, где разрушения не происходит, и ортотропного материала.

Ортотропный материал для упрощения предполагался идеально упругопластическим. В качестве материала использовался вольфрам. Выполнено численное моделирование базовых экспериментов одноосных растяжения и сжатия, проведенных до момента разрушения, определены величины частей рассеиваемой работы деформации. В двухосных растяжении и сжатии определены величины частей проекции оператора. Получены решения модельных задач, позволяющих рассмотреть все три возможных случая при формулировке дифференциальных определяющих уравнений. При численном моделировании описываются экспериментальные факты увеличения и уменьшения напряжений текучести при повторном растяжении и сжатии в направлении ортогональном первоначальному. Описывается явление увеличения пластичности материала под дополнительным высоким гидростатическим давлением сжатия при растяжении.

О возможных определяющих соотношениях нелинейной упругопластичности

Швед О. Л.

Минск, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси
swed@newman.bas-net.by

С целью адекватного описания опытов Треска по экструзии свинца и других проблемных течений металла представим активный упругопластический процесс попеременным чередованием пластического и упругого процессов. Используя принцип В.Д. Ключникова, траекторию процесса в пространстве напряжений заменим близкой ей ломаной с участками течения и упругости. Сохранения потенциальную природу упругой деформации, попытаемся обобщить модель нелинейной упругости. Удельную потенциальную энергию деформации (потенциал напряжений) принимаем в достаточно общей форме Мурнагана, где общая мера деформации заменяется упругой. Соответственно деформационный градиент заменяется неособенным тензором, и в упругом состоянии их материальные производные совпадают. Уравнения для потенциала напряжений и тензора напряжений Коши дают определяющие уравнения в конечном виде.

При течении, где материал предполагаем несжимаемым, постулируются дифференциальные определяющие уравнения для напряжений, потенциала напряжений и параметров анизотропии. Для последнего уравнения потребуются еще дополнительные соотношения. Вводится оператор объективная О-производная девиатора тензора напряжений Коши, вычисленная по соотношениям упругости. Скорость напряжений определяется через О-производную, как часть проекции оператора на девиаторное сечение поверхности текучести. В первом основном случае, когда удельная мощность деформации положительна, материал является диссипативным и из требований потенциальности определяется девиаторное сечение. Оно образуется соединением в сингулярных точках двух регулярных поверхностей. В векторном представлении симметричных девиаторов векторы нормалей к ним выбираются из двух собственных векторов оператора. Если собственное значение оператора, определяющее собственный вектор, являющийся вектором нормали в данной точке поверхности, становится кратным, то выбор становится невозможным. Девиаторное сечение вырождается и, значит, возникает макротрещина. Во втором случае удельная мощность деформации становится неположительной. Тогда материал будет недиссипативным, потенциальность в скоростях напряжений теряется. Смена определяющих уравнений в скоростях для напряжений и потенциала напряжений происходит непрерывным образом. В третьем случае в сингулярной точке материал будет диссипативным, но утрачивается свойство непрерывности.

Для описания процесса течения введены два независимых параметра упрочнения типа Р. Шмидта, соответствующих двум регулярным поверхностям, образующим девиаторное сечение. Получены эволюционные уравнения для этих параметров. Базовыми экспериментами являются одноосные и двухосные растяжение и сжатие.

Определение упругих и диссипативных свойств анизотропных материалов

Шевцов М. Ю.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Ранее (Баранов И. В., Шевцов М. Ю. Мат. мод. и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов VII Всероссийской школы-семинара. 2012. С. 14) были разработаны методы определения полного набора упругих постоянных анизотропного материала на основе анализа колебаний пластин. При применении этой методики к определению механических свойств композиционных материалов, в особенности при наличии полимерной компоненты или значительной пористости, необходимо учитывать диссипативные составляющие этих свойств. В работе рассматриваются установившиеся колебания с круговой частотой ω (множитель $e^{i\omega t}$ далее опущен) тела, занимающего односвязную область V . Граница тела S состоит из двух непересекающихся частей S_1, S_2 . На S_1 заданы u_j , на S_2 t_j — амплитудные значения векторов смещений и напряжений ($j = 1, 2, 3$) соответственно. Диссипацию в теле будем учитывать либо путем введения в уравнения движения сил, пропорциональных скорости, либо путем использования определяющих соотношений для вязкоупругого анизотропного тела в виде операторов Вольтерра с последующей экспоненциальной аппроксимацией ядер ползучести.

$$Lu = c_{ijkl} u_{k,lj} + \rho \omega_*^2 u_i = 0, \quad \omega_*^2 = \omega^2 - i\varepsilon\omega, \quad \varepsilon > 0 \quad (1)$$

и граничным условиям на S_1

$$u_i|_{S_1} = u_{i0}, \quad t_i = c_{ijkl} u_{k,l} n_j|_{S_2} = p_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

где $c_{ijkl} = c_{ijkl}(i\omega)$ — комплексные компоненты тензора упругих постоянных; ρ — плотность; n_j — компоненты вектора внешней нормали к поверхности тела; ε — коэффициент, характеризующий интенсивность трения.

Ранее предложенная методика определения упругих постоянных дает начальное приближение и определяет достаточно небольшие интервалы их поиска при решении задач с учетом диссипации. Для корректировки их значений и определения мнимых составляющих комплексных модулей решаются задачи о вынужденных колебаниях (аналитически или численно методом конечных элементов), а дополнительной информацией для решения обратных коэффициентных задач являются амплитудные значения смещений, измеренные на свободных участках границы. Далее используется генетический алгоритм для минимизации функционала невязки между измеренными и рассчитанными волновыми полями смещений.

Автор благодарит А. Н. Соловьева за внимание к работе.

Об устойчивости функционально неоднородных стержней из микрополярных материалов

Шейдаков Д. Н.¹, Шейдаков Н. Е.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

²*Ростов-на-Дону, Ростовский государственный экономический университет
(РИНХ)*

sheidakov@mail.ru, sheidakov@mail.ru

В связи с ростом числа новых конструкционных материалов все более актуальной становится проблема анализа устойчивости тел со сложной микроструктурой. В частности, в последние десятилетия широкое применение получили различные конструкции, выполненные из пористых материалов, таких как металлические и полимерные пены. Пены представляют собой ячеистые структуры, состоящие из твердого металла (например, алюминия, стали, меди и т. д.) или полимера (полиуретан, полиизоцианурат, полистирол и т. д.) и содержащие большое количество заполненных газом пор. Они бывают двух типов — с открытыми и закрытыми порами. Определяющей характеристикой металлических и полимерных пен является очень высокая пористость: как правило, более 80%, 90% и даже 98% объема составляют пустоты. Из-за сложной структуры пены представляется целесообразным описывать в рамках континуума Коссера. Это позволяет, в частности, моделировать характерный для них размерный эффект, состоящий в зависимости поведения материала от соотношения размера ячейки пены и размера образца.

Конструкции, выполненные из пористых материалов, используются в современной аэрокосмической и автомобильной промышленности. Причина этого заключается в ряде их преимуществ: низкий удельный вес, высокая прочность, возможность поглощать энергию и т. д. Как правило, такие конструкции имеют функционально градиентную структуру (например, пористое ядро, покрытое прочной и жесткой оболочкой). Это необходимо для защиты от коррозии и воздействия высоких температур, а также для оптимизации механических свойств в процессе нагружения.

Целью исследования является изучение бифуркации равновесия нелинейно упругих стержней из высокопористых материалов. В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел проведен анализ выпучивания кругового микрополярного стержня при осевом сжатии и внешнем давлении. При этом предполагалось, что его упругие свойства изменяются вдоль радиуса. Для модели физически-линейного материала получена система линеаризованных уравнений равновесия, описывающая поведение неоднородного стержня в возмущенном состоянии. С использованием специальной подстановки исследование устойчивости сведено к решению линейной однородной краевой задачи для системы шести обыкновенных дифференциальных уравнений. В случае кругового стержня из пенополиуретана найдены критические кривые и соответствующие им моды выпучивания, а также построены области устойчивости для различных законов, описывающих изменение упругих параметров стержня вдоль радиуса. Используя полученные результаты, проанализирован размерный эффект и изучено влияние свойств материала на бифуркацию равновесия.

Численно-аналитические модели виброакустики оболочек

Юдин А. С.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. И. И. Воровича ЮФУ

yudin@math.sfedu.ru

В задачах виброакустики конструкций для определения динамической реакции среды необходимо решать интегро-дифференциальную (ИД) задачу с привлечением интеграла Гельмгольца. Разработано три основных численно-аналитических метода: метод собственных форм (МСФ), метод моделирования локального импеданса (ММЛИ) и итерационный.

МСФ использует ИД-постановку и в случае оболочек вращения содержит три этапа. Первый этап — расчет базовых функций, которыми являются собственные формы колебаний оболочки в вакууме. Второй этап — получение распределений давления и смещений (форм вынужденных колебаний) на поверхности контакта оболочки и среды. Третий этап — расчет акустического поля в среде.

Базисные функции МСФ определяются в процессе решения задач на собственные колебания для уравнений теории оболочек, в которых окружная координата отделена применением тригонометрических рядов Фурье. Далее, коэффициенты Фурье смещений оболочки и давления в жидкости на поверхности контакта представляются рядами по продольным собственным модам колебаний оболочки в вакууме. Использование системы ортогональных базисных функций позволяет выразить коэффициенты разложения давления через коэффициенты разложения перемещений. На основе интегрального уравнения Гельмгольца и процедуры Бубнова-Галеркина для каждой окружной моды формируется система линейных алгебраических уравнений M -го порядка, где M — число удержанных продольных мод. Решение системы дает распределение давления и градиента давления на гранично-контактной поверхности. Это дает возможность вычисления внешнего поля по интегралу Гельмгольца.

При многовариантных расчетах МСФ не обладает гибкостью к изменениям параметров конструкции, поскольку собственные функции необходимо пересчитывать. Существенным ограничением является также плотность спектра собственных частот. В этом смысле более эффективен метод моделирования локального импеданса (ММЛИ), когда априорно задается вид импеданса на поверхности оболочки. Формула для импеданса берется из решения модельной задачи для бесконечного цилиндра.

Дальнейшим развитием ИД-постановки и ММЛИ являются итерационные методы, где заданный импеданс рассматривается как начальное приближение итерационных процессов (ИП) при решении уравнений основной задачи. Для односвязных оболочек реализовано несколько вариантов ИП, имеющих разные области сходимости. Вместе с тем развитие ИП на более сложные модели конструкций (многосвязные, с неосесимметричными структурными неоднородностями) достаточно проблематично. В этих случаях целесообразно использование метода моделирования локального импеданса.

Формы оболочек для создания больших перемещений и усилий распора

Юдин С. А.¹, Сигаева Т. В.², Юдин А. С.¹

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. И. И. Воровича ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
yudin@math.sfedu.ru*

Замкнутые стальные оболочки вращения определенной конфигурации могут служить исполнительными механизмами для подъема и выравнивания тяжелых сооружений. В функции плоских домкратов они применяются в ремонтно-строительных работах.

Плоский домкрат (ПД) представляет собой две круглые близко расположенные пластины, которые по контуру соединены торовой оболочкой. Получается оболочка вращения с замкнутым объемом. Во внутренний объем может подаваться масло, создающее высокое давление. В результате пластины расходятся и через жесткие вкладыши создают мощное усилие распора. Одно из преимуществ ПД по сравнению с поршневыми домкратами — большая площадь контакта с поднимаемой конструкцией, уменьшающая опасность локального разрушения последней.

В прототипе меридиан тора образуется дугами окружностей со сменой знака гауссовой кривизны. Меридиан оболочки составлен из отрезка прямой и вогнутой и выпуклой дуг окружностей разных радиусов. Такая геометрия не является оптимальной. Искались другие варианты, которые позволяют: а) уменьшить число составляющих участков; б) сгладить поведение кривизны меридиана; в) снизить напряженность торовой части оболочки. Для описания формы меридиана использовались элементы известных кривых, в том числе замечательных (овал Кассини, улитка Паскаля и др.). Использовались также степенные, дробно-рациональные, экспоненциальные и логарифмические функции. Подбор параметров выполнялся таким образом, чтобы сохранялись габаритные размеры оболочки. Найдены варианты, улучшающие характеристики прототипа по критериям а)-в). Например, хорошие результаты для торовой части дает овал Кассини, у которого расположение опасных точек примерно то же, что и у прототипа, но заметно меньший уровень интенсивности напряжений.

Исследование форм разных типов актуально для поиска резервов прочности и долговечности. Оболочки рассматривались при упругой работе материала и в рамках геометрически-нелинейной теории. Учет больших перемещений и нелинейности материала требует более сложных моделей. Однако наблюдения за работой прототипной оболочки во всем диапазоне перемещений показывают, что зоны, обнаруживаемые в упругом расчете как наиболее напряженные, остаются таковыми и при дальнейшем росте нагрузок. При циклической работе конструкции, когда после работы на подъем производится принудительное возвращение конструкции к номинально исходной форме и повторение этих процессов, в этих зонах накапливается малоцикловая усталость материала. Со временем она вызывает разрушение конструкции. Таким образом, относительно простой упругий расчет уже дает информацию о вероятных зонах разрушения.

Исследование адгезии пленки к подложке

Якупов С. Н.

Казань, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН

tamas_86@mail.ru

При создании покрытий и связующих компонент, а также при развитии технологии формирования изоляционного покрытия в системе «подложка–покрытие» возникает необходимость определения адгезионных свойств и механических характеристик покрытия. Вопросы определения на двумерной основе механических характеристик плоских и сферических мембран и покрытий, включая композиций сложной структуры, рассмотрены, в частности, в работах автора с коллегами, получены патенты РФ на изобретение № 2387973 и № 2310184. Автором также разработан способ определения прочностных свойств тонких покрытий, не расчленяя систему «подложка–покрытие».

Покрытие взаимодействует с внешней средой, воспринимает воздействие физических полей, подвергается совместно с подложкой механическим деформациям. При этом существенно могут измениться механические характеристики изоляционного покрытия, а также адгезионные характеристики покрытия, что приводит в негодность покрытие. При выборе покрытия и технологии его нанесения возникают вопросы, связанные с определением: адгезии покрытия к подложке; необходимой толщины и характеристик покрытия; срока службы покрытия и адгезионного состава в зависимости: от окружающей среды; от деформации поверхности; от воздействующих физических полей и т. д. Существующие подходы определения механических характеристик покрытия на базе одноосного испытания полос малоэффективны для покрытий сложной формы и структуры. Определение адгезии к подложке на базе существующих измерителей адгезии не всегда эффективно, трудно обеспечить идентичность замеров в процессе изучения влияния среды, деформации поверхности и физических полей. В связи с этим возникает необходимость создания инструмента для исследования адгезии.

В изобретении № 2421707 (авторы Р. В. Гольдштейн, Н. М. Якупов и др.) описан двумерный подход определения адгезии пленки к подложке: при подаче давления на покрытие через отверстие в подложке покрытие отрывается от подложки и образуется купол. На основе изменения диаметра основания купола, учитывая условия равновесия, определяются адгезионные характеристики покрытия к подложке. Этот подход не учитывает высоту подъема купола и применим для относительно толстых покрытий.

В данной работе, в развитие идеи изобретения № 2421707, при определении адгезии тонкой пленки к подложке учитывается высота подъема купола в увязке с диаметром основания купола. При этом усилие отрыва определяется как проекция радиального усилия в пленке вблизи области отрыва к нормали на поверхность подложки. Радиальное усилие определяется из решения задачи нелинейной теории оболочек для сферического купола. Разработано устройство и рассмотрен пример определения адгезии полимерной пленки, наклеенной на металлическую подложку.

Работа выполнена в рамках проекта: Механика пленочных систем «пленка–покрытие» по программе Президиума РАН № 25П.

Оценка точности экспериментально-теоретического метода исследования механических свойств

Якупов С. Н., Гиниятуллин Р. Р.

Казань, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН

true_way@mail.ru

В лаборатории нелинейной механики оболочек ИММ КазНЦ РАН разработан в двумерной постановке экспериментально-теоретический метод исследования механических характеристик тонкостенных образцов. Точность метода, зависящая от точности измерений экспериментальных данных и точности используемых теоретических соотношений, должна быть согласована с поставленными целями: необходимостью качественной оценки влияния того или иного фактора на изменение тех или иных характеристик исследуемого объекта при одинаковых условиях, либо необходимостью количественной оценки, когда значения точности результатов возрастает.

На теоретическом этапе получены расчетные выражения для нелинейно упругих и пластических осесимметричных сферических образцов в случае больших перемещений и деформаций, при этом геометрические соотношения берутся в виде, предложенным Х. М. Муштари и К. З. Галимовым, а физические соотношения для резиноподобных (нелинейно упругих) материалов берутся в виде, предложенным Каппусом, для пластических материалов — в виде, предложенным А. А. Ильюшиным. Для исходно плоских мембран используются соотношения, полученные из соотношений нелинейной теории оболочек для гибких упругих мембран, гибких упругих мембран при больших изменениях кривизны, гибких мембран при пластических деформациях. Все это обеспечивает высокую точность получаемых результатов этого этапа.

На экспериментальном этапе тонкостенный образец зажимают по контуру, нагружают поверхностным давлением и снимают зависимость «прогиб H — давление P ». При этом встает вопрос оценки погрешности измеряемых величин, поскольку не существуют идеально точных приборов и способов измерений.

Обычно результаты измерений представляют в виде суммы непосредственно измеренной величины, например в нашем случае, прогиб H пленки или мембраны при данной нагрузке P , и плюс-минус приближенное значение погрешности измерения ΔH . При этом истинное значение с достаточно высокой вероятностью находится в этом доверительном интервале.

Статистическая обработка результатов эксперимента: 1) определяется среднее значение прогиба мембраны $H_{\text{ср}}$ для каждой ступени нагружения; 2) вычисляется дисперсия (среднеквадратичное отклонение); 3) проводится первый этап фильтраций данных эксперимента по критическим значениям $\Delta H_{\text{кр}}$, используя τ -критерий; 4) определяется среднеквадратическое отклонение результатов измерений от среднего значения; 5) вычисляется половина доверительного интервала ΔH , используя квантилей Стьюдента.

Алгоритм оценки экспериментальных результатов рассмотрен на конкретных примерах, приводятся результаты статистической обработки для пленки и тонкостенного образца.

К анализу сферических оболочек трехмерными элементами

Якупов Н. М., Киямов Х. Г.,

Казань, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН

yzsrr@kfti.knc.ru

Ранее был разработан метод расчета тонкостенных оболочечных конструкций, имеющих сложную геометрию — сплайновый вариант метода конечных элементов (СВ МКЭ-2). Метод, благодаря синтезу идеи параметризации и метода конечных элементов с бикубической аппроксимацией искомых переменных в пределах каждого элемента, позволяет получать искривленные согласованные двумерные конечные элементы. Однако этот метод не позволяет определять напряженно-деформированное состояние (НДС) трехмерных объектов, а также тонкостенных элементов в области локальных углублений, несквозных дефектных областей, области стыка оболочек, приложения сосредоточенных нагрузок и т. д. В связи с этим разработка методов определения НДС на базе трехмерных элементов является актуальной задачей.

В 2011 и 2012 годах опубликованы некоторые положения сплайнового варианта МКЭ в трехмерной постановке (СВ МКЭ-3) — метод предназначен для расчета НДС элементов конструкций сложной геометрии, заданных в декартовой и цилиндрической системе координат. В данной работе рассматривается расчет тонкостенной сферической оболочки трехмерными элементами СВ МКЭ-3, заданной в сферической системе координат.

Рассматриваемый трехмерный объект сложной геометрии в сферической системе координат. Радиус-вектор $\mathbf{r}$ произвольной точки M трехмерного тела объемом V задается параметрами координат t^1, t^2, t^3 единичного куба V_f таким образом, чтобы прямоугольной сетке в области V_f соответствовала криволинейная пространственная сетка V . Далее определяются: координатные векторы $\mathbf{g}_i$, компоненты метрического тензора g_{ij} , дискриминант первого метрического тензора g , и символы Кристоффеля Γ_{jk}^i . Берутся линейные геометрические и физические соотношения. Рассматриваемая область единичного куба V_f разбивается на конечные элементы и решение u, v и w в каждом из них представляется в виде интерполяционного эрмитового кубического сплайна трех переменных. Разрешающие соотношения получаются из вариационного уравнения Лагранжа. После ряда преобразований решение задачи сводится к решению системы алгебраических уравнений.

В качестве примера рассматривается сферическая оболочка с отверстиями в полюсах и с локальным утонением на боковой поверхности. В расчетной модели по толщине оболочка разбивается на два конечных элемента. При этом углубление образовано путем задания модуля упругости одного из образованных элементов в экваториальной области на внешнем слое на 2 порядка ниже модуля упругости материала оболочки.

Приводится анализ распределения напряжений по широте и долготе в области локального углубления. Отмечается, что в области углубления максимальные величины напряжений достигают в центральной части под углублением, а их величины превышают уровень напряжений бездефектного варианта более чем в два раза.

Non-Destructive Characterisation of Nonlinear Mechanical Properties of Adhesive Materials Used in a Composite Repair of Pipelines

Barkanov E., Skukis E., Akishin P.

Riga, Institute of Materials and Structures of Riga Technical University

barkanov@latnet.lv

Adhesive materials play an important role in a composite repair providing high bonding properties between laminate and damaged pipe. However, the technical data of such materials provided by manufacturers do not contain all necessary information to predict the behaviour of advanced composite repairs using different analysis tools. For this reason, an inverse technique based on simple vibration tests has been developed to characterise the nonlinear mechanical properties of various viscoelastic materials. This novel approach allows to preserve the frequency and temperature dependencies of the storage and loss moduli of adhesive materials in a wide range of frequencies and temperatures. The computational effort has been substantially reduced by using an optimisation based on the planning of the experiments and the response surface technique in order to minimize the error functional.

The developed inverse technique uses vibration tests and consists of the experimental set-up, the numerical model and the material parameters identification procedure. The first step involves the planning of the investigation depending on the number of measured parameters and experiments. Next, a finite element analysis is applied at the reference points of the experimental design and the different dynamic parameters of the structure are calculated. In the third step of this technique, these numerical data are used to determine simple functions using a response surface method. Simultaneously, vibration experiments are carried out to measure the natural resonance frequencies and corresponding loss factors of the viscoelastic structures. The identification of the material properties is performed in the final step of the method by minimising the error functional, which describes the difference between the experimental and numerical parameters of the structural responses.

The present inverse technique has been tested and successfully applied to characterise the frequency dependent material properties of damping polymers ISD-112 and TPU-1170A used as core materials in sandwich panels under different temperatures. A very good agreement between experimental and numerical results was obtained. The numerical experiments have shown that the accuracy of the developed inverse technique and identified material properties only depends on the accuracy of the physical experiments. The experimental errors mainly appear to be due to badly simulated boundary conditions, an added mass from exciting devices, air damping, and measurement noise.

It is important to note that our current approach has a non-destructive character and does not require special specimens for testing. The identified mechanical properties of adhesive materials generally reflect all the features of the technological processes used for the advanced composite repair.

The authors gratefully acknowledge the support of the European Commission, Marie Curie programme, contract no. PIRSES-GA-2012-318874, project “Innovative Non-Destructive Testing and Advanced Composite Repair of Pipelines with Volumetric Surface Defects (INNOPIPES)”.

Development of experimental optimization methodology for the pipelines repairing by using advanced composite materials

Kovalska A., Barkanov E., Eiduks M.

*Riga, Institute of Mechanics and Institute of Materials and Structures
of Riga Technical University*

agrita.kovalska@rtu.lv

Metamodelling is scientific current in the theoretical and experimental engineering science and mechanics. It means the analysis, construction and development of the frames, rules, constraints, models and theories applicable and useful for modelling a predefined class of problems. This method allows obtaining information about the structure of the investigated object by analysing solely the registered output measurements of this object (machine, mechanism, technological process), and identifying both the mathematical model of the object and its input parameter values, using both natural experiments and computer experiments with different mathematical modelling software (ANSYS, LSDYNA, ADAMS, etc.). Creation of metamodels is facilitating to formulate the multiobjective optimization goal functions and constraints, conducting optimization. Verification and validation of results provides the best optimization data.

The development of optimization methodology for the analysis of advanced composite materials includes creating/using a simplified model for the pipelines repairing by applying composite material strengthening wraps with a finite number of parameters. Then choosing the input factors for the model, such as pipeline data — outside diameter D_e , nominal wall thickness t , maximum allowable operating/working pressure $MAOP/MAWP$, design pressure p , additional/supplementary loads: F_a ; M_b ; M_t ..., operating temperature t_{op} ; steel pipe data — elastic modulus (Young's modulus) E , Poisson's ratio μ , minimum yield strength, minimum tensile strength, minimum elongation after fracture A_f , etc.; defect data — maximum depth of the region of local defect d_p , minimum remaining thickness of the region of local defect, circumferential extent or width of the region of local defect c_p , longitudinal extent or length of the region of local defect s_p ; and composite material mechanical properties data (filler, adhesive, composite wrap/sleeve) for creating/using and conducting experimental designs for natural and numerical experiments. The next step is creating the metamodel for experimental optimization methodology for the pipelines repairing by using advanced composite materials, using parametrical and non-parametrical approximation methods. The metamodelling describes correlations between input and output data, which are necessary in optimization process. Creation of metamodel makes the real process, mechanism or system more easily understandable and obtained data can be used in future research.

Using experimental optimization methodology for the pipeline repair with advanced composite materials provides possibility to find the best repair mechanical parameters, which can be used for each kind of pipe defect repair.

The authors gratefully acknowledge the support of the European Commission, Marie Curie programme, contract no. PIRSES-GA-2012-318874, project "Innovative Non-Destructive Testing and Advanced Composite Repair of Pipelines with Volumetric Surface Defects (INNOPIPES)".

Experimental and numerical investigations
of the friction behavior and evaluation of wear parameters
for “aluminum alloy-cast iron” contact interface

**Lazarev V. E.¹, Gavrilov K. V.¹, Doikin A. A.¹, Sequard-Base J.²,
Vorlaufer G.²**

¹*Chelyabinsk, South Ural State University (National Research University)*

²*Wr. Neustadt, Austrian Center of Competence for Tribology*
gavrilovkv1@rambler.ru

Solving the problem of energy efficiency and reliability of the internal combustion engine is linked with the improvement of their design of tribosystems. The service life of engines is largely determined by the reliability of hydrodynamic tribosystems: the “piston–cylinder”, main and connecting rod bearings of the crankshaft and the turbocharger rotor bearings. The mechanical efficiency of commercially available engines (without turbocharger) rarely exceeds 0.75 at nominal mode of loading, i.e. up to 25% of the available capacity of these engines is lost to overcome friction. It is well known that 40-60% of these losses are mechanical losses in the “piston–cylinder” tribosystem. One of the most important tasks to reduce these losses is a detailed study of friction and wear of tribosystem with different modes of friction.

The tribological behavior of the contact interaction for “aluminum alloy–cast iron” interface from internal combustion engine’s “piston’s skirt–cylinder liner” tribosystem is considered at different modes of the loading. The “piston’s skirt–cylinder liner” tribosystem is mostly in the hydrodynamic lubrication regime, and, at high loading levels, in the mixed or boundary lubrication regimes. The latter is important for the determination of the service life of the tribosystem as a whole.

The parameters of the friction are evaluated by means of reciprocating SRV-tribometer and, in combination with numerical DST-method, the parameters of wear are calculated and analyzed. The main external characteristics that affect the wear rate of tribosystem are the contact pressure and the linear velocity. These values are used in the tribometer correlated with the pre-calculated values of the normal force and the velocity of the piston in engine cylinder. It is possible to select the normal load, the frequency and the amplitude of the reciprocating movement of the plate. To approximate the engine conditions the experiments were carried out at a constant temperature of 110°C in a heat chamber of the tribometer.

The wear ratio, intensity of wear and coefficient of the accumulation of energy by Fliescher in relation with properties of the sliding materials and conditions of the loading, are estimated. The linear integrated intensity of wear was used to evaluate the service life of the “piston–cylinder liner” tribosystem of diesel engine.

The achieved results have practical application for simulation of the friction and wear processes for selected engine’s tribosystem.

Содержание

Абросимов Н. А., Елесин А. В., Лазарев Л. Н., Новосельцева Н. А. Численное моделирование влияния структуры армирования на предельную деформируемость и прочность композитных цилиндрических оболочек при нестационарных воздействиях	5
Агаян К. Л. Контактная задача о взаимодействии пересекающихся стрингеров и трещин в упругой плоскости	6
Азаров А. Д., Азаров Д. А. Описание больших сдвиговых деформаций упругой среды с помощью трехмерной механической модели . . .	7
Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С., Митрин Б. И. Осесимметричные контактные задачи для упругого слоя, лежащего на деформируемом основании при существенном отличии упругих свойств в зоне слой/основание	8
Акопян В. А., Калинин В. В., Шевцов С. Н. Вероятностный подход к задаче идентификации повреждения в балочной конструкции с использованием зашумленных данных о кривизне мод колебаний	9
Альтенбах Х., Еремеев В. А., Наседкин А. В. О некоторых подходах к моделированию динамических режимов работы пьезоэлектрических наноразмерных тел с поверхностными эффектами	10
Ахвердиев К. С., Мукутадзе М. А., Лагунова Е. О. Разработка расчетной модели с учетом зависимости вязкости от давления двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами	11
Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Федоренко А. Г. О некоторых аномальных явлениях и природных вирусах	12
Баженов В. А., Погорелова О. С., Постникова Т. Г. Анализ контактного взаимодействия в сильно нелинейной виброударной системе методом продолжения решения по параметру	13
Баженов В. Г., Котов В. Л. Моделирование удара и проникания осесимметричных тел минимального сопротивления в мягкие грунтовые среды	14
Бажин А. А., Буренин А. А., Мурашкин Е. В. Моделирование процесса ползучести в окрестности одиночного дефекта сплошности в условиях развивающегося пластического течения	15
Баничук Н. В., Барсук А. А., Макеев Е. В., Сеницын А. В. Оптимизация устойчивости неразрезной балки на упругих опорах	16
Бардушкин В. В., Колесников И. В., Сычев А. П., Сычев А. А., Яковлев В. Б. Объемная плотность энергии деформации в трехкомпонентных тканых трибокомпозитах	17
Батищев В. А., Гетман В. А. Возникновение спиральных течений крови в левом желудочке сердца	18
Батурина Н. Ю., Зеленцов В. Б., Митрин Б. И. Сдвиг упругого полупространства полосовым штампом, перемещающимся с постоянной скоростью в направлении, ортогональном направлению сдвига . .	19

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Краковская Е. В. Неклассические теории анизотропных оболочек в задаче о деформации ортотропных круглых пластин	20
Бахарева Е. А., Стружанов В. В. Итерационные методы расчета напряжений в прямоугольных балках из нелинейного материала при чистом изгибе	21
Беликов Н. В., Занимонец Ю. М., Какурин А. М., Павлов В. В., Трепачева Г. Н. Оценка временной стабильности давления срабатывания предохранительных мембранных устройств реакторной установки	22
Белоконь А. В., Скалиух А. С. Определение класса анизотропии сегнетоэлектрической керамики при одновременном воздействии сильного электрического поля и механических напряжений общего вида	23
Беляев А. К., Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. О статической и динамической неустойчивости тонких стержней	24
Белянкова Т. И., Ворович Е. И., Лыжов В. А., Тукодова О. М. Влияние начальных напряжений на характеристики системы электродов, расположенной на поверхности неоднородной пьезоактивной среды	25
Белянкова Т. И., Калинин В. В. О динамике функционально-градиентных предварительно напряженных материалов и покрытий . .	26
Беркович В. Н. Особенности локализации волнового процесса в упругой клиновидной среде	27
Богачева М. О. Использование методов временного и детренд анализа для исследования кардиосигналов	28
Богина М. Ю., Овчинников И. И. Модифицированная модель деформирования и разрушения материала, подвергающегося облучению в одноосном напряженном состоянии, ее идентификация и верификация	29
Боев Н. В. Явные выражения перемещений в дифракции ультразвуковых волн на неплоских граничных поверхностях упругих тел . . .	30
Бочарова О. В. О влиянии способа нагружения на реконструкцию неоднородностей в стержневой системе	31
Бочарова О. В., Анджинович И. Е. Моделирование волновых полей на поверхности тел, ослабленных наличием дефектов	32
Бубнов С. А., Овчинников И. И. Модель деформирования и разрушения толстостенного трубопровода, находящегося в условиях водородной коррозии, с учетом влияния уровня поврежденности материала на кинетику коррозионных процессов	33
Буравчук Н. И., Гурьянова О. В., Окороков Е. П., Павлова Л. Н. Исследование физико-механических свойств облегченного бетона на заполнителях из горелых пород	34
Бурцева О. А. Оценка устойчивости и параметрически возбуждаемых колебаний механических систем, моделируемых упругим стержнем	35
Буханько А. А., Лошманов А. Ю., Хромов А. И. Обобщение теорий пластического течения и малоциклового усталости на механику разрушения	36

Бычков А. А. Расчет распределения Ge в SiGe пленке на Si подложке под действием дислокационных петель и дислокаций несоответствия	37
Вавилов Д. С., Зимин Б. А., Индейцев Д. А., Семёнов Б. Н., Судьенков Ю. В., Хакало К. А. Термоупругие волны в металлах и диэлектриках	38
Вайсфельд Н. Д., Реут В. В. Кручение упругого слоистого усеченного конуса	39
Васильева Ю. О., Сильвестров В. В. Контакт берега межфазной трещины с жестким штампом	40
Ватульян А. О., Дударев В. В., Недин Р. Д. Моделирование предварительного напряженного состояния и его реконструкция по данным акустического зондирования	41
Ватульян А. О., Явруян О. В., Богачев И. В. Об одной схеме идентификации слоистых ФГМ с учетом вязкости	42
Ворона Ю. В., Козак А. А., Черненко Е. С. Граничноэлементные подходы к задаче о двумерных нестационарных колебаниях упругих массивов	43
Гиниятуллин Р. Р., Якупов Н. М. Влияние сред и физических полей на механические характеристики тонкостенных элементов	44
Глушков Е. В., Ламмеринг Р., Еремин А. А., Мякишева О. А. Ультразвуковая неразрушающая методика определения эффективных упругих модулей слоистых анизотропных композитных материалов	45
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А., Евдокимов А. А. Волновой неразрушающий контроль скрытых дефектов и очагов коррозии в слоистых металлополимерных материалах	46
Глушкова Н. В., Фоменко С. И. Эффект эстафетной передачи энергии между модами бегущих волн в упругом полупространстве с внутренним каналом	47
Голуб М. В., Дорошенко О. В. Моделирование зон непрочности и концентрации микродефектов на плоскопараллельных интерфейсах	48
Голуб М. В., Фоменко С. И., Александров А. А. Моделирование динамики разных типов слоистых фононных кристаллов при распространении волн и рассеянии на отслоениях	49
Горячева И. Г. Моделирование изменения формы и напряженного состояния тел при фреттинге	50
Гукасян Л. С. Об определении переменных модулей упругости на основе акустического зондирования	51
Дац Е. П., Мокрин С. Н., Мурашкин Е. В. Расчет температурных напряжений в условиях пластического течения и разгрузки полого цилиндра	52
Дашевский И. Н. Связанная задача о росте трещины под действием диффундирующего в нее газа	53
Дашевский И. Н. О возникновении упорядоченных сеток трещин вокруг круговой полости при всестороннем сжатии	54

Дедков Д. В., Ташкинов А. А. Коэффициенты концентрации напряжений в слое тканого композита полотняного плетения с поликристаллической матрицей	55
Диденко А. В., Сыромятников П. В. Определение параметров внутренних полостей в упругом слое.	56
Дроботов Ю. Е., Журавлев Г. А. К анализу роли кривизны геометрического концентратора в телах с нагруженными выступами	57
Елагин А. В., Моисеенко И. А., Сторожев В. И. Нелинейные вторые гармоники нормальных волн кручения в трансверсально-изотропном цилиндре	58
Еремеев В. В. О потере устойчивости трехслойной нелинейно упругой плиты с предварительно напряженным средним слоем	59
Еремин М. О., Макаров П. В. Моделирование волн разрушения в хрупких и квазихрупких средах	60
Ерофеев В. И., Кажаяев В. В. Расщепление солитонов деформации в стержне при их взаимодействии	61
Жеребко А. И. О применении автоматизированного подхода к решению задач нелинейной теории упругости с использованием моделей сжимаемой нелинейно-упругой среды	62
Жуков М. Ю., Жукова Н. М., Ширяева Е. В. Моделирование механизмов свертывания крови в кровеносных сосудах	63
Зайцев А. В., Исаев О. Ю., Караваев Д. М., Смирнов Д. В., Ханов А. М. Моделирование режимов эксплуатации колец из терморасширенного графита в кранах с уплотнением по штоку	64
Зайцев А. В., Кокшаров В. С., Соколкин Ю. В. Теорема о свойствах случайных полей напряжений и деформаций в высокопористых металлических пенах, керамиках и биокерамиках	65
Залётов В. В., Залётов С. В., Хапилова Н. С. Распределение перемещений на границе изотропного полупространства при упругом закреплении его поверхности вне круговой области приложения нормальной нагрузки.	66
Занг Н. Ч. Определение упругих и диссипативных свойств материалов на основе сочетания МКЭ и комплекснозначных искусственных нейронных сетей	67
Зеленина А. А. Нелинейный изгиб призматического бруса с распределенными дислокациями	68
Зеленцов В. Б. Динамическая контактная задача о движении плоского штампа по границе упругой полуплоскости	69
Земсков А. В., Тарлаковский Д. В. Модель нестационарной механодиффузии для двухкомпонентного слоя	70
Зиборов Е. Н., Напрасников В. В., Соловьев А. Н. Расчет усталостных свойств полимеркомпозитных материалов на основе конечноэлементного моделирования	71
Зубов Л. М. Однородные универсальные деформации для микрополяризованных изотропных упругих тел	72

Зубов Л. М., Филиппова Л. М. Большие деформации толстостенной сферической оболочки с распределенными краевыми дислокациями	73
Зуев Л. Б., Баранникова С. А., Данилов В. И. Двухкомпонентная модель пластического течения: локализация, неустойчивость и прогнозирование разрушения	74
Зыонг Л. В. Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрических устройств накопления энергии	75
Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Петров А. Н., Ипатов А. А. Численное моделирование динамики составного пороупругого тела	76
Игумнов Л. А., Ратаушко Я. Ю., Аменицкий А. В., Белов А. А. Применение метода гранично-временных элементов для моделирования краевых задач динамики трехмерных упругих и пороупругих тел	77
Илюхин А. А., Шретер С. А. Точное решение задачи о равновесии пластинки на упругом стержне с двумя линейными инвариантными соотношениями	78
Индейцев Д. А., Мочалова Ю. А., Семенов Б. Н. Устойчивость бесконечной балки Бернулли-Эйлера, связанной с неоднородным упругим основанием	79
Карапетьян Г. Я., Днепровский В. Г., Богданов М. И. Беспроводной датчик температуры на поверхностных акустических волнах с кодовыми отражателями	80
Карпинский Д. Н. Расчет влияния взаимодействия зонд–образец на динамические характеристики микроконсоли атомно-силового микроскопа под действием теплового шума	81
Карчевский А. Л., Назаров Л. А., Назарова Л. А., Родин Р. И. Прямые и обратные задачи массопереноса в углеродном массиве: новый подход к определению диффузионно-емкостных характеристик	82
Карякин М. И., Майорова О. А. Нелинейные эффекты в задачах о равновесии упругого цилиндра из микрополярного материала	83
Карякин М. И., Шубчинская Н. Ю. Влияние внутренних напряжений на изменение длины нелинейно-упругого цилиндра	84
Келлер И. Э. Интегрируемость уравнений медленного движения вязкопластической среды с N-образной зависимостью от скорости деформации	85
Кержаев А. П. Упругопластическое состояние двухслойной толстостенной трубы при трансляционной анизотропии	86
Кизилова Н. Н. Исследование тепло-и массопереноса в композитах, армированных разветвлёнными микроволокнами и микротрубками	87
Ковалев В. А., Радаев Ю. Н. Нелинейные уравнения гиперболического термоупругого континуума со сложной микроструктурой: теоретико-полевой подход	88
Ковтанюк Л. В., Русанов М. М. О распространении волны разгрузки в тяжелом слое при продолжающемся пластическом течении	89
Колесников А. М., Попов А. В. Чистый изгиб высокоэластичной кривой трубки	90

Колесников В. И., Мигаль Ю. Ф. Совместимость химических элементов на границах зерен в стали и ее влияние на износостойкость узлов трения	91
Коновалова А. М., Столбов О. В., Райхер Ю. Л. Взаимодействие неоднородно намагниченных частиц, заключенных в эластомер	92
Короткин В. И. Кинематика, напряжённость и модификация поверхностей круговых зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова	93
Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Фронт образования анизотропной упругой среды при объединении частиц	94
Курдина С. П. Осесимметричный контакт тел с поверхностно неоднородными покрытиями и систем жестких штампов	95
Куров А. Ю., Саушкин М. Н. Численное моделирование остаточных напряжений в надрезах упрочненных цилиндрических образцов .	96
Кучумов А. Г., Самарцев В. А., Няшин Ю. И., Гаврилов В. А. Биомеханический подход к исследованию связи билиарной боли с опорожнением желчного пузыря	97
Лапина П. А., Явруян О. В. О влиянии предварительного напряжения на определение параметров трещины в слое	98
Леви Г. Ю. Поверхностные акустические волны в термоупругой предварительно напряженной среде	99
Леви М. О., Михайлова И. Б. Волны Гуляева–Блюштейна в предварительно напряженных магнитоупругих средах	100
Лекомцев С. В., Бочкарёв С. А., Матвеев В. П. Численное моделирование устойчивости оболочек вращения, содержащих текущую жидкость	101
Локшина Л. Я., Костандов Ю. А. Влияние внешнего и внутреннего трения на предельное состояние образца горной породы при сжатии жесткими штампами	102
Ломакин Е. В., Федулов Б. Н., Мельников А. М. Исследование пластических и прочностных свойств алюминиевых сплавов, используемых при создании авиационной техники, и построение математической модели	103
Луконин А. Ю. Конечноеэлементное моделирование упругогидродинамического контакта в зубчатых передачах	104
Лыжов В. А. Динамические свойства наноразмерных сегнетоэлектрических пленок	105
Макаров С. С., Устинов Ю. А. Исследование устойчивости и напряженно-деформированного состояния оболочек вращения	106
Манжиров А. В. О теоретических и экспериментальных исследованиях в области механики растущих тел, проводимых в Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН	107
Марков И. П., Литвинчук С. Ю., Петров А. Н., Белов А. А. Гранично-элементные схемы с переменным шагом в трехмерных краевых задачах пороупругой динамики	108

Мармыш Д. Е., Насань О. А., Щербаков С. С. Метод аналитических граничных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния силовых систем	109
Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А. Исследование структурной перестройки костной ткани методами механики сплошных сред	110
Мишустин И. В., Мовчан А. А. Моделирование поведения сплавов с памятью формы при немонотонно меняющихся напряжениях	111
Наседкин А. В. Методы многомасштабного моделирования ультразвуковых пьезоэлектрических излучателей с композитными элементами	112
Наседкина А. А. Моделирование многослойного угольного пласта с трещинами и физическими нелинейностями в материальных модулях	113
Недин Р. Д., Нестеров С. А. О некоторых обратных задачах при определении предварительного напряженного состояния	114
Нескородев Р. Н. Уравнения одного из вариантов уточненной теории изгиба ортотропных плит	115
Нехожин А. В., Радченко В. П. Эффект дрейфа нелинейно-упругой деформации вследствие ползучести	116
Нехожин А. В., Радченко В. П. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния армированной шейки бедра человека	117
Никитин Ю. Г., Диденко А. В., Сыромятников П. В. Оптимизация расчетов многослойных анизотропных композитов	118
Оганесян П. А. Реконструкция неоднородных свойств электроупругих тел на основе сочетания МКЭ и итерационного процесса	119
Орлова Н. С. Уточнение интерполяционных коэффициентов в численной схеме моделирования массопереноса в виброкипящем слое . .	120
Осипов А. В. Идентификация параметров тонкого надреза для различных моделей балок	121
Паршин Д. А. Управление процессом формирования остаточных окружающих напряжений в упругом круговом цилиндрическом слое, изготавливаемом методом силовой намотки материала на жесткую извлекаемую оправку	122
Перельмутер М. Н. Моделирование разрушения по границе соединения материалов	123
Полоник М. В., Рогачев Е. Е. О важности учета ползучести при моделировании снижения остаточных напряжений температурным воздействием	124
Пряхина О. Д., Самойлов М. В., Смирнова А. В. Сдвиговые колебания слоистых электроупругих сред с электродами-включениями	125
Пухначев В. В. Математические модели несжимаемых вязкоупругих сред Максвелла и Кельвина-Фойхта	126
Рагозина В. Е., Иванова Ю. Е. Лучевые представления решений многомерных задач динамики нелинейно-упругих сред при ударных воздействиях	127

Рагозина В. Е., Иванова Ю. Е. Об учете фактора неоднородности среды в одномерных задачах деформации, приводящих к продольным ударным волнам	128
Роговой А. А., Столбова О. С. Модели поведения сплавов и полимеров с памятью формы при больших деформациях	129
Саркисян С. О., Фарманян А. Ж. Математическая модель микрополярных ортотропных упругих тонких двухслойных оболочек	130
Саушкин М. Н. Формирование и релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочненных элементах конструкций	131
Сафроненко В. Г., Донченко Е. Н., Шутько В. М. Виброакустика оболочек вращения из композиционных полимерных материалов с учетом дискретных подкреплений круговыми ребрами	132
Свободина К. С. Алгоритм численной реализации термомеханической модели для описания динамики пластической среды	133
Симбиркин В. Н., Якушев В. Л., Филимонов А. В. Критерии определения опасных направлений сейсмического воздействия при расчете сооружений	134
Соловьев А. Н., Спозакин А. С. Реконструкция параметров трещин в функционально градиентных материалах	135
Степанов Ф. И., Торская Е. В. Определение контактных характеристик и гистерезисных потерь при скольжении гладкого штампа по границе вязкоупругого полупространства под действием нормальных и касательных сил	136
Стружанов В. В. Обратная задача определения свойств материала по диаграмме чистого изгиба	137
Сумбатьян М. А. Теоретические и экспериментальные методы в задаче прохождения ультразвукового пучка волн через упругие среды со скоплениями микро-дефектов	138
Тарлаковский Д. В., Федотенков Г. В. Динамическая контактная задача с подвижными границами для двух тонких упругих цилиндрических или сферических оболочек	139
Углич П. С. Обратная коэффициентная задача для упругого слоя	140
Федотов В. П. Математическое моделирование связанных физико-механических процессов	141
Хайрнасов К. З. Моделирование динамического нагружения многослойных оболочечных конструкций	142
Чебаков М. И., Абрамович М. В., Колосова Е. М. Взаимодействие штампа и трехкомпонентного цилиндрического основания при наличии сил трения	143
Черпаков А. В. Идентификация дефектов в стержнях, имеющих различные варианты закрепления	144
Швед О. Л. Определяющие соотношения ортотропного упругопластического материала	145
Швед О. Л. О возможных определяющих соотношениях нелинейной упругопластичности	146

Шевцов М. Ю. Определение упругих и диссипативных свойств анизотропных материалов	147
Шейдаков Д. Н., Шейдаков Н. Е. Об устойчивости функционально неоднородных стержней из микрополярных материалов	148
Юдин А. С. Численно-аналитические модели виброакустики оболочек .	149
Юдин С. А., Сигаева Т. В., Юдин А. С. Формы оболочек для создания больших перемещений и усилий распора	150
Якупов С. Н. Исследование адгезии пленки к подложке	151
Якупов С. Н., Гиниятуллин Р. Р. Оценка точности экспериментально-теоретического метода исследования механических свойств	152
Якупов Н. М., Киямов Х. Г. К анализу сферических оболочек трехмерными элементами	153
Barkanov E., Skukis E. and Akishin P. Non-Destructive Characterisation of Nonlinear Mechanical Properties of Adhesive Materials Used in a Composite Repair of Pipelines	154
Kovalska A., Barkanov E., Eiduks M. Development of experimental optimization methodology for the pipelines repairing by using advanced composite materials	155
Lazarev V. E., Gavrilov K. V., Doikin A. A., Sequard-Base J., Vorlaufer G. Experimental and numerical investigations of the friction behavior and evaluation of wear parameters for “aluminum alloy–cast iron” contact interface	156

Для заметок