

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

**PROMOCIJAS
DARBS**

2014

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultāte

Lietišķo datorsistēmu institūts

ILZE ANDERSONE

Doktora studiju programmas „Datorsistēmas” doktorante

**HIBRĪDAS KARŠU APVIENOŠANAS METODES
IZSTRĀDĀŠANA UN REALIZĒŠANA**

PROMOCIJAS DARBS

Zinātniskais vadītājs

Dr.sc.ing., asoc. profesors

Agris Nikitenko

Rīga 2014



Šis darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu projektā „Atbalsts RTU doktora studiju īstenošanai”.

ANOTĀCIJA

Autonomu mobilo robotu izstrāde ir aktuāls pētījumu apgabals mākslīgajā intelektā jau vairāk nekā divdesmit gadus. Pētījumu motivācija ir daudzie autonomu mobilo robotu potenciālie pielietojuma veidi, kas iekļauj precīzo lauksaimniecību, telpu tīrīšanu, zāles pļaušanu u.c. Viena no fundamentālām problēmām mobilajā robotikā, kas vēl arvien tiek risināta, ir apkārtējās vides kartes sastādīšanas problēma. Karšu sastādīšanai ar daudziem robotiem ir vairākas priekšrocības, kuras to padara par pievilcīgu alternatīvu kartes sastādīšanai ar vienu robotu, tomēr rodas vairākas jaunas problēmas, kas ir specifiskas tieši vairāku robotu karšu sastādīšanai. Viena no šīm problēmām ir karšu apvienošana – vairāku robotu lokālo karšu sapludināšana vienotā globālā kartē.

Promocijas darbā tiek piedāvāta jauna karšu apvienošanas metode pielietojumiem daudzu robotu sistēmās, kas apskata karšu sastādīšanu un apvienošanu autonomās daudzu robotu sistēmās, ņemot vērā gan karšu kopīgās daļas meklēšanas aspektus, gan arī karšu apvienošanas procesu karšu sastādīšanas laikā, īpaši padziļināti pievēršoties karšu apvienošanas atgriezeniskuma nodrošināšanai.

Promocijas darbs sastāv no ievada, piecām nodaļām un secinājumiem. Darbā ir 18 tabulas un 75 attēli, pamatteksts ir 156 lappuses. Literatūras saraksts satur 91 avotu nosaukumus.

Ievadā ir pamatota veikto pētījumu aktualitāte, formulēts darba mērķis un uzdevumi, aprakstīts darba zinātniskais jauninājums un praktiskā vērtība, kā arī raksturota darba aprobācija. Pirmā nodaļa ir veltīta karšu sastādīšanas daudzu robotu sistēmās teorētiskajam apskatam, padziļināti aplūkojot karšu apvienošanas problēmai. Tajā ir aprakstīta daudzu robotu karšu sastādīšanas motivācija, definēta karšu apvienošanas problēma, identificēti karšu apvienošanas aspekti un analizēti esošie karšu apvienošanas risinājumi. Otrajā nodaļā ir aplūkota karšu apvienošana pie nezināma robotu relatīvā novietojuma. Ir definēta lokālā un globālā karšu apvienošana, analizēta esošā situācija lokālajā un globālajā karšu apvienošanā. Trešajā nodaļā ir aprakstīta autores piedāvātā karšu apvienošanas metode, kas realizē abus karšu apvienošanas aspektus – lokālo karšu apvienošanu un globālo karšu apvienošanu. Ceturtnā nodaļa ir veltīta karšu sastādīšanas sistēmas, kuras sastādītās kartes ir izmantotas izstrādātās karšu apvienošanas metodes novērtēšanai, aprakstam un autores izstrādātajai karšu sastādīšanas metodei. Piektajā nodaļā ir aprakstīta karšu apvienošanai izstrādātā sistēma un ar to iegūtie eksperimentālie rezultāti. Darbs noslēdzas ar secinājumiem, kas ir balstīti uz veiktajiem eksperimentiem.

ANNOTATION

The development of autonomous mobile robots is a significant research area of the artificial intelligence since the 1980ties. The motivation of research is the many applications of the autonomous mobile robots that include precise agriculture, cleaning, grass mowing etc. One of the fundamental problems in mobile robotics that is still being solved is the environment mapping. Mapping with multiple robots has several advantages that make it an attractive alternative to the mapping with one robot. However, several new problems arise in that are specific to the multi-robot mapping. One of these problems is the map merging – the combining of several robot's local maps into one common global map.

In the thesis a novel map merging method for the applications in multi-robot systems is proposed. The method considers robotic mapping and map merging in autonomous multi-robot systems and takes into account both local and global map merging aspect. Both the search for common part of maps and the map merging process during mapping is considered, with the emphasis on the reversibility of map merging.

The thesis consists of introduction, five chapters and conclusions. Thesis includes 18 tables and 75 figures. The main text is 156 pages. Bibliography contains 91 sources.

Introduction describes the research motivation, defines the goal and tasks, and describes the scientific novelty and practical results of the thesis. First chapter is dedicated to the theoretical survey of the multi-robot mapping, with the focus on map merging problem. It contains the multi-robot mapping motivation, map merging problem definition, map merging characteristics identification and the analysis of the existing map merging methods. Second chapter focuses on the map merging when the relative positions of the robots are unknown. This chapter defines local and global map merging aspects and analyses the map merging state-of-the-art in each of these aspects. It is demonstrated that the map merging sequence can significantly influence the acquisition of the global map, and that there is a necessity for a map merging method which allows to constitute the global map in different ways based on the previous experience. Third chapter describes the developed map merging method that implements both map merging aspects – local map merging and global map merging. Fourth chapter describes the developed mapping system and the proposed mapping approach for robots with close range sensors. Fifth chapter is dedicated to the implementation of the developed map merging method and the experimental results. The thesis ends with conclusions, which are based on the experimental results.

SATURS

IEVADS	9
1. KARŠU SASTĀDĪŠANA DAUDZU ROBOTU SISTĒMĀS	15
1.1. KARŠU SASTĀDĪŠANAS AR DAUDZU ROBOTU SISTĒMĀM PAMATOJUMS.....	21
1.2. ROBOTU KARŠU APVIENOŠANA.....	25
1.3. KARŠU APVIENOŠANAS ĪPAŠĪBAS	27
1.4. KARŠU APVIENOŠANAS METOŽU APSKATS	34
1.4.1. Karšu apvienošana, kad robotu relatīvās pozīcijas ir zināmas.....	34
1.4.2. Karšu apvienošana, kad robotu relatīvās pozīcijas ir nezināmas.....	40
1.5. KOPSAVILKUMS.....	43
2. KARŠU APVIENOŠANA PIE NEZINĀMĀM ROBOTU POZĪCIJĀM.....	46
2.1. LOKĀLĀ KARŠU APVIENOŠANA.....	47
2.1.1. Iezīmju telpas un pārmeklēšanas stratēģijas.....	48
2.1.2. Karšu apvienošanas hipotēzes novērtēšana	49
2.2. GLOBĀLĀ KARŠU APVIENOŠANA.....	53
2.3. KOPSAVILKUMS.....	58
3. REMMERG – METODE UZTICAMAI KARSU APVIENOŠANAI.....	60
3.1. KARŠU APVIENOŠANAS HIPOTĒZES UN TO ATSPOGUĻOŠANA	62
3.2. GLOBĀLĀ KARŠU APVIENOŠANA.....	65
3.2.1. Karšu apvienošanā izmantotās datu struktūras	66
3.2.2. Esošo hipotēžu pārbaude un hipotēžu dzēšana	69
3.2.3. Apvienojamo karšu izvēlēšanās.....	71
3.2.4. Hipotēžu koka uzturēšana.....	74
3.3. LOKĀLĀ KARŠU APVIENOŠANA.....	75
3.3.1. Lokālo karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju	76
3.3.2. EvalIM – Hipotēzes novērtējums lokāli neprecīzām kartēm.....	80
3.4. KOPSAVILKUMS.....	89
4. KARŠU SASTĀDĪŠANAS SISTĒMAS REALIZĀCIJA.....	92
4.1. DAUDZU ROBOTU SISTĒMAS APRAKSTS	94
4.1.1. Marķieru pašlokālizācija.....	96

4.1.2.	<i>Kartes atspoguļojums</i>	97
4.2.	BINĀRĀ BEIESA FILTRA KARŠU SASTĀDĪŠANA	98
4.3.	MODIFICĒTA BINĀRĀ BEIESA FILTRA KARŠU SASTĀDĪŠANA	100
4.4.	KARŠU SASTĀDĪŠANAS SISTĒMAS DARBĪBAS TESTS	103
4.5.	KOPSAVILKUMS	104
5.	KARŠU APVIENOŠANAS METODES REALIZĀCIJA	106
5.1.	EKSPERIMENTĀLĀS SISTĒMAS APRAKSTS	106
5.2.	KARŠU APVIENOŠANAS HIPOTĒZES NOVĒRTĒJUMA PARAMETRU IZVĒLĒŠANĀS	107
5.3.	IZSTRĀDĀTĀS METODES REMMERG DARBĪBAS NOVĒRTĒŠANA.....	113
5.3.1.	<i>Globālās kartes sastādīšana</i>	114
5.3.2.	<i>Globālās kartes hipotēžu izvirzīšana</i>	123
5.3.3.	<i>Globālās kartes hipotēžu izvirzīšana ar adaptīvu hipotēžu apstiprināšanas sliksni</i> 129	
5.3.4.	<i>Karšu apvienošanas atgriezeniskums</i>	135
5.4.	KOPSAVILKUMS	138
6.	SECINĀJUMI UN REZULTĀTI	142
6.1.	REMMERG METODES DARBĪBAS NOVĒRTĒJUMS.....	143
6.2.	DARBA TEORĒTISKIE REZULTĀTI	146
6.3.	DARBA PRAKTISKIE REZULTĀTI	147
6.4.	TURPMĀKO PĒTĪJUMU VIRZIENI	148
	LITERATŪRAS SARAKSTS	149

PIELIKUMI:

1. PIELIKUMS – ReMMerg metodes darbības piemērs
2. PIELIKUMS – Robotu sastādītās lokālās kartes
3. PIELIKUMS – Eksperimentu datu piemērs

SAĪSINĀJUMI

DHT	Diskrētā Hjū transformācija
EKF	Paplašinātais Kalmana filtrs (saīsinājums no angļu valodas <i>Extended Kalman Filter</i>)
EM	Cerību maksimizācija (saīsinājums no angļu valodas <i>Expectation Maximization</i>)
EvaLIM	Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums lokāli neprecīzām kartēm (no angļu valodas <i>Evaluation of Locally Inaccurate Map merging hypotheses</i>)
GPS	Globālā pozicionēšanas sistēma
KF	Kalmana filtrs
ReMMerg	Karšu apvienošanas metode uzticamai karšu apvienošanai (no angļu valodas <i>Reliable Map Merging method</i>)
SLAM	Vienlaicīga lokalizācija un kartes sastādīšana (saīsinājums no angļu valodas <i>Simultaneous Localization and Mapping</i>)

IEVADS

Tēmas aktualitāte

Autonomu mobilo robotu izstrāde ir aktuāls pētījumu apgabals mākslīgajā intelektā jau kopš 1980.-ajiem gadiem [Thr 2002]. Pētījumu motivācija ir daudzie autonomu mobilo robotu potenciālie pielietojuma veidi, kas iekļauj precīzo lauksaimniecību, telpu tīrīšanu, zāles pļaušanu u.c. Viena no fundamentālām problēmām mobilajā robotikā, kas vēl arvien tiek risināta, ir apkārtējās vides **kartes sastādīšanas** problēma [Thr 2005]. Ne vienmēr videi ir pieejama jau gatava karte, kuru roboti var izmantot. Bieži ēku rasējumi neatbilst reālajai situācijai, un, pat ja rasējumi ir precīzi, tie nesatur mēbeles un citus objektus, kas robotam ir jāņem vērā, pārvietojoties telpā. Spēja patstāvīgi sastādīt vides karti būtiski atvieglo robota ieviešanu jaunās telpās, kā arī ļauj robotam pielāgoties izmaiņām vidē. [Thr 2005].

Karšu sastādīšanai ar daudziem robotiem ir vairākas priekšrocības, kuras to padara par pievilcīgu alternatīvu kartes sastādīšanai ar vienu robotu: ātrāka telpas izpēte, precīzāka kartes sastādīšanas iespēja, augstāka bojājumpiecietība [Bur 2005, Thr 2002]. Tomēr šajā gadījumā rodas vairākas jaunas problēmas, kas ir specifiskas tieši vairāku robotu karšu sastādīšanai. Viena no šīm problēmām ir karšu apvienošana – vairāku robotu lokālo karšu sapludināšana globālajā kartē [Thr 2002].

Eksistējošās karšu apvienošanas metodes piedāvā dažādus risinājumus gadījumam, kad ir zināmas robotu savstarpējās pozīcijas un attiecīgi arī to lokālo karšu savstarpējais novietojums [Thr 1998, Sim 2000, Bur 2002, Ko 2003]. Karšu apvienošana pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām līdz šim ir aplūkota galvenokārt no divu karšu savstarpējās transformācijas aspekta (darbā saukta par lokālo karšu apvienošanu) [Ami 2005, Bir 2006, Car 2008, Adl 2008], bet, atbilstoši literatūras analīzes rezultātiem, neeksistē karšu apvienošanas metodes, kas risinātu atgriezeniskas un dinamiskas karšu apvienošanas problēmu vairāk kā divu robotu gadījumā (darbā saukta par globālo karšu apvienošanu).

Par atgriezenisku karšu apvienošanu šajā darbā tiek saukta karšu apvienošana, kuras ietvaros var atcelt karšu apvienošanas lēmumu, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc apvienošanas. Tā nodrošina iespēju veikt karšu apvienošanu karšu sastādīšanas laikā, kad robotu lokālās kartes tiek nepārtraukti papildinātas, rēķinoties ar risku, ka apvienošana var tikt veikta kļūdaini. Dinamiska karšu apvienošana darba ietvaros ir karšu apvienošana, kura spēj piedāvāt dažādus karšu apvienošanas secības variantus globālās kartes iegūšanai, balstoties uz

iepriekšējo apvienošanas pieredzi. Tā ir nozīmīga, jo pirms karšu apvienošanas nav zināmas robotu lokālo karšu savstarpējās attiecības un tieši kuras kartes un kādā secībā ir iespējams savā starpā apvienot.

Promocijas darbā tiek aplūkota karšu sastādīšana un apvienošana autonomā daudzu robotu sistēmā, kas ņem vērā gan lokālo, gan globālo karšu apvienošanas aspektu. Uzmanība tiek pievērsta gan karšu savstarpējās transformācijas meklēšanai, gan arī karšu apvienošanas procesam karšu sastādīšanas laikā, īpaši padziļināti pievēršoties karšu apvienošanas atgriezeniskuma un dinamiskuma nodrošināšanai.

Darba mērķis

Promocijas **darba mērķis** ir izstrādāt un realizēt metodi globālas kartes iegūšanai daudzu robotu sistēmās, kas spēj nodrošināt robotu karšu apvienošanas atgriezeniskumu un dinamiskumu karšu sastādīšanas laikā.

Promocijas darbā izstrādātā metode piedāvā alternatīvu risinājumu, kā apvienot robotu sastādītas kartes un kā rīkoties kļūdainas karšu apvienošanas gadījumā. Izstrādājamā metode risina karšu apvienošanas problēmu gan lokālā (divu karšu apvienošana bez informācijas par to savstarpējo novietojumu), gan globālā (rezultāta pārbaude, karšu apvienošanas atgriezeniskums un dinamiskums) līmenī. Izstrādātā metode ir praktiski realizēta programmatūras sistēmā, un tās darbība ir pārbaudīta ar kartēm, kuras ir sastādītas Rīgas Tehniskajā universitātē (sadarbībā ar Latvijas Lauksaimniecības universitāti un SIA „Terra Virtuala”) izstrādātā autonomu robotu sistēmā, kas ir izstrādāta projekta „Daudzaģentu robotizētas intelektuālas sistēmas tehnoloģijas izstrāde” ietvaros [RTU 2013].

Darba uzdevumi

Lai sasniegtu mērķi, darbā izvirzīti šādi uzdevumi:

- Jāanalizē esošā situācija karšu sastādīšanā ar robotu komandām un jāidentificē esošie daļējie risinājumi promocijas darbā aplūkotajā problēmsfērā – karšu sastādīšanā un apvienošanā (skatīt nodaļu „Karšu sastādīšana daudzu robotu sistēmās”).

- Jādefinē promocijas darbā aplūkotā problēma un prasības pret izstrādājamo karšu apvienošanas metodi (skatīt nodaļu „Karšu apvienošana pie nezināmām robotu pozīcijām”).
- Jāizstrādā metode daudzu robotu karšu apvienošanai, kura risinātu atgriezeniskas un dinamiskas karšu apvienošanas problēmu pie nezināma robotu relatīvā novietojuma (skatīt nodaļu „ReMMerg – metode uzticamai karšu apvienošanai”).
- Jāizstrādā karšu sastādīšanas metode eksistējošai daudzu robotu sistēmai, kura spēj sastādīt apkārtējās vides karti (skatīt nodaļu „Karšu sastādīšanas sistēmas realizācija”).
- Jārealizē izstrādātā karšu apvienošanas metode programmatūrā un jāveic ar to eksperimenti, lai novērtētu metodes priekšrocības un trūkumus, kā arī analizētu tās pielietojuma iespējas (skatīt nodaļu „Karšu apvienošanas metodes realizācija”).
- Jāsniiedz izstrādātās metodes darbības un praktiskā pielietojuma novērtējums (skatīt nodaļu „Secinājumi”).

Pētījuma objekts ir daudzu robotu karšu sastādīšanas sistēmas.

Pētījuma priekšmets ir daudzu robotu sistēmās sastādīto robotu lokālo karšu apvienošanas problēma.

Pētījumu veikšanai izmantotās metodes

Teorētiskie pētījumi ir balstīti uz daudzu robotu karšu sastādīšanas un apvienošanas literatūras analīzi un tajā konstatētajiem piedāvāto risinājumu trūkumiem. Robotu karšu sastādīšanas un karšu apvienošanas sistēmas realizācijai ir izmantotas programmatūras inženierijas metodes. Izstrādātā sistēma ir pārbaudīta, veicot eksperimentus un analizējot to rezultātus.

Pieņēmumi un ierobežojumi

Izstrādātā karšu apvienošanas metode ir paredzēta izmantošanai daudzu robotu karšu sastādīšana sistēmās situācijās, kurās ir spēkā sekojoši nosacījumi:

- Katrs robots ir spējīgs patstāvīgi sastādīt lokālo karti, kura var būt lokāli neprecīza, bet ne globāli neprecīza, tas ir, kartēs ir pieļaujamas nelielas novirzes no reālās vides konfigurācijas, bet kopumā kartes konfigurācija atbilst reālajai situācijai (detalizēti karšu precizitāte ir aprakstīta 1.3. apakšnodaļā).
- Roboti telpas izpētes laikā ir spējīgi sazināties un nosūtīt savas sastādītās lokālās kartes vienam centrālajam robotam vai serverim.

Zinātniskais jauninājums un praktiskā vērtība

Darba **zinātniskais jauninājums** ir metode uzticamai karšu apvienošanai, kuras pamatā ir hipotēžu koka datu struktūras izmantošana karšu apvienošanā, kā arī hipotēžu apstrādes algoritmi, kas ļauj manipulēt ar hipotēžu koku. Metodes nepieciešamība ir pamatota ar eksistējošo karšu apvienošanas metožu analīzi un tajā konstatēto metožu nespēju karšu sastādīšanas laikā atgriezeniski un dinamiski apvienot vairāk kā divas robotu lokālās kartes, ja robotu savstarpējās pozīcijas nav zināmas.

Darba **praktiskā vērtība** ir izstrādātā karšu apvienošanas metode, kas kombinē un īsteno gan karšu apvienošanas lokālo, gan globālo aspektus. Abu aspektu realizēšana ļauj metodei gan atrast ticamus apvienojumus divu robotu karšu starpā, gan arī autonomi sastādīt visu sistēmā darbojošos robotu globālo karti ar iespēju kļūdas gadījumā, nezaudējot jaunākos karšu datus, atcelt karšu apvienošanu. Izstrādājot darbu, ir iegūti šādi **praktiski rezultāti**:

- Ir apkopota un analizēta esošā situācija karšu apvienošanas jomā;
- Balstoties uz karšu apvienošanas metožu analīzi, ir identificēti un definēti divi karšu apvienošanas aspekti – lokālā karšu apvienošana un globālā karšu apvienošana;
- Ir izstrādāta daudzu robotu karšu apvienošanas metode ReMMerg uzticamai karšu apvienošanai, kura risina lokālas un globālas karšu apvienošanas problēmu pie nezināma robotu relatīvā novietojuma, ļaujot veikt atgriezenisku un dinamisku karšu apvienošanu;
- Ir izstrādāts karšu apvienošanas hipotēžu novērtējums EvaLIM, kas dod iespēju novērtēt divu karšu kopīgā apgabala līdzību pie zināmas transformācijas, ņemot vērā to, ka kartes ir lokāli neprecīzas, kā arī ir sniegtas rekomendācijas novērtējuma izmantošanai;

- Ir izstrādāts algoritms daudzu robotu karšu sastādīšanai vidē, kurā robotiem ir pieejami tikai tuva attāluma sensori, bet ir zināmas to atrašanās vietas neatkarīgi no sastādītās kartes.
- Eksperimentāli ir pierādīts, ka izstrādātā karšu apvienošanas metode spēj autonomi sastādīt vismaz daļēju globālo karti daudzu robotu sistēmā ar vairāk kā diviem robotiem, identificēt konfliktus izvirzītās karšu apvienošanas hipotēzēs, izslēgt šādas hipotēzes bez datu zudumiem un sastādīt jaunu globālo karti, ņemot vērā iepriekšējo pieredzi.

Darba aprobācija

Darba rezultāti ir prezentēti 7 starptautiskās konferencēs un to rezultāti ir publicēti 7 starptautiskos izdevumos:

1. Andersone I. The Characteristics of the Map Merging Methods: A Survey // Scientific Journal of Riga Technical University. Computer Sciences. - Applied Computer Systems, 2010, 113.-121. lpp. Iekļauts De Gruyter (agrāk Versita), DBLP, io-port.net datu bāzēs.
2. Andersone I. Multi-Robot Map Merging in the Context of Image Processing // Scientific Journal of Riga Technical University. Computer Sciences. - 43. (2011) pp 124-130. Iekļauts De Gruyter (agrāk Versita), DBLP, io-port.net datu bāzēs.
3. Andersone I. The Conceptual Model for reliable Multi-Robot Map Merging // Proceedings of Baltic Conference „Human-Computer Interaction”, Latvia, Riga, 23.-25. August, 2011.
4. Andersone I. The Influence of the Map Merging Order on the Resulting Global Map in Multi-Robot Mapping // Scientific Journal of Riga Technical University. Computer Sciences. - 44., 2012. Iekļauts De Gruyter (agrāk Versita) datu bāzē.
5. Andersone I., Liekna A., Nikitenko A. Mapping Implementation for Multi-Robot System with Glyph Localization // Scientific Journal of Riga Technical University, Computer Sciences, 2013. Iekļauts De Gruyter (agrāk Versita) datu bāzēs.
6. Andersone I., Liekna A. Robot Map Similarity Metric for Non-identical Maps // 12th International Scientific Conference on Engineering for Rural Development, Jelgava, May 2013. Iekļauts Scopus, EBSCO datu bāzēs.
7. Andersone I., Nikitenko A. Reliable Multi Robot Map Merging for Inaccurate Maps // 12th Conference on Practical Applications of Agents and Multi-Agent Systems PAAMS'14 Salamanca, 4th-6th June, 2014 Iekļauts SpringerLink datu bāzē.

Darba struktūra un galvenie rezultāti

Promocijas darbs sastāv no ievada, piecām nodaļām, secinājumiem, literatūras avotu saraksta, terminu vārdnīcas un saīsinājumu saraksta.

Ievadā ir pamatota veikto pētījumu aktualitāte, formulēts darba mērķis un uzdevumi, uzskaitītas pētījumu veikšanai izmantotās zinātniskās metodes, aprakstīts darba zinātniskais jauninājums un praktiskā vērtība, kā arī raksturota darba aprobācija.

Pirmā nodaļa ir veltīta karšu sastādīšanas daudzu robotu sistēmās teorētiskajam apskatam, padziļināti aplūkojot karšu apvienošanas problēmai. Tajā ir aprakstīta daudzu robotu karšu sastādīšanas motivācija, definēta karšu apvienošanas problēma, identificēti karšu apvienošanas aspekti un analizēti esošie karšu apvienošanas risinājumi.

Otrajā nodaļā ir aplūkota karšu apvienošana pie nezināma robotu relatīvā novietojuma. Ir definēta lokālā un globālā karšu apvienošana, analizēta esošā situācija lokālajā un globālajā karšu apvienošanā. Nodaļā tiek demonstrēts, ka karšu apvienošanas secība var būtiski ietekmēt globālās kartes iegūšanu vai neiegūšanu, kas norāda uz nepieciešamību tās sastādīšanai izmantot metodi, kas pieļauj globālās kartes sastādīšanu dažādos veidos, balstoties uz iepriekšējo pieredzi. Trešajā nodaļā ir aprakstīta autores piedāvātā karšu apvienošanas metode, kas realizē abus karšu apvienošanas aspektus – lokālo karšu apvienošanu un globālo karšu apvienošanu. Ceturtnodaļa ir veltīta karšu sastādīšanas sistēmas, kuras sastādītās kartes ir izmantotas izstrādātās karšu apvienošanas metodes novērtēšanai, aprakstam un autores izstrādātajai karšu sastādīšanas metodei. Piektajā nodaļā ir aprakstīta karšu apvienošanai izstrādātā sistēma un ar to iegūtie eksperimentālie rezultāti. Darbs noslēdzas ar secinājumiem, kas ir balstīti uz veiktajiem eksperimentiem. Visbeidzot secinājumos ir raksturoti turpmākie pētījumi un to nepieciešamība.

Darbam ir trīs pielikumi: 1. – izstrādātās karšu apvienošanas metodes darbības piemērs, 2. – eksperimentiem izmantoto robotu karšu saraksts, 3. – eksperimentu datu piemērs.

1. KARŠU SASTĀDĪŠANA DAUDZU ROBOTU SISTĒMĀS

Autonomu mobilo robotu izstrāde ir aktuāls pētījumu apgabals mākslīgajā intelektā jau kopš 1980.-ajiem gadiem [Thr 2002]. Pētījumu motivācija ir daudzie autonomu mobilo robotu potenciālie pielietojuma veidi, kas iekļauj precīzo lauksaimniecību, telpu tīrīšanu, zāles pļaušanu u.c. Viena no fundamentālām problēmām mobilajā robotikā, kas vēl arvien tiek risināta, ir apkārtējās vides **kartes sastādīšanas** problēma [Thr 2005]. Ne vienmēr videi ir pieejama jau gatava karte, kuru roboti var izmantot. Bieži ēku rasējumi neatbilst reālajai situācijai, un, pat ja rasējumi ir precīzi, tie nesatur mēbeles un citus objektus, kas robotam ir jāņem vērā, pārvietojoties telpā. Spēja patstāvīgi sastādīt vides karti būtiski atvieglo robota ieviešanu jaunās telpās, kā arī ļauj robotam pielāgoties izmaiņām vidē. [Thr 2005].

Viena robota karšu sastādīšana ir daudz pētīta joma, tomēr vēl arvien eksistē līdz galam neatrisinātas problēmas, no kurām literatūrā biežāk minētās ir [Thr 2002]:

- a) Mērījumu kļūdas,
- b) Vienlaicīga pašlokalizācija un kartes sastādīšana,
- c) Datu atbilstības problēma,
- d) Robota pārvietošanās ceļa izvēle,
- e) Karšu sastādīšanas daudzdimensionalitāte,
- f) Dinamiska vide.

a) Mērījumu kļūdas

Kartes sastādīšana būtu relatīvi viegli risināma problēma, ja robota mērījumu kļūdas būtu statistiski neatkarīgas. Tomēr mērījumu kļūdas ir savstarpēji statistiski atkarīgas, jo tās laika gaitā uzkrājas un ietekmē turpmāko mērījumu interpretāciju. Tā rezultātā robota kartes veidošanas procesu apgrūtina sistemātiskas, savstarpēji saistītas kļūdas, kuru rezultātā daudzi kartes sastādīšanas algoritmi ir grūti realizējami un sarežģīti [Thr 2002].

Visus robotu sensorus, tai skaitā arī karšu sastādīšanā izmantotos sensorus, var iedalīt divās grupās [Sie 2004]:

- Pasīvie sensori;
- Aktīvie sensori.

Pasīvie sensori mēra tajos nokļuvušo ārējās vides enerģiju. Pie šīs sensoru grupas pieder, piemēram, videokameras. Aktīvie sensori izdala enerģiju ārējā vidē un mēra vides reakciju. Telpas izpētē bieži izmantoti aktīvie sensori ir ultraskaņas sonori un lāzera sensori [Sie 2004].

Tā kā aktīvie sensori var kontrolēt savu mijiedarbību ar vidi, tad to iegūtie rezultāti karšu sastādīšanā bieži vien ir labāki. Tomēr eksistē vairāki faktori, kas var ietekmēt aktīvo sensoru darbību. Viens no būtiskiem faktoriem ir tas, ka izdalītā enerģija var ietekmēt raksturlielumus, kurus sensors cenšas izmērīt. Pastāv arī iespēja, ka rodas mijiedarbība starp aktīvā sensora raidīto signālu un citiem signāliem, piemēram, citu netālu esošu robotu raidītiem signāliem [Sie 2004].

Robota sensoru un efektoru (robota apkārtējās vides ietekmēšanas mehānismu) izmantošana ir telpas izpētes procesa neatņemama sastāvdaļa. Var izšķirt vairākus aspektus, kas samazina sensoru un efektoru darbības efektivitāti [Sie 2004]:

- Sensoru troksnis,
- Sensoru rādījumu līdzība (angliski sensor aliasing),
- Efektoru troksnis.

Sensoru troksnis rada ierobežojumus sensoru rādījumu konsistencei un līdz ar to derīgās informācijas daudzumam. Bieži sensoru trokšņa izraisīto problēmu avots ir tas, ka netiek uztvertas visas vides īpašības. Trokšņu rašanās iemesli var būt, piemēram, apgaismojuma maiņa dienas gaitā, attēla izplūšana, signāla pārklāšanās u.c. Rezultātā ne katrs sensora mērījums ir derīgs [Sie 2004].

Sensoru rādījumu līdzība izpaužas tajā, ka daudzu sensoru, piemēram, sonoru un infrasarkanu staru sensoru, rādījumi sniedz nelielu informācijas daudzumu. Līdz ar to rādījumi bieži vien nav unikāli – par dažādiem objektiem var tikt iegūti vienādi dati. Realitātē tas nozīmē to, ka, pat ja neeksistētu sensoru kļūdas, no viena sensora mērījuma nevarētu iegūt pietiekami daudz informācijas, lai noteiktu robota atrašanās vietu. Līdz ar to ir nepieciešams izmantot metodes, kas ļauj robota atrašanās vietas noteikšanai izmantot sensoru rādījumu virknes [Sie 2004].

Efektoru troksnis nozīmē to, ka vienai un tai pašai robota veiktai darbībai var būt dažādi rezultāti, kaut arī no robota viedokļa sākotnējais stāvoklis ir zināms. Tas rada nenoteiktību attiecībā pret nākotnes stāvokli, turklāt katra robota veiktā darbība šo nenoteiktību palielina. No robota redzes punkta efektoru troksnis ir odometrijas (robota iekšējo sensoru) kļūda vai arī robota nespēja pareizi novērtēt savu pozīciju izmantojot kinemātikas un dinamikas datus.

Odometrija ir robota pozīcijas izmaiņas laika gaitā novērtējums, izmantojot zināšanas par robota kinemātiku un dinamiku [Sie 2004].

Realitātē galvenais kļūdas iemesls ir nepilnīgas zināšanas par vidi, piemēram, nav ņemts vērā grīdas slidenums. Robota kustība tiek izsekota, izmantojot riteņu sensorus, kursa sensorus vai abus divus, un tiek noteikta robota atrašanās vieta [Sie 2004]. Kļūdas ir viegli novēršamas, ja kļūdas dažādos mērījumos ir statistiski neatkarīgas. Tādā gadījumā robots var veikt vairākus mērījumus, lai likvidētu trokšņa sekas [Thr 2002]. Tomēr sensoru mērījumu kļūdas ir savstarpēji saistītas, un pozīcijas kļūda ar laiku uzkrājas. Lai to novērstu, ir nepieciešami lokalizācijas mehānismi, kas palīdzētu regulāri atjaunot pozīcijas datus [Sie 2004].

Eksistē vairāki odometrijas kļūdu avoti [Sie 2004, Rek 1999]:

- Ierobežota mērījumu izšķirtspēja,
- Neprecīzs riteņu novietojums,
- Atšķirīgs riteņu diametrs,
- Riteņu kontakta punktu izmaiņas,
- Nevienmērīgs kontakts ar grīdu.

Daļu no šiem kļūdu veidiem var novērst, precīzi uzstādot sistēmu. Tomēr ir kļūdas, kuras ir nedeterminētas un kuras novērst nav iespējams. Ģeometriski šīs kļūdas var klasificēt trīs veidos [Sie 2004]:

- 1) Attāluma kļūdas – robota veiktā ceļa garuma kļūdas.
- 2) Pagrieziena kļūdas – robota veiktā pagrieziena kļūdas.
- 3) Nobīdes kļūdas – riteņu kļūdu atšķirības izraisa robota leņķiskās orientācijas kļūdas.

Pagrieziena un nobīdes kļūdas ilgākos laika periodos izraisa būtiski lielākas pozīcijas kļūdas nekā attāluma kļūdas, jo tās ietekmē pozīcijas kļūdu nelineāri.

b) Vienlaicīga pašlokalizācija un kartes sastādīšana

Par vienu no galvenajām problēmām autonomu robotu karšu sastādīšanā tiek uzskatīta Vienlaicīgas Pašlokalizācijas un Kartes Sastādīšanas problēma (turpmāk darbā SLAM no **S**imultaneous **L**ocalization **and** **M**apping) [Dur 2006]. SLAM risina jautājumu, kā pakāpeniski sastādīt apkārtējās vides karti, ja mobilais robots sākotnēji ir novietots nezināmas

vides nezināmā pozīcijā. Tiek uzskatīts, ka, tikai atrisinot šo problēmu, ir iespējams padarīt mobilo robotu pilnīgi autonomu [Dur 2006].

Robota atrašanās vietas noteikšanas problēma ir cieši saistīta ar sensoru un pārvietošanās kļūdām. Tieši sensoru neprecizitātes dēļ pašlokalizācija ir tik sarežģīta. Ja robota atrašanās vietu varētu precīzi noteikt, izmantojot jau esošās tehnoloģijas, piemēram, GPS (globālās pozicionēšanas sistēma), tad problēmas risinājums būtu triviāls. Realitātē GPS kļūda ir pat līdz vairākiem metriem, kas daudzos gadījumos ir nepietiekama precizitāte. Vēl viena problēma ir tā, ka GPS tehnoloģijas var nedarboties iekštelpās, un tas būtiski ierobežo telpas izpētes iespējas [Sie 2004]. Turklāt GPS tehnoloģiju izmantošana ierobežo mobilā robota autonomiju, padarot to atkarīgu no satelītiem [Bra 2006].

Arī bez GPS ierobežojumiem, pašlokalizācija nozīmē ko vairāk par robota absolūtās atrašanās vietas noteikšanu telpā. Izvirzīto mērķu sasniegšanai ir jāizmanto karte. Pašlokalizācija iekļauj arī kartes veidošanu un relatīvās robota atrašanās vietas pret karti noteikšanu [Sie 2004].

SLAM problēma ir sarežģīta, jo ir nepieciešams vienlaicīgi atjaunot robota pozīciju un sastādīt karti. Ja robots atjauno savu pozīciju, balstoties uz neprecīzu karti, tad jaunā pozīcija arī būs neprecīza. Un, ja robots sastāda karti, balstoties uz neprecīzi zināmu pozīciju, tad karte manto pozīcijas noteikšanas kļūdas. Pozīcijas noteikšanai robotam ir nepieciešama precīza karte, un kartes sastādīšanai ir nepieciešama precīza pozīcija.

Lai šo problēmu risinātu, optimālais variants ir ņemt vērā visas saistības starp pozīcijas noteikšanu un kartes daļu atrašanās vietu noteikšanu. Šādas savstarpēji saistītas kartes tiek sauktas par **stohastiskām kartēm** [Sie 2004].

Uz doto brīdi SLAM problēma ir formulēta un atrisināta vairākos veidos, kā arī ir veiktas daudzās dažādās vidēs – sākot no iekštelpu robotiem līdz pat zemūdens un gaisa sistēmām. Teorētiskā līmenī viena robota SLAM var uzskatīt par atrisinātu problēmu, tomēr praktiskajā realizācijā vēl arvien eksistē nopietni šķēršļi [Dur 2006].

c) Datu atbilstības problēma

Datu atbilstības jeb asociācijas problēma rodas, kad ir nepieciešams noteikt, vai dažādos laikos veikti sensoru mērījumi atbilst vienam un tam pašam fiziskajam objektam. Robotam pārvietojoties, uzkrātā pozīcijas kļūda var kļūt ļoti liela, un ar laiku kļūst arvien grūtāk noteikt savu atrašanās vietu jau sastādītajā kartes daļā, jo robota atrašanās vieta ir iespējama lielākā apgabalā [Thr 2002, Neh 2003].

Viens variants, kā šo problēmu risināt, ir izmantot pēc iespējas dažādus sensorus. Viena veida sensors kā līdzīgus var uztvert objektus, kurus cita veida sensors atpazīst kā atšķirīgus. Problēma pieejai ir tā, ka nav iespējams bezgalīgi palielināt sensoru skaitu. Jo lielāks ir sensoru daudzums, jo lielākas ir atmiņas prasības. Turklāt ir iespējams, ka vidē atrodas līdzīgi objekti, kurus savā starpā neatšķir neviens sensors [Neh 2003].

Alternatīva pieeja šīs problēmas risināšanai ir objektu atpazīšanai sastādīt un glabāt lokālu sensoru mērījumu virknes. Būtisks šīs pieejas trūkums ir tas, ka objekta atpazīšanai ir nepieciešams atkārtot iepriekš veikto ceļu, lai būtu iespējams salīdzināt jaunus sensoru datus ar agrāk saglabātajiem sensoru datiem [Neh 2003].

Cita pieeja datu asociācijas problēmas risināšanai ir līdzīgu objektu atšķiršanai izmantot odometrijas un sensoru datus. Šajā gadījumā robota atrašanās vietas novērtējums pēc odometrijas datiem tiek nepārtraukti koriģēts, salīdzinot novērojumus ar robota iepriekš sastādīto pasaules modeli [Neh 2003].

d) Robota pārvietošanās ceļa izvēle

Autonomam mobilam robotam ir nepieciešama spēja patstāvīgi pārvietoties apkārtējā vidē - navigācijas spēja. Robota spēja patstāvīgi pārvietoties vidē balstās uz četriem elementiem [Sie 2004]:

- Uztvere - spēja interpretēt sensoru datus kā noderīgu informāciju.
- Pašlokālizācija - spēja noteikt savu atrašanās vietu vidē.
- Izzināšanas spējas - spēja darboties, lai sasniegtu mērķus.
- Kustības kontrole - spēja kontrolēt savu motoru darbību, lai pārvietotos pa vēlamo trajektoriju.

Robota ceļa plānošanu kartes sastādīšanas uzdevumam bieži vien sauc par **robotu izlūkošanu** (angliski robotic exploration). Atšķirībā no tradicionālā robotu navigācijas uzdevuma, telpas izpētes roboti darbojas ar daļējām un nepilnīgām kartēm. Līdz ar to telpas izpētes stratēģijai ir jābūt gatavai risināt negaidītus pavērsienus, kas var rasties kartes sastādīšanas procesā. Izvēloties ceļu, ir jāņem vērā dažādi faktori, piemēram, jauniegūtā informācija par telpas karti, laiks un resursi, kas nepieciešami šīs informācijas iegūšanai, iespējamais robota atrašanās vietas informācijas zudums u.c. [Thr 2002]

e) Karšu sastādīšanas daudzdimensionalitāte

Robota pētāmā vide ir daudzdimensionāla. Ja par dimensijām tiek uzskatītas galvenie topoloģiskie objekti, piemēram, durvis, koridori un istabas, tad pētāmās vides dimensiju skaits ir mērāms desmitos. Detalizētas metriskas divdimensiju kartes attēlošanai tiek izmantoti tūkstošiem skaitļu – katrai kartes šūnai viens. Ja tiek sastādīta trīsdimensiju karte, tad tajā skaitļu daudzums ir mērāms jau miljonos. No statistikas viedokļa katrs no šiem skaitļiem ir problēmas dimensija un ir jāņem vērā aprēķinos [Thr 2002].

f) Dinamiska vide

Lielākā daļa karšu sastādīšanas pieeju pieņem, ka vide ir vai nu nemainīga vai arī tās izmaiņas laikā ir nenožīmīgas [Sie 2004]. Šis pieņēmums balstās uz to, ka pat statiskās vidēs karšu sastādīšanas problēma ir ļoti sarežģīta [Bis 2002]. Tomēr daudzos reālās dzīves gadījumos šis pieņēmums nav patiess. Vidē var atrasties un pārvietoties cilvēki, var mainīties telpas objektu izvietojums u.tml. Dinamiskā vidē sensori biežāk uztvers dinamiskus objektus nekā statiskus objektus.

Robota apkārtējās vides dinamiskums apgrūtina kartes sastādīšanu, jo rodas vēl viens veids, kā izskaidrot šķietami nesaskanīgus sensoru mērījumus [Thr 2002]. Ja statiskā vidē mērījumu nesakritības nozīmē to, ka robots neatrodas tā iedomātajā vietā, tad dinamiskā vidē ir jāņem vērā arī varbūtība, ka vide ir mainījusies.

Dinamiskās vidēs robotam, kas sastāda karti, ir jāfiksē visi nozīmīgie objekti, kā arī tam ir jābūt iespējai labot karti atbilstoši objektu pozīcijas izmaiņām. Šādu kartes sastādīšanas procesu dinamiskās vidēs sauc par **nepārtrauktu kartes sastādīšanu** [Sie 2004]. Esošās pieejas var izmantot nepārtrauktai kartes sastādīšanai, ja kartes sastādīšanas sistēma pēc sākotnējās kartes sastādīšanas turpina funkcionēt un dot atgriezenisko saiti par vides izmaiņām. Visefektīvākās dinamiskās vidēs ir reāla laika inkrementālas karšu sastādīšanas sistēmas. Ja ir nepieciešama globāla kartes optimizācija pēc telpas izpētes, tad veikt nelielas izmaiņas kartē ir daudz sarežģītāk.

Viens no veidiem, kā sastādīt karti, ņemot vērā dinamiskus objektus, ir veidot karšu sekvenču [Hah 2002]. Šajā gadījumā robots regulāri nosaka savu pozīciju un pašreizējo karti. Kad robots ir pārvietojies un ieguvis jaunus datus par apkārtējo vidi, tas nosaka visticamāko jauno pozīciju. Karte tad tiek papildināta ar jaunajiem mērījumiem, ņemot vērā zināšanas par pozīciju, kurā mērījumi ir veikti.

1.1. Karšu sastādīšanas ar daudzu robotu sistēmām pamatojums

Karšu sastādīšana ar vairākiem robotiem atsevišķos gadījumos var risināt dažas no iepriekš uzskaitītajām problēmām – mērījumu kļūdas un datu atbilstību [And 2009]. Piemēram, robotu komanda var risināt datu atbilstības problēmu, darbojoties telpā kā orientieri [How 1999]. Savukārt izmantojot robotus, kas viens otru spēj atpazīt, pašlokalizācijai, var būtiski samazināt nenoteiktību atsevišķu robotu atrašanās vietās un rezultātā sastādīt precīzāku karti [How 1999].

Kopumā karšu sastādīšanas sarežģītība, salīdzinot ar telpas izpēti ar vienu robotu, pieaug, piemēram, palielinās karšu sastādīšanas dimensiju skaits un rodas nepieciešamība nodrošināt robotu savstarpēju komunikāciju un koordināciju. Tomēr ir vairākas priekšrocības, kuras padara kartes sastādīšanu ar vairākiem robotiem par pievilcīgu alternatīvu kartes sastādīšanai ar vienu robotu [Bur 2005, Thr 2002]:

- a) Vairāki roboti telpu var izpētīt ātrāk nekā viens robots.
- b) Vairāki roboti nodrošina sistēmas funkciju pārklāšanos (redundanci), tāpēc sistēma ir vairāk noturīga pret bojājumiem.
- c) Ja roboti spēj viens otru telpā atpazīt un noteikt to savstarpējās atrašanās vietas, tad ar vairākiem robotiem ir iespējams sastādīt precīzāku karti [Fox 2000, Mar 2005].

a) Telpas izpētes ātrums

Par **telpas izpēti** literatūrā tiek saukta nezināmas vides izpēte un kartes sastādīšana [Bur 2000]. Telpas izpētes mērķis ir minimizēt kopējo telpas izpētes laiku [Bur 2000].

Viena no telpas izpētes ar vairākiem robotiem galvenajām priekšrocībām, salīdzinot ar viena robota telpas izpēti, ir tās ātrums. Eksperimentālie rezultāti rāda, ka pat savā starpā nekoordinēta robotu komanda telpu izpēta ātrāk par vienu robotu. Un, ja robotu komanda darbojas saskaņoti, tad šī atšķirība ir vēl lielāka [Bur 2000].

Telpas izpētes uzdevumos kartes sastādīšana un pārvietošanās ir robotu kopīgs uzdevums. Roboti ievāc informāciju par vidi un sastāda kartes. Sastādītās kartes sniedz informāciju par to, kuru apgabalu izpēte dos lielāku jaunas informācijas daudzumu par vidi [Gra 2002]. Izpētes mērķis ir izpētīt visu apgabalu pēc iespējas īsākā laikā. Tāpēc robotiem ir ļoti svarīgi glabāt informāciju par apgabaliem, kuri jau ir izpētīti. Ir nepieciešams arī izveidot globālu karti, lai plānotu pārvietošanās ceļus un saskaņotu robotu savstarpējās darbības [Bur 2005]. Labāka rezultāta sasniegšanai ir nepieciešama koordinēta robotu darbību plānošana [Gra

2002]. Nav iespējams izpētīt telpu optimāli, jo vide, kurā darbojas robotu komanda, ir daļēji nepieejama (robotu sensori nesniedz informāciju par visu vides stāvokli [Rus 2003]) un nav zināma izvēlētais darbības lietderība, bet ir iespējams izmantot telpas izpētes pieejas, kas būtiski samazina telpas izpētes ilgumu [Sim 2000].

b) Redundance

Gadījumos, kad sistēmā darbojas tikai viens robots, tam parasti tiek piešķirtas daudz dažādas iespējas (sensori, efektori). Lai novērstu robota darbības pārtraukšanu kļūmes gadījumā, reizēm tam tiek piešķirtas rezerves komponentes. Rezultātā iegūtās sistēmas kļūst sarežģītākas un dārgākas. Turklāt nekad nav iespējams dublēt visas komponentes, līdz ar to pastāv iespēja, ka robots kādas kļūmes rezultātā tomēr pārstās funkcionēt [Gra 2002].

Veidojot robotu komandas, to projektēšanai var pieiet no citas puses: „Būvēt vienkāršus, lētus robotus ar ierobežotām iespējām, kas droši var izpildīt uzdevumu, savā starpā sadarbojoties” [Gra 2002]. Šādā veidā tiek iegūti vienkāršāki roboti, kuri ir vieglāk uzturami. Turklāt ar lielāku robotu skaitu tiek iegūta lielāka sistēmas uzticamība, jo, pat ja kāds robotu komandas pārstāvis pārstās darboties, nepārstās darboties visa sistēma, un pārējie roboti varēs turpināt uzdevuma izpildi.

c) Pašlokālizācija un kartes precizitāte

Ja telpas izpētē tiek izmantoti vairāki roboti, teorētiski ir iespējams sastādīt precīzāku karti nekā ar vienu robotu [Thr 2002]. Tas ir izskaidrojams ar to, ka, izmantojot vairākus robotus, ir iespējams precīzāk noteikt robotu pozīcijas, kas ir būtiska kartes sastādīšanas komponente [How 1999, Jen 1999, Fox 2000, Gra 2002, How 2006a].

Robota **pašlokālizācija** ir robota pašreizējās pozīcijas un virziena noteikšana attiecībā pret kādu fiksētu koordinātu sistēmu [Fox 2000]. Viens no veidiem, kā iespējams risināt vairāku robotu pašlokālizācijas problēmu, ir pielietojot tradicionālas lokālizācijas metodes katram no robotiem individuāli [Fox 2000].

Tomēr ir iespējami citi risinājumi, ja roboti spēj viens otru atpazīt. Ir pieejami divi datu avoti, kas ļauj noteikt robotu atrašanās vietu vairāku robotu gadījumā [How 1999]:

- Odometrijas dati, kuri ļauj robotam patstāvīgi novērtēt savu atrašanās vietu.
- Vizuālie dati, kuri ļauj robotam noteikt savu atrašanās vietu attiecībā pret citiem robotiem.

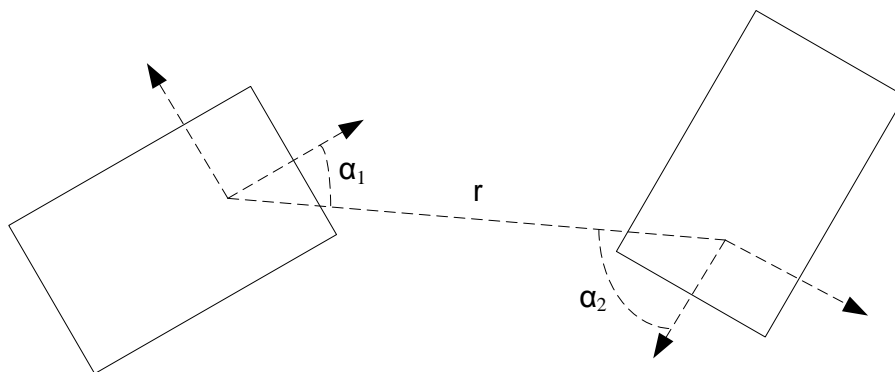
Abi šie datu avoti viens otru papildina – kombinējot odometriju ar vizuālajiem datiem, ir iespējams iegūt precīzāku atrašanās vietas novērtējumu nekā ar odometriju vai vizuālajiem datiem atsevišķi [How 1999].

Viena no pieejām ir sekojoša – kad robots nosaka kāda cita robota relatīvo atrašanās vietu, tad abi roboti var atjaunot datus par savu atrašanās vietu, balstoties uz otra robota novērtējumu [Fox 2000]. Šādā veidā ir iespējams uzlabot pašlokalizācijas precizitāti.

Ir vairākas iespējas, kā noteikt robotu savstarpējo novietojumu [Rek 2002]:

- **Attālums.** Lai iegūtu robotu savstarpējo attālumu, ir nepieciešami vismaz divi statiski roboti, kuri var noteikt robota attālumu no tiem ar triangulācijas metodi.
- **Leņķis.** Robotu sistēmas, kas izmanto sensorus, kuri darbojas visos virzienos, var noteikt leņķi, kurā ir identificēts cits robots.
- **Pozīcija.** Bieži tiek aprēķināta viena robota atrašanās vieta cita robota atskaites sistēmā jeb relatīvā pozīcija. Šīs pozīcijas noteikšanai tiek izmantota informācija par attālumu un leņķi starp robotiem.

[How 2006a] piedāvā pozīcijas noteikt, katram robotam, nosakot otra robota identitāti, attālumu un novietojumu (skatīt 1.1. attēlu). Kombinējot šos novērojumus, tiek noteiktas robotu savstarpējās pozīcijas – attālums un leņķis starp abiem robotiem.



1.1. att. Divu robotu savstarpējās pozīcijas noteikšana

α_1 un α_2 apzīmē leņķus starp abiem robotiem. r apzīmē attālumu starp abiem robotiem.

[Jen 1999] piedāvā lokalizācijai izmantot vides iezīmes (angliski landmarks). [Jen 1999] apskatītajā gadījumā kā iezīmes tiek izmantoti telpu stūri, jo tie ir pietiekami viegli atpazīstami. Kad satiekas divi roboti, tad kartes tiek salīdzinātas un tiek meklētas iezīmes. Kad tās ir atrastas, tās abās kartēs tiek salīdzinātas. Mērķis ir transformēt abas kartes vienotā koordinātu sistēmā un noteikt robotu atrašanās vietas kopīgajā kartē.

Literatūras avotā [Gra 2002] ir apskatīts alternatīvs risinājums vairāku robotu pašlokalizācijas problēmai. Autori uzsver, ka nelielu un vienkāršu robotu atrašanās vietas noteikšanai nav racionāli izmantot tradicionālas pašlokalizācijas pieejas to nepietiekamās precizitātes vai aprēķinu sarežģītības dēļ. Tā vietā tiek piedāvāta pašlokalizācijas metode, kas apvieno GPS aspektus, uz iezīmēm balstītu pašlokalizāciju un uz odometriskiem sensoriem balstītu pašlokalizāciju. Tā izmanto ultraskaņas pulsācijas, lai noteiktu attālumu starp atsevišķiem robotiem un ar triangulācijas palīdzību aprēķinātu robotu savstarpējās pozīcijas. Būtiska pieejas priekšrocība ir tā, ka tajā nav nepieciešami zināmas vides iezīmes (nekustīgi objekti, kuru atrašanās vietas ir zināmas). Tas padara sistēmu elastīgāku un atvieglo nezināmu telpu izpētīšanu un to karšu sastādīšanu.

Līdzīgi kā GPS izmanto satelītus, šī pašlokalizācijas pieeja aprēķina robota atrašanās vietu, balstoties uz attālumiem līdz stacionāriem robotiem, kuru pozīcijas ir zināmas. Ja visi attālumu mērījumi būtu pilnīgi precīzi, tad pozīcijas būtu iespējams aprēķināt ar ģeometriskās triangulācijas algoritmu. Realitātē mērījumi bieži vien ir trokšņaini, tāpēc šādu algoritmu vienādojumu sistēmas var nebūt atrisināmas. Tāpēc, lai noteiktu robotu relatīvās pozīcijas, tiek izmantots lielākās varbūtības novērtētājs (angliski maximum likelihood estimator), kas nosaka visu robotu varbūtiskāko pozīciju, balstoties uz to iepriekšējām pozīcijām, veiktajām pārvietošanās kustībām un attāluma mērījumiem.

Līdz ar to jaunās pozīcijas tiek aprēķinātas, ņemot vērā sekojošu informāciju [Gra 2002]:

- Robota odometrisko sensoru mērījumi;
- Attāluma mērījumi – iegūtie dati palīdz novērst nobīdes kļūdas, kas mēdz parādīties algoritmos, kuri izmanto tikai odometriju.

[How 1999] ir apskatīta vairāku robotu telpas izpētes stratēģijas, liekot uzsvāru tieši uz sastādītās kartes precizitāti un nepievēršot īpašu uzmanību telpas izpētes ātrumam. Tiek piedāvātas divas stratēģijas, kurām kopīgs ir tas, ka tajās abās darbojas *pētītājs* (robots, kurš pārvietojas pa telpu) un *novērotājs* (robots, kurš novēro, kā pārvietojas otrs robots):

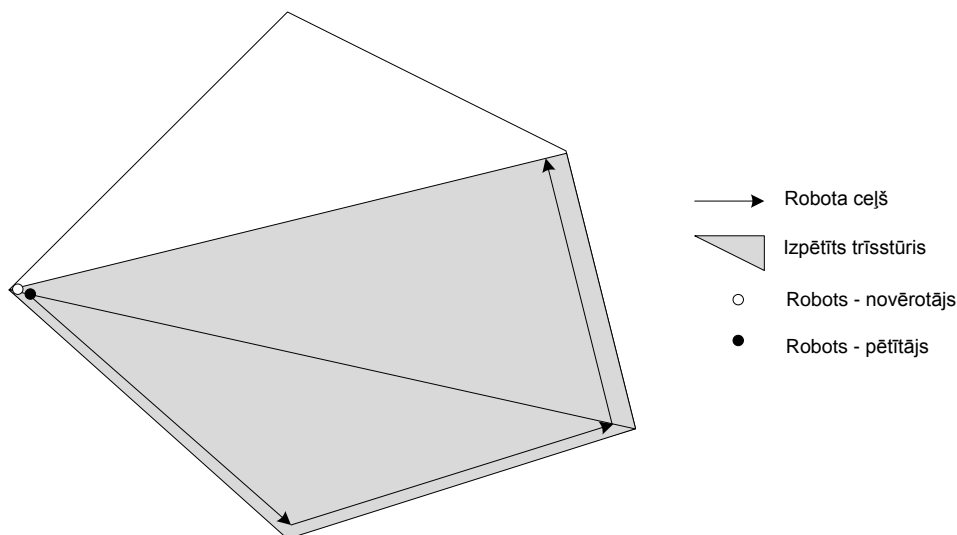
- Katram robotam ir piešķirta vai nu pētītāja vai novērotāja loma. Kamēr pētītājs pārvietojas pa vidi, tikmēr novērotājs nekustas un seko līdz pētītāja kustībai. Brīdī, kad pētītājs grasās iziet no novērotāja redzes apgabala, pētītājs apstājas un nogaida, līdz novērotājs pārvietojas uz citu pozīciju. Tad telpas izpēte turpinās.

- Otrā stratēģija ir identiska pirmajai ar vienu atšķirību – roboti maina savas lomas, pārmaiņus pieņemot pētītāja un novērotāja lomas. Lomu maiņa notiek, kad pētītājs grasās iziet no novērotāja redzes apgabala.

Otrajai telpas izpētes stratēģijai analoģu stratēģiju aplūko [Rek 1999, Rek 2003]. Stratēģijas savā starpā atšķiras ar to, ka šajā gadījumā telpas izpētes algoritms tiek sadalīts divās loģiskās daļās:

- Lokālā telpas izpēte, kas nodarbojas ar robota sensoru datu interpretēšanu.
- Globālā telpas izpēte, kas plāno, kuru telpas daļu izpētīt nākamo.

Vēl viena atšķirība ir tā, kādā veidā tiek sastādīta karte. Robots-pētītājs seko vides sienai, kamēr robots-novērotājs ir novietots stūrī. Ja abi roboti uztur vizuālo kontaktu telpas izpētes laikā, tad vizuālā kontakta līnija iet cauri trīsstūrveida brīvajai telpai. Šie brīvās telpas trīsstūri ir kartes pamatelementi. Jebkuru vidi var aprakstīt kā daudzstūra tuvinājumu. Šo daudzstūri tālāk ir iespējams sadalīt trīsstūros [Rek 2003]. 1.2.att. var redzēt vienkāršas vides izpētes piemēru.



1.2. att. Vienkāršas vides izpētes piemērs ar [Rek 2003] piedāvāto stratēģiju

1.2. Robotu karšu apvienošana

Robotu komandas koncepta izcelsme ir meklējama vēlīnajos 1980.-ajos gados [Par 2000], tomēr tikai pēdējo piecpadsmit gadu laikā ir veikts intensīvs darbs vairāku robotu karšu sastādīšanas jomā. Iemesls varētu būt tas, ka, kaut arī robotu komandas piedāvā vairākas

priekšrocības pār viena robota platformām, rodas vairākas jaunas problēmas, kas ir specifiskas tieši vairāku robotu karšu sastādīšanas gadījumam [And 2009]:

- **Karšu apvienošana.** Kad robots izpēta telpu, tas ievāc informāciju par vidi ar sensoru palīdzību. Ja vides izpētei izmanto vairākus robotus, to savāktā informācija ir jāsapludina vienā kopīgā globālā kartē. Karšu informācijas no vairākiem robotiem sapludināšana vienā globālā kartē tiek saukta par karšu apvienošanu [Ko 2003].
- **Efektīva telpas izpēte.** Lai telpas izpēte ar vairākiem robotiem būtu efektīva, ir nepieciešams saskaņot atsevišķu robotu izpētes ceļus. Bez savstarpējas robotu koordinācijas kartes sastādīšana ir ilgāka. Šī iemesla dēļ ir svarīgi panākt to, lai katrs robots izvēlas atšķirīgu izpētes ceļu un izpēta atšķirīgu telpas apgabalu [Bur 2000].
- **Robotu savstarpējā komunikācija.** Lai efektīvi izpētītu telpu ar vairākiem robotiem, ir nepieciešama koordinācijas stratēģija, kas piešķir katram robotam piemērotu uzdevumu. Šādas stratēģijas realizācijai ir nepieciešams pietiekami ātri saziņas kanāli, ar kuru palīdzību būtu iespējams nosūtīt ziņojumus robotu starpā [Mei 2005]. Galvenās komunikācijas kanālu problēmas, ar kurām nākas saskarties robotiem telpas izpētes laikā, ir: Ierobežota pārraides kanālu caurlaidība [Mei 2005], Ierobežots pārraides attālums [Bur 2005], Komunikācijas kanālu kļūmes.
- **Sensoru pārklāšanās.** Ja roboti darbojas komandā, tad pastāv risks, ka starp tiem rodas savstarpēja nevēlama mijiedarbība. Ja robotiem ir viena un tā paša tipa aktīvie sensori, piemēram, ultraskaņas sensori, tad kopējais veikums var samazināties sensoru pārklāšanās dēļ [Bur 2002].
- **Daudzu robotu pašlokācija.** Robota pašlokācija ir tā pašreizējās pozīcijas un virziena noteikšana attiecībā pret kādu fiksētu koordinātu sistēmu. Ir iespējams šo problēmu risināt, pielietojot tradicionālas pašlokācijas metodes katram robotam individuāli [Fox 2000]. Tomēr daudzu robotu sistēmā ir iespējami arī citi risinājumi, ja roboti spēj viens otru atpazīt. Savstarpējās pozīcijas ir iespējams noteikt, veicot savstarpējus novērojumus, un šādā veidā ir iespējams uzlabot pašlokācijas precizitāti.

- **Robotu izvairīšanās no savstarpējām sadursmēm.** Izvairīšanās no sadursmēm nozīmē robotu pārvietošanos pa telpu, izvairoties no sadursmēm ar citiem robotiem, vienlaicīgi izvairoties no strupceļiem [Fuj 1996]. Jo lielāka ir robotu komanda, jo lielāka ir iespēja, ka robotiem ir jāizvēlas apkārtceļi, lai novērstu sadursmes [Bur 2002].

No visām vairāku robotu karšu sastādīšanas problēmām šis promocijas darbs risina karšu apvienošanas problēmu. Pēdējo gadu laikā daudzu robotu karšu sastādīšana ir kļuvusi ļoti aktuāla, un šajā jomā ir sasniegts nozīmīgs progress. Tomēr salīdzinoši neliela pētījumu daļa ir veltīta karšu apvienošanas problēmai. Šī iemesla dēļ citas karšu sastādīšanas ar vairākiem robotiem jomas ir labāk definētas nekā karšu apvienošana (pašlokalizācija [Mad 2002, Rou 2002, Tra 2009, Fra 2009], koordinācija un izpēte [Bur 2002, Sim 2000, Rao 2000, Mar 2009] un satikšanās organizācija [Roy 2000]).

1.3. Karšu apvienošanas īpašības

Lai noskaidrotu aktuālās tendences un problēmas vairāku robotu karšu apvienošanā, tika analizētas līdz šim izstrādātās karšu apvienošanas metodes [Ish 1993, Thr 1998, Sim 2000, Roy 2000, Ded 2000, Thr 2001, Bur 2002, Rou 2002, Wil 2002, Ko 2003, Kon 2003, Thr 2002, Rod 2004, Hua 2005, Lak 2005, Ho 2005, Ami 2005, Car 2005, Bir 2006, Adl 2008, Car 2008, Guo 2008, Aln 2010, Bal 2010, Top 2010]. Analīzes rezultātā tika identificētas vairākas īpašības, kuras ir jāņem vērā, risinot karšu apvienošanas problēmu daudzu robotu sistēmā:

- a) **Robotu relatīvās koordināšu sistēmas.** Visas karšu apvienošanas metodes var iedalīt trīs dažādās grupās, atkarībā no brīža, kad tiek iegūtas lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas un kartes tiek apvienotas: 1) Robotu relatīvās sākuma pozīcijas ir zināmas; 2) Sākotnējās robotu relatīvās pozīcijas ir nezināmas, bet kādā telpas izpētes brīdī roboti satiekas un noskaidro savstarpējās pozīcijas; 3) Sākotnējās robotu relatīvās pozīcijas nav zināmas, un roboti telpas izpētes laikā tās nenoskaidro.
- b) **Karšu tips.** Robotu sastādītās kartes var būt ļoti dažādas: aplūkotajā literatūrā visbiežāk ir sastopamas metriskas aizņemtības režģu kartes [Bir 2006, Top 2010,

Guo 2008], bet daži pētnieki izmanto cita veida metriskas kartes [Adl 2008, Aln 2010] vai topoloģiskas kartes [Hua 2005].

- c) **Karšu apvienošanā izmantotā informācija.** Karšu apvienošana tiek veikta, izmantojot sākotnēji zināmu vai telpas izpētes laikā noskaidrotu robotu karšu relatīvo novietojumu vai arī izsakot hipotēzi par karšu relatīvo novietojumu, pārmeklējot karšu savstarpējo transformāciju telpu - visas iespējamās vienas kartes rotācijas un translāciju (nobīžu) kombinācijas attiecībā pret otru karti.
- d) **Karšu apvienošanai nepieciešamais laiks.** Nepieciešamais laiks raksturo, vai karšu apvienošana var tikt veikta karšu sastādīšanas laikā, būtiski nekavējot robotu sistēmas darbu.
- e) **Sastādīto karšu precizitāte.** Robotu kartes var būt precīzas, lokāli neprecīzas un globāli neprecīzas.

Ir jāatzīmē, ka eksistē arī citas īpašības, kuras varētu ņemt vērā karšu apvienošanas kontekstā, piemēram, atšķirīgi karšu mērogi vai heterogēnu robotu sastādītas kartes, tomēr tās reti tiek ņemti vērā un risinātas, pamatojoties uz to, ka karšu apvienošanas problēma arī bez tām ir sarežģīta.

a) Relatīvās koordināšu sistēmas

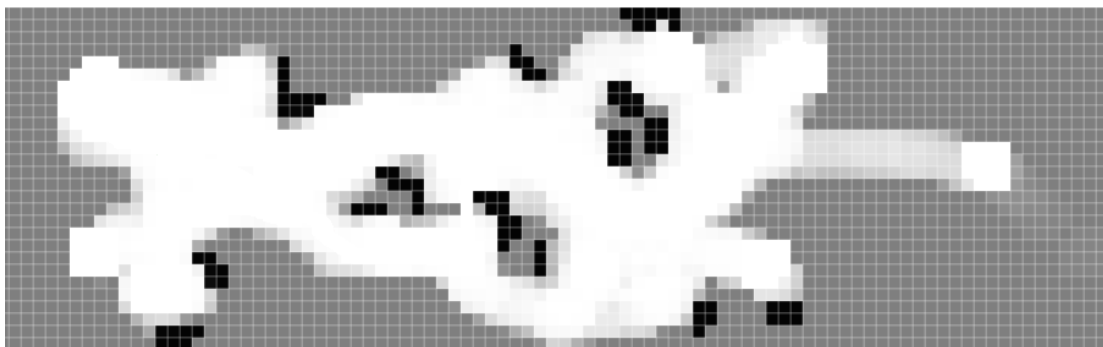
Karšu apvienošana ir robotu sastādītu lokālu karšu sapludināšana vienā globālā kartē [Ko 2003]. Visas karšu apvienošanas metodes var iedalīt trīs dažādās grupās, atkarībā no brīža, kad tiek iegūtas lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas un kartes tiek apvienotas:

- Robotu relatīvās sākuma pozīcijas ir zināmas, un visi roboti uzsāk kartes sastādīšanu kopīgā koordināšu sistēmā [Ish 1993, Thr 1998, Sim 2000, Bur 2002].
- Sākotnējās robotu relatīvās sākuma pozīcijas ir nezināmas. Tomēr tiek pieņemts, ka kādā telpas izpētes brīdī roboti satiekas, lai iegūtu savstarpējās pozīcijas un noteiktu lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas [Roy 2000, Rou 2002, Ko 2003]. Stratēģija, kad robotiem ir nepieciešama satikšanās, tiek saukta par satikšanās stratēģiju (angliski *rendezvous*).
- Sākotnējās lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas nav zināmas, un roboti telpas izpētes laikā nenosaka savstarpējās pozīcijas [Kon 2003, Hua 2005, Ami 2005]. Līdz ar to relatīvās koordināšu sistēmas nevar tikt noteiktas, izmantojot robotu relatīvās pozīcijas, un ir jāizmanto citas pieejas.

b) Karšu tips

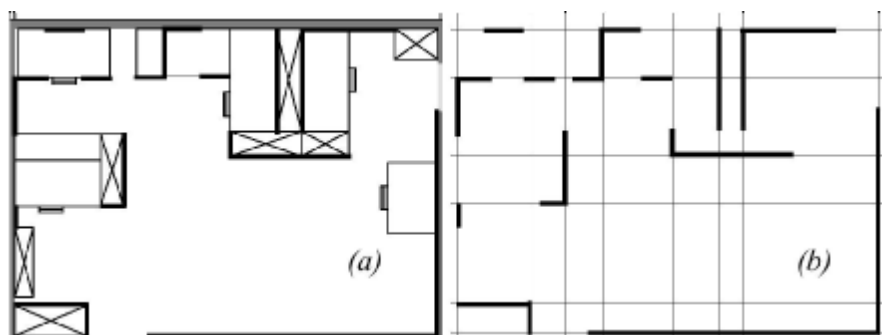
Aplūkotajā literatūrā ir izmantotas ļoti dažādas kartes. Visbiežāk ir sastopamas metriskas aizņemtības režģu kartes [Bir 2006, Top 2010, Guo 2008], bet daži pētnieki izmanto cita veida metriskas kartes [Adl 2008, Aln 2010] vai topoloģiskas kartes [Hua 2005].

Metriskas kartes apraksta vides ģeometriskās īpašības, un aplūkotajā karšu apvienošanas literatūrā visbiežāk tiek izmantotas aizņemtības režģu kartes (skatīt 1.3. attēlu), t. i., metriski masīvi, kurā šūnas vērtība attēlo varbūtību, ar kādu konkrētā vieta ir brīva telpa vai šķēršļa daļa [Bir 2006]. Aizņemtības režģa šūnas var pieņemt jebkuru vērtību intervālā no '0' līdz '1', kur '0' atbilst 'brīvam' apgabalam, bet '1' – 'aizņemtām' apgabalam. Ja attiecīgā laukuma aizņemtība nav zināma, tad šūnas vērtība ir '0.5' [Thr 2005]. Piemēram, jo tuvāka šūnas vērtība ir '1', jo lielāka varbūtība, ka šī šūna ir aizņemta. Grafiskos attēlojumos aizņemtības režģus parasti ataino kā attēlu ar melnām 'aizņemtām' šūnām, baltām 'brīvām' šūnām un dažādiem pelēkās krāsas toņiem jebkurai vērtībai, kas atrodas starp šīm divām galējībām. Aizņemtības režģus apkārtējās vides atspoguļošanai izmanto arī projekta „Daudzaģentu robotizētas intelektuālas sistēmas tehnoloģijas izstrāde” ietvaros izstrādātā daudzu robotu sistēma [RTU 2013], kuras sastādītās kartes ir izmantotas promocijas darbā izstrādātās metodes novērtēšanai.



1.3. att. Aizņemtības režģa piemērs [RTU 2013]

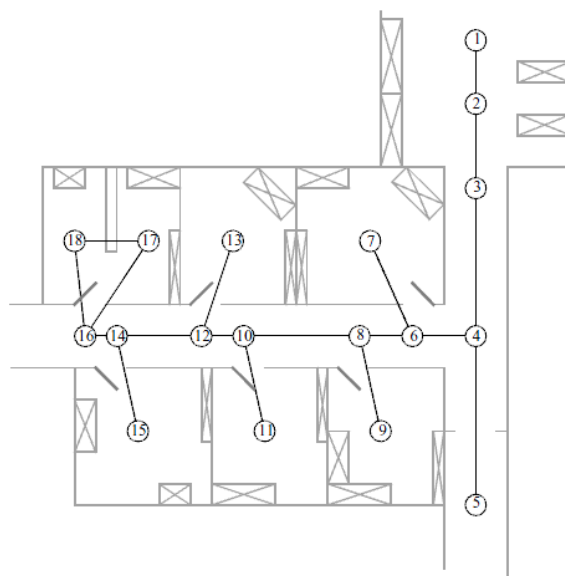
Aizņemtības režģis ir diskrēts kartes atspoguļojuma veids [Sie 2004], bet metriskas kartes var atspoguļot arī nepārtraukti, attēlojot robota karti kā līnijas vai daudzstūrus nepārtrauktā telpā (skatīt 1.4. att.) [Sie 2004].



1.4. att. Nepārtrauktas kartes atspoguļojuma piemērs – a) daudzstūru karte, b) līniju karte [Sie 2004]

Reizēm, lai atvieglotu robotu pašlokalizāciju un karšu apvienošanu, tiek izmantotas metriskas kartes, kuras ir papildinātas ar papildus informāciju, piemēram, apkārtējās vides attēliem [Ho 2005].

Alternatīva metriskām kartēm ir topoloģiskas kartes (skatīt 1.5. attēlu), kuras attēlo vidi kā grafu, kura virsotnes attēlo vides iezīmes (piemēram, stūrus un krustojumus) un loki – ceļus starp šīm iezīmēm [Hua 2005]. Loks, kas savieno divas iezīmes, parāda, ka robots var pārvietoties starp šīm divām iezīmēm bez citu iezīmju un loku palīdzības [Sie 2004].



1.5. att. Topoloģiskas kartes piemērs [Sie 2004]

Realitātē robeža starp metriskām un topoloģiskām kartēm ir izplūdusi, jo topoloģiskas kartes var tikt papildinātas ar metrisku informāciju vai arī metriskas kartes var tikt papildinātas ar topoloģiskām kartēm raksturīgām iezīmēm [Lee 1996]. Šobrīd karšu sastādīšanai un karšu apvienošanai tiek izmantoti abi karšu veidi:

- Metriskas kartes [Bur 2002, Sim 2000, Ish 1993], kuras dažos gadījumos satur papildus iezīmes [Ho 2005, Wil 2002];

- Topoloģiskas kartes [Hua 2005, Ded 2000].

Šī klasifikācija pieņem, ka visas topoloģiskās kartes ir papildinātas ar kādu metrisku informāciju, jo topoloģiskas kartes tīrā veidā aplūkotajā karšu sastādīšanas literatūrā nav izmantotas. Iezīmes, ar kurām var būt papildinātas metriskas kartes, ir dažādas, piemēram, apkārtējās vides attēli [Ho 2005] vai kartē atzīmēti telpas stūri [Adl 2008]. Ja kartei ir pievienota papildus informācija, tā atvieglo karšu apvienošanu.

c) Karšu apvienošanā izmantotā informācija

Karšu apvienošanas procesā būtisks lēmums ir par to, kādā veidā kartes tiks savā starpā novietotas. Šī lēmuma pieņemšanai karšu apvienošanas pētnieki izmanto divus informācijas avotus:

- Karšu savstarpējais novietojums tiek noteikts, izmantojot **relatīvās robotu pozīcijas** [Bur 2002, Sim 2000, Ish 1993].
- Karšu savstarpējais novietojums tiek noteikts, pārmeklējot karšu savstarpējo transformāciju telpu. **Karšu transformāciju telpa** ir visas iespējamās vienas kartes rotācijas un translāciju (nobīžu) kombinācijas attiecībā pret otru karti. Transformāciju telpa tiek pārmeklēta, izmantojot iepriekš izvēlētu **heiristiku** [Kon 2003, Hua 2005, Ami 2005]. Heiristika ir cilvēka definēta funkcija, kas sniedz risinājuma izmaksu novērtējumu [Rus 2002].

Ja robotu relatīvās pozīcijas ir zināmas vai arī tiek noteiktas karšu sastādīšanas laikā, tad ir iespējams iegūt lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas un karšu apvienošana ir salīdzinoši vienkārša. Tomēr ne vienmēr ir iespējams noteikt robotu savstarpējās atrašanās vietas. Šādā gadījumā lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas tiek iegūtas ar kādas heiristikas palīdzību [Kon 2003, Hua 2005, Ami 2005]. Eksistē arī karšu apvienošanas pieejas, kuras izmanto abus karšu apvienošanas informācijas veidus precīzākam rezultātam [Ko 2003].

d) Karšu apvienošanai nepieciešamais laiks

Nozīmīga karšu apvienošanas metodes īpašība ir karšu apvienošanai nepieciešamais laiks. No tā, cik ātri izvēlētā karšu apvienošanas metode ir spējīga apvienot kartes, ir atkarīgs, vai metodi var izmantot karšu apvienošanai telpas izpētes laikā vai arī tas nav iespējams (jo kartes tiek apvienotas ilgāk nekā ir pieļaujams konkrētajā lietojumā).

Karšu apvienošanai nepieciešamais laiks ir atkarīgs no daudziem faktoriem, un dažādos apstākļos vienai un tai pašai metodei karšu apvienošanai nepieciešamais laiks var būtiski atšķirties. Daži no eksperimentālā kārtā noskaidrotiem karšu apvienošanas izpildes laiku ietekmējošiem faktoriem ir: karšu izmēri, karšu struktūra ('aizņemto' un 'brīvo' apgabalu proporcija, to novietojums), izmantotā procesora skaitļošanas jauda. Eksistē tādas karšu apvienošanas metodes, kuras izmanto stohastisku pārmeklēšanu, piemēram, *Carpin* un *Birk* piedāvātā metode [Car 2005, Bir 2006]. Stohastisku algoritmu izmantošanas gadījumā karšu apvienošanai nepieciešamais laiks katru reizi ir atšķirīgs pat tādā gadījumā, ja visi citi ietekmējošie faktori ir identiski.

Reālos lietojumos precīzs karšu apvienošanas laiks ir relatīvi maznozīmīgs. Daudz svarīgāka ir metodes spēja apvienot robotu lokālās kartes pietiekami ātri, lai to būtu iespējams pielietot karšu sastādīšanas laikā, saglabājot daudzu robotu sistēmas veiktspēju nepieciešamajā līmenī. Nepieciešamā daudzu robotu sistēmas veiktspēja un minimālais karšu apvienošanas ātrums ir atkarīgi no sistēmas mērķa un literatūrā tiek novērtēti subjektīvi [Bir 2006, Car 2008, Ber 2009, Eri 2012]. Piemēram, cilvēku glābšanas operācijā ir nepieciešams sastādīt globālo karti pēc iespējas ātrāk. Savukārt, ja karte ir nepieciešama telpas uzkopšanas darbu sadalei, tad tās iegūšanas ātrums ir mazāk svarīgs.

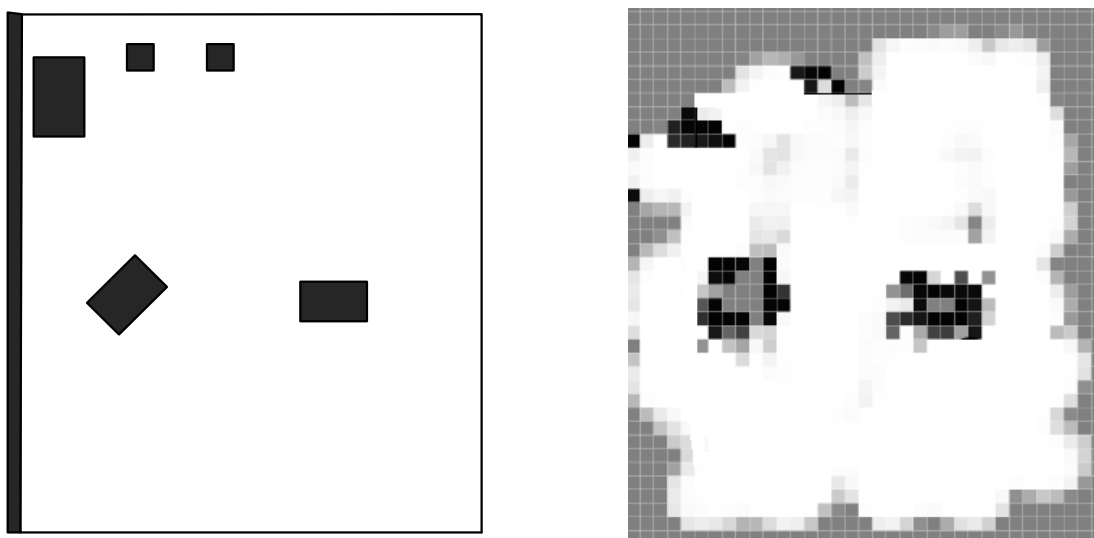
Tradicionāli algoritmu veiktspēja tiek novērtēta kvalitatīvi. Kvalitatīvs novērtējums nesniedz informāciju par to, cik sekundēs kartes tiks apvienotas, bet tas var palīdzēt izvēlēties piemērotāko karšu apvienošanas metodi konkrētam gadījumam, ja ir zināms daudzu robotu sistēmas mērķis un vides izmērs, kurā sistēma darbosies.

e) Karšu precizitāte

Būtisks šķērslis veiksmīgai globālās kartes izveidošanai var būt neprecīzas robotu lokālās kartes. Darba autore robotu lokālo karšu neprecizitātes piedāvā iedalīt divās grupās pēc to ietekmes uz robota turpmāku darbību plānošanu:

- **Lokālas neprecizitātes** atspoguļo robota sensoru kļūdas un lokālas novirzes no reālās robota atrašanās vietas. Rezultātā var tikt iegūta karte, kurā nav pilnīgi precīzi attēloti objekti (skatīt 1.6. attēlu - vides konfigurācija kreisajā pusē un robota sastādītā karte labajā pusē). Par spīti tam, ka lokālā karte neatspoguļo apkārtējo vidi precīzi, robots to var veiksmīgi izmantot savu darbību plānošanai, piemēram, lai pārvietotos pa vidi.

- **Globālas neprecizitātes** atspoguļo kartes nobīdes, kuras rodas kartes sastādīšanas laikā uzkrājoties robota atrašanās vietas kļūdai. Šādu nobīžu rezultātā sastādītā karte var stipri atšķirties no reālās apkārtējās vides konfigurācijas un attiecīgi negatīvi ietekmēt robota darbību plānošanu.



1.6. att. Lokālas kartes neprecizitātes: Vides konfigurācija (attēls pa kreisi) un tai atbilstošā robota sastādītā karte (attēls pa labi)

Ja nav zināms robotu karšu savstarpējais novietojums, pat pilnīgi precīzu lokālo karšu apvienošana nav triviāls uzdevums. Lokālas neprecizitātes šo uzdevumu apgrūtina, bet globālas neprecizitātes veiksmīgu karšu apvienošanu var padarīt praktiski neiespējamu. Līdz ar to parasti karšu apvienošanā tiek pieņemts, ka apvienošanai izmantotās kartes ir vai nu pilnīgi precīzas vai tajās ir tikai lokālas neprecizitātes [Kon 2003, Bir 2006, Guo 2008, Aln 2010, Car 2008].

Šī iemesla dēļ karšu apvienošanā tiek izmantotas stingras (angliski *rigid*) transformācijas. Stingras transformācijas saglabā visus attālumus starp punktiem, līniju formu un leņķus. Divdimensiju telpā stingras transformācijas ir rotācija un translācijas pa X un Y asi [Fit 2000]. Nestingras (angliski *non-rigid*) transformācijas, kurām attālums starp punktiem, līniju forma un leņķi var mainīties (mērogošana, projekcija, perspektīva u.c.) karšu apvienošanā tiek izmantotas reti. Viens no izņēmumiem ir [Top 2010] piedāvātā karšu apvienošanas metode, kuru var izmantot, lai apvienotu metriskas robotu kartes, kuras ir sastādītas dažādos mērogos. Tomēr, lai tas būtu iespējams, robotu sastādītajām lokālajām kartēm ir jābūt sastādītām ar augstu precizitāti.

1.4. Karšu apvienošanas metožu apskats

Karšu apvienošanas problēma ir mazāk pētīta kā 1.2. apakšnodaļā uzskaitītās citas vairāku robotu karšu sastādīšanas problēmas, tomēr literatūrā ir sastopamas vairākas karšu apvienošanas metožu klasifikācijas. No iepriekšējā apakšnodaļā aplūkotajām karšu apvienošanas īpašībām visbiežāk literatūrā pieminētais metožu iedalījums ir pēc robotu rīcībā esošās informācijas par savstarpējām pozīcijām jeb to karšu relatīvajām koordināšu sistēmām [Ko 2003, Hua 2005, Ami 2005, Ho 2005, Bir 2006] un karšu apvienošanā izmantotā karšu tipa [Hua 2005, Bir 2006]. Šajā promocijas darbā aplūkotās karšu apvienošanas metodes ir iedalītas pēc robotu rīcībā esošās informācijas par savstarpējām pozīcijām.

1.4.1. Karšu apvienošana, kad robotu relatīvās pozīcijas ir zināmas

Sākotnēji daudzu robotu karšu sastādīšanas metodes bija tikai paplašinātas viena robota karšu sastādīšanas metodes (tas ir, eksistējošas metodes tika pielāgotas izmantošanai daudzu robotu sistēmās, nevis izstrādātas jaunas metodes, kas būtu īpaši piemērotas daudzu robotu sistēmām) [Par 2000]. Līdz ar to arī karšu apvienošanas problēma tika vienkāršota, pieņemot, ka roboti sastāda savas kartes kopīgā koordināšu sistēmā. Lai šī pieeja darbotos, robotiem ir jābūt pieejamai informācijai par to relatīvajām sākotnējām pozīcijām. Vairāki autori ir izstrādājuši karšu sastādīšanas metodes, balstoties uz šo pieņēmumu [Thr 2001, How 2006, Cec 2006]. Zināmu relatīvo pozīciju gadījumā roboti kartes apvieno jau karšu sastādīšanas laikā, sapludinot savus sensoru datus vienā kopīgā globālā kartē.

Viens no pirmajiem pētījumiem daudzu robotu karšu sastādīšanā tika veikts jau 1993. gadā, kad Ishioka un citi [Ish 1993] realizēja un aprakstīja algoritmu, kas bija spējīgs apvienot divu robotu lokālās kartes, kad tika identificēts karšu pārklājums. Lokālo karšu apvienošana tika īstenota, rotējot un pārbīdot kartes, līdz tika atrasts labākais rezultāts. Uzdevumu atviegloja informācija par robotu sākotnējām pozīcijām un riteņu berzes koeficientiem. Šie pieņēmumi būtiski samazināja karšu transformāciju telpu, jo šādā veidā bija iespējams precīzāk noteikt robota atrašanās vietu pēc odometrijas.

Alternatīva pieeja robotu sākotnējo pozīciju noteikšanai kartes sastādīšanas sākumā ir izmantot satikšanās stratēģiju. Šajā gadījumā roboti neatkarīgi sastāda savas kartes līdz brīdim, kad divi roboti satiekas [Roy 2000]. Sākot ar šo brīdi, turpmākās karšu sastādīšanas pieejas atšķiras. Dažās metodēs roboti turpina sastādīt kartes neatkarīgi, kamēr citās metodēs turpmāk kopīgi tiek sastādīta viena globāla karte.

Ļoti vienkāršotu karšu apvienošanas pieeju, izmantojot satikšanās stratēģiju, aplūko Roy un Dudek [Roy 2000]. Kad divi roboti satiekas, to sastādītās lokālās kartes tiek apvienotas manuāli. Tomēr šis nav piemērots risinājums, ja robotiem ir jābūt autonomiem.

Robotu karšu sastādīšanai ir iespējams izmantot dažādus algoritmus, tomēr lielākā daļa karšu sastādīšanas metožu, kad robotu savstarpējās pozīcijas ir zināmas, izmanto vienu no četrām pieejām [Che 2007]:

- Cerību maksimizācijas metodes (angliski *expectation maximization*) – balstoties uz robotu sensoru datiem, tiek sastādīta viena karte, kurai ir vislielākā ticamība [Thr 2002].
- Kalmana filtra metodes – plaši izmantotas signālu apstrādes metodes, kuras sekmīgi tiek izmantotas arī robotikā karšu sastādīšanā, pašlokalizācijā un citos pielietojumos [Thr 2006]. Balstoties uz robotu sensoru datiem, tiek sastādīta karte, kura satur aposteriorās varbūtības par apkārtējās vides iezīmju atrašanās vietām [Thr 2002].
- Daļiņu filtra metodes.
- Uz kopu piederības (angliski *set membership*) balstītas metodes.

1.4.1.1. Cerību maksimizācijas metodes

Cerību maksimizācijas algoritms (turpmāk tekstā *EM algoritms*) ir iteratīvs algoritms maksimālās ticamības novērtējuma aprēķināšanai nepilnīgiem datiem, kura katra iterācija sastāv no diviem soļiem – Matemātiskās cerības aprēķināšanas un Maksimizācijas [Dem 1977]. EM algoritma pielietojums karšu sastādīšanā balstās uz novērojumu, ka kartes sastādīšana, ja ir zināms robota maršruts, un robota pozīcijas novērtējuma noteikšana, ja ir zināma karte, ir salīdzinoši vienkārši uzdevumi [Thr 2002]. Izmantojot šo novērojumu, EM algoritms kartes sastādīšanā iteratīvi atkārto divus soļus [Thr 2002]:

- Matemātiskās cerības aprēķināšanas solis – dotajai kartei tiek aprēķinātas robotu pozīciju aposteriorās varbūtības.
- Maksimizācijas solis – balstoties uz pirmajā solī iegūtajiem pozīciju novērtējumiem, tiek sastādīta visticamākā karte.

Izmantojot EM algoritmu, tiek iegūta virkne ar kartēm, kur katra nākamā karte ir precīzāka. EM algoritms karšu sastādīšanā ir viens no labākajiem eksistējošiem risinājumiem

datu atbilstības problēmai. Algoritma trūkums ir, ka tam katrā kartes sastādīšanas reizē ir jāapstrādā visi dati vairākas reizes, līdz ar to tas nespēj sastādīt kartes pakāpeniski [Thr 2002].

Ir izstrādātas vairākas metodes, kas izmanto EM algoritmu daudzu robotu karšu sastādīšanā [Thr 2000, Thr 2001, Sim 2000, How 2004].

Thrun un citi [Thr 2000, Thr 2001] apvieno aposteriorās varbūtības novērtēšanu ar pakāpenisku kartes sastādīšanu, izmantojot cerību maksimizāciju, lai izveidotu kartes sastādīšanas algoritmu, kas ļauj integrēt datus no vairākiem robotiem. Kaut arī robotu sākotnējās atrašanās vietas netiek uzskatītas par zināmām, tiek pieņemts, ka visi roboti sāk telpas izpēti viena specifiska robota – komandas līdera – kartē. Roboti šajā kartē nosaka savu atrašanās vietu, un tikai tad sākas kartes sastādīšanas process. Realitātē tas nozīmē, ka ir zināmas robotu relatīvās savstarpējās pozīcijas.

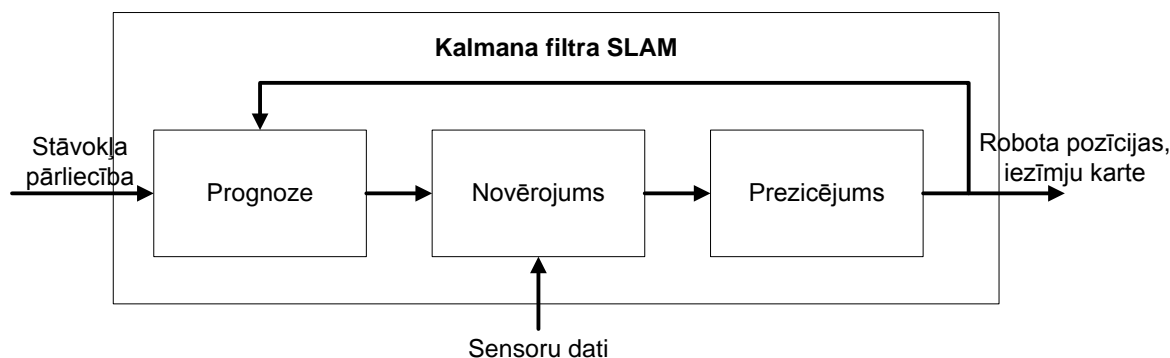
Karšu sastādīšanas algoritms, kuru ir izstrādājis Simmons un citi [Sim 2000] arī izmanto EM algoritmu. Relatīvās robotu pozīcijas ir zināmas aptuveni, bet algoritms ir spējīgs tikt galā ar nelielām sākuma pozīciju kļūdām.

Vēl viens EM algoritma pielietojums ir atrodams Howard un citi [How 2004] pētījumā. Galvenā atšķirība no citiem darbiem ir specifisku karšu – slāņu karšu (angliski *manifold maps*) – izmantošana. Slāņu kartes attēlo vidi daudzdimensiju telpā kā vairākus pārklājošos slāņus. Papildus atšķirīgam vides attēlojumam autori izmanto robotu satikšanos, lai risinātu datu atbilstības problēmu.

1.4.1.2. Kalmana Filtra metodes

Kalmana filtrs (turpmāk tekstā *KF*) ir algoritms, kas izmanto laika gaitā uzkrātus novērojumus, kuri satur troksni un citas neprecizitātes, un apstrādes rezultātā atgriež nezināmu mainīgo novērtējumus, kuriem ir raksturīga tendence būt precīzākiem nekā vienam individuālam mērījumam [Thr 2005]. Vispārīgs algoritma process ir attēlots 1.7. attēlā.

SLAM problēmas risināšanai galvenokārt tiek izmantotas divas Kalmana filtra variācijas – Paplašinātais Kalmana filtrs (turpmāk tekstā *EKF* no **E**xtended **K**alman **F**ilter) un Izkliedēts paplašinātais informācijas filtrs (turpmāk tekstā *SEIF* no **S**parse **E**xtended **I**nformation **F**ilter) [Che 2007].



1.7. att. Kalmana filtra SLAM [Che 2007]

Ir vairāki pētnieki, kas ir balstījuši daudzu robotu karšu sastādīšanas metodes uz Kalmana filtra tehniku [Mad 2002, Fen 2002, Rod 2004]. Šo metožu pamatideja ir līdzīga, bet pieeju starpā ir atrodamas arī būtiskas atšķirības.

Fenwick un citi [Fen 2002] pieņem, ka no sensoru datiem ir iespējams izgūt raksturīgas vides iezīmes. Šīs iezīmes tiek izmantotas, lai noteiktu robotu atrašanās vietu globālajā kartē un tādējādi uzlabotu šo iezīmju novērtējumus. Iezīmju novērtējumi tiek atjaunoti, izmantojot Paplašināto Kalmana Filtru (EKF – no *Extended Kalman Filter*). Madhavan un citi [Mad 2002] savu galveno uzmanību pievērš pašlokalizācijas problēmai daudzu robotu sistēmās. Savukārt pieeja, kuru ir izstrādājis Rodriguez-Losada un citi [Rod 2004], aplūko robotus, kuri neatkarīgi viens no otra sastāda savas lokālās kartes un šīs lokālās kartes sapludina ar globālo karti tikai periodiski. Gan lokālo karšu, gan globālo karšu sastādīšana tiek realizēta, izmantojot Kalmana Filtru. Lai šī pieeja darbotos, ir jābūt zināmām robotu savstarpējām pozīcijām.

Arī Roumeliotis un Bekey [Rou 2002] karšu sastādīšanā izmanto Kalmana Filtru. Šī uz Kalmana Filtra balstītā pieeja būtiski atšķiras no iepriekš minētajām ar to, ka tā nepieņem, ka roboti kopīgi sastāda vienu globālo karti vai arī ka ir zināmas sākotnējās robotu pozīcijas. Katrs robots neatkarīgi sastāda savu karti, un šīs kartes var tikt apvienotas brīdī, kad divi roboti kartes sastādīšanas laikā satiekas. Kaut arī autori Kalmana Filtru izmanto galvenokārt pašlokalizācijas vajadzībām, viņi norāda, ka šo algoritmu var viegli pielāgot arī karšu apvienošanai.

1.4.1.3. Daļiņu filtru metodes

Daļiņu filtri jeb Secīgās Monte Karlo metodes ir pēceksperimentu varbūtību blīvuma novērtēšanas algoritmu grupa, kas novērtē stāvokļu telpas pēceksperimentu varbūtību

blīvumu, izmantojot Beiesa rekursijas vienādojumus. Pēceksperimentu varbūtību blīvums tiek atspoguļots, izmantojot daļiņu kopu. [Che 2003]

Uz daļiņa filtru karšu apvienošanu ir balstījies Howard [How 2006]. Viņa izstrādātajā pieejā tiek izmantots Rao-Blackwellized daļiņu filtrs. Metode ļauj apvienot kartes gadījumus, kad roboti uzsāk karšu sastādīšanu zināmās pozīcijās vai arī telpas izpētes laikā noskaidro precīzas savstarpējās pozīcijas.

Ko un citi [Ko 2003] daļiņu filtrus izmanto robotu pašlokālizācijai. Robotu sākotnējās pozīcijas ir nezināmas un, lai pārlicinātos, ka divas kartes pārklājas, ir nepieciešama aktīva relatīvo atrašanās vietu pārbaude. Lai pārbaudītu relatīvās pozīcijas, roboti vienojas par kopīgu satikšanās vietu. Ja satikšanās šajā vietā neizdodas, relatīvo atrašanās vietu hipotēze tiek atmesta, un karšu apvienošana netiek veikta.

Bergasa un citi [Ber 2009] izmanto daļiņu filtrus kopā ar attēlu salīdzināšanu, lai panāktu atsevišķu robotu lokālo karšu sastādīšanu ar augstu precizitāti. Pieejas autori atzīmē, ka šajā pieejā adekvātai karšu apvienošanai ir nepieciešami ļoti precīzi robotu savstarpējo pozīciju novērtējumi. Pat ļoti nelielas orientācijas kļūdas gadījumā sastādītā globālā karte ir ļoti neprecīza.

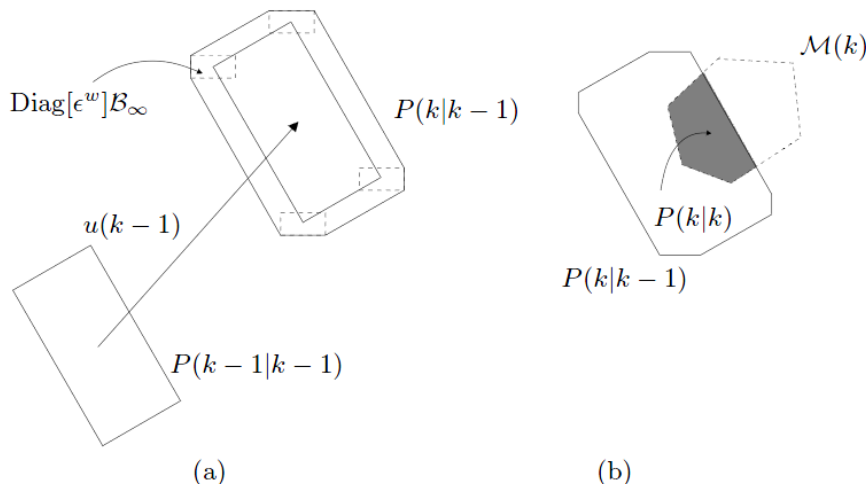
1.4.1.4. Kopu piederības metodes

Atšķirībā no iepriekšējās apakšnodaļās aprakstītajām karšu sastādīšanas pieejām, Kopu piederības metode balstās uz pieņēmumu, ka nenoteiktība ir ierobežota. Robotu un apkārtējās vides iezīmju atrašanās vietas tiek definētas kā apgabali, kuros tie, balstoties uz pieejamo informāciju, noteikti atrodas. Šie reģioni tiek saukti par *ticamajām nenoteiktības kopām* (angliski *feasible uncertainty sets*)[Che 2007].

Viena robotu kopu piederības SLAM problēma var tikt definēta sekojoši [DiM 2001]: Pieņemsim, ka $\Xi(0) \subset \mathbb{R}^{2(n+1)}$ ir kopa, kas satur robota un vides iezīmju sākotnējās pozīcijas $X(0)$. Ja ir dots robota dinamiskais modelis un mērījumu vienādojumi, tad kopu piederības SLAM problēma ir: katrā laikā brīdī $k = 1, 2, \dots$, atrast stāvokļu vektora $X(k)$ kopu $\Xi(k|k)$, kura ir saderīga ar robota dinamiku, pieņēmumiem par traucējumiem un mērījumiem, kas ir veikti līdz laika brīdim k .

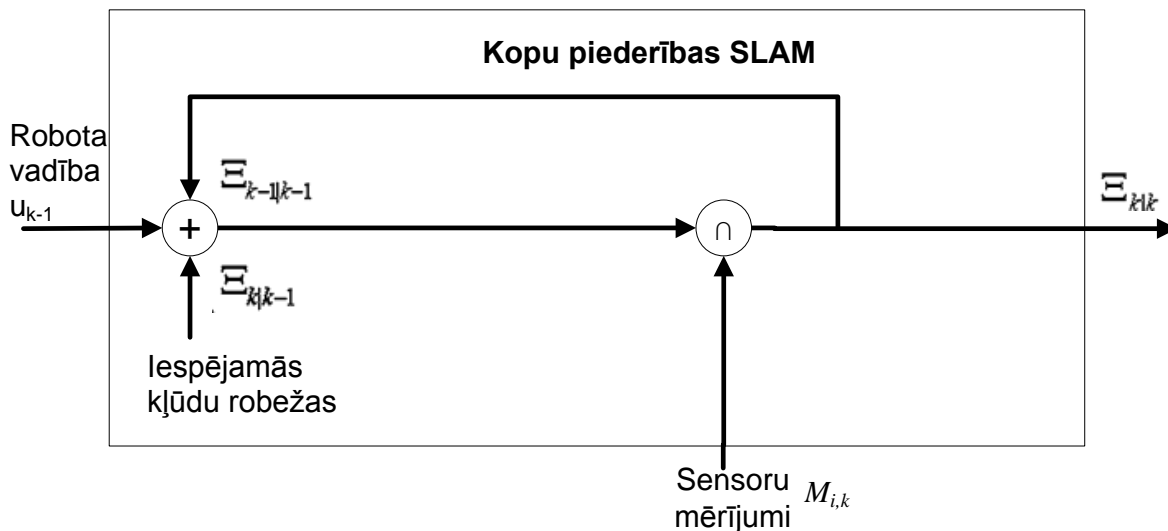
1.8. attēls [aizgūts no Cec 2006] grafiski ataino kopu piederības pieejas pielietojumu robotu pašlokālizācijā. Robota pozīcija laika momentā $k - 1$ tiek attēlota kā iespējamo pozīciju kopa $P(k-1|k-1)$. Robots telpā pārvietojas, un tā jaunā iespējamo pozīciju kopa $P(k|k-1)$ tiek aprēķināta, izmantojot robota odometriju $u(k-1)$ un iespējamo kļūdu $\text{Diag}[\varepsilon^w]B_\infty$ (tiek

pieņemts, ka tā ir ierobežota). Pēc tam tiek aprēķināts iespējamo pozīciju kopas $P(k|k-1)$ un mērījumu kopas $M(k|k)$ šķēlums, gala rezultātā iegūstot galīgo robota iespējamo pozīciju kopu laika brīdī k .



1.8. att. Iespējamo pozīciju kopas atjaunošana – a) pārvietošanās, b) mērījumu integrēšana [Cec 2006].

Vispārīgs kopu piederības SLAM process ir attēlots 1.9. attēlā.



1.9. att. Kopu piederības SLAM [balstīts uz Che 2007].

Vieni no pirmajiem pētniekiem, kuri izmantoja kopu piederības pieeju daudzu robotu karšu sastādīšanā un apvienošanā bija DiMarco un citi [DiM 2003].

Ceccarelli un citi [Cec 2006] piedāvā karšu sastādīšanas pieeju, kura izmanto kopu piederības lokalizāciju un karšu sastādīšanu. Robotu lokālās kartes tiek apvienotas, jau uzsākot karšu sastādīšanu, izmantojot informāciju par sākotnējām pozīcijām. Katrs robots kartes sastādīšanas laikā atjauno globālo karti.

1.4.2. Karšu apvienošana, kad robotu relatīvās pozīcijas ir nezināmas

Visas augstāk aprakstītās vairāku robotu karšu sastādīšanas pieejas pieņem, ka robotu relatīvās pozīcijas ir zināmas sākotnēji vai arī tiek iegūtas karšu sastādīšanas laikā. Bez informācijas par robotu savstarpējo novietojumu šīs pieejas nespēj apvienot kartes. Karšu apvienošana pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām ir sarežģītākais karšu apvienošanas gadījums. Šīs grupas karšu apvienošanas metodes izmanto transformāciju pieeju – tās rotē un pārbīda vienu no kartēm attiecībā pret otru, lai atrastu labāko iespējamo apvienojumu.

Karšu apvienošanas, kad robotu relatīvās pozīcijas nav zināmas, sarežģītība var ļoti atšķirties atkarībā no tā, kāda tipa kartes tiek izmantotas. Visbiežāk karšu sastādīšanā tiek izmantotas metriskas kartes vai topoloģiskas kartes.

1.4.2.1. Topoloģisku karšu apvienošana

Topoloģisku karšu apvienošana ir vienkāršāka nekā metrisku karšu apvienošana, jo karšu kopīgo daļu meklēšanai ir pieejama strukturēta informācija – grafi [Hua 2005]. Vairāki pētnieki ir pievērsušies šai problēmai un piedāvājuši praksē izmantojamus risinājumus [Hua 2005, Ded 2000].

Dedeogle un Sukhatme [Ded 2000] ir vieni no pirmajiem pētniekiem, kas pievērsās topoloģisku karšu apvienošanas problēmai. Viņi izstrādāja algoritmu, kas salīdzina virsotņu pārus, lai atrastu karšu labāko iespējamo transformāciju. Labākā transformācija šajā gadījumā ir tā, kurā ir lielākais skaits pārklājošos virsotņu. Savā starpā tiek salīdzinātas tikai vienāda tipa virsotnes (piemēram, tikai T veida krustojumi durvju ejas u.tml.), un tādējādi būtiski tiek samazināta transformāciju telpa.

Topoloģisko karšu apvienošanas pieeja, ko piedāvā Huang un Beever [Hua 2005], labākās transformācijas atrašanai apvieno apakšgrafu salīdzināšanu un attēlu salīdzināšanu. No iepriekš minētās pieejas šai metodei ir viena būtiska atšķirība, t. i., transformācijas tiek noteiktas, izmantojot vairāku virsotņu kopas. Tādā veidā ir jāpārbauda mazāks transformāciju skaits, un labākā transformācija tiek iegūta ātrāk. Šo pieeju var izmantot arī karšu sastādīšanai, kurā izmanto satikšanās stratēģiju. Šādam gadījumam autori piedāvā karšu apvienošanas rezultātu pārbaudes mehānismu.

Ir jāatzīmē, ka abas minētās topoloģiskās karšu apvienošanas metodes izmanto topoloģiskas kartes, kuras ir papildinātas ar metrisku informāciju. Bez šādas informācijas topoloģisko karšu apvienošanas problēmu pārvērstos par identisku apakšgrafu meklēšanas problēmu. Šādus apakšgrafus atrast ir salīdzinoši vienkārši, tomēr iegūtais rezultāts ir mazāk uzticams. Šī iemesla dēļ praktiski visas topoloģiskās karšu sastādīšanas pieejas izmanto arī metrisku informāciju [Thr 2002].

1.4.2.2. Metrisku karšu ar iezīmēm apvienošana

Metrisku karšu apvienošana ir sarežģītāka problēma par topoloģisku karšu apvienošana, jo ir pieejama tikai metriska informācija un nav iespējams pielietot grafu salīdzināšanas pieejas. Lai šo problēmu risinātu, daudzi pētnieki izmanto metriskas kartes, kurām ir pievienota papildus informācija.

Viens šāds piemērs ir Konolige un citi [Kon 2003], kas papildina aizņemtības režģa karti ar iezīmēm (durvīm, krustojumiem un stūriem) lai panāktu labāku karšu apvienošanas rezultātu. Iezīmju izmantošana ļauj būtiski samazināt transformāciju telpu, un tādā veidā rezultāts tiek iegūts ātrāk. Šādas karšu apvienošanas pieejas būtiska problēma ir iezīmju identifikācija aizņemtības režģa kartē.

Adluru un citi [Adl 2008] karšu apvienošanai izmanto līdzīgas iezīmju kartes. Tomēr pati karšu apvienošanas metode stipri atšķiras. Tā attēlo karšu apvienošanas problēmu tā, it kā robotu sastādītās lokālās kartes būtu viena 'virtuāla robota' sensoru mērījumi. Algoritms izmanto daļiņu filtru, lai apvienotu visus šos mērījumus vienā globālā kartē. Iezīmes tiek izmantotas attiecību starp lokālajām kartēm meklēšanai.

Citādu pieeju piedāvā Amigoni un Gasparini [Ami 2005]. Viņi izmanto specifisku karšu veidu – segmentu kartes, kuru iegūšanai ir izmantoti 2D lāzera sensori. Segmentu kartes sastāv no vairākiem segmentiem, un starp šiem segmentiem ir iespējams aprēķināt leņķus. Šo īpašību tad izmanto kā heuristiku labākās transformācijas meklējumos. Tiek pieņemts, ka labākā transformācija ir tā, kurai ir lielākā kopīgo segmentu garumu summa.

Lakaemper un citi [Lak 2005] pievēršas citāda veida segmentu karšu apvienošanas problēmai. Šajā gadījumā kartes tiek iegūtas, vienkāršojot kartes dažās ģeometriskās līnijās. Karšu apvienošanas algoritms izgūst viena robota kartes daļas un meklē atbilstošas daļas otra robota kartē. Kad tiek atrastas līdzīgas struktūras, kuras satur izteiktu formas informāciju, divas kartes tiek apvienotas. Karšu apvienošanas hipotēze tiek pieņemta vai noraidīta, pārbaudot pārējo ģeometrisku līniju sakritības kartēs.

Ho un Newman [Ho 2005] piedāvātajā karšu apvienošanas pieejā papildus ģeometriskai informācijai roboti ievāc arī informāciju par vides vizuālo izskatu. Tiek uzņemti attēli, un tie tiek piesaistīti atbilstošajām metrisko karšu daļām. Kad ir jāapvieno divu robotu lokālās kartes, tiek salīdzināti attēli. Lai izvairītos no nekorektiem apvienojumiem, tiek ņemta vērā arī metriskā informācija. Tomēr šo pieeju nav praktiski izmantot karšu apvienošanā, ja vides vizuālā informācija ir vienveidīga.

1.4.2.3. *Metrisku karšu apvienošana*

Visas augstāk aprakstītās karšu apvienošanas metodes izmanto kādu strukturālu vai iezīmju informāciju, lai apvienotu kartes, ja nav zināmas robotu relatīvās pozīcijas. Tikai neliels skaits pētnieku ir pievērsušies šai problēmai, ja ir pieejama tikai ģeometriskā informācija.

Vienu no pirmajām šāda tipa karšu apvienošanas metodēm izstrādāja Carpin un Birk [Car 2005]. Metode izmanto adaptīvu nejaušu izvēles algoritmu, kas rotē un pārbīda daļējas aizņemtības režģu kartes labākās transformācijas atrašanai. Labākā transformācija tiek noteikta, izmantojot attēlu līdzības metriku. Publikācijā [Bir 2006] šī karšu apvienošanas pieeja ir papildināta ar karšu līdzības novērtēšanu, kura nosaka karšu apvienošanas rezultāta uzticamību.

```

k = 0; t_start = s_start; //Sākotnējā transformācija
Σ0 = Σinit; μ0 = μinit; //Kovariāciju matricas un Vidējā vektora inicializācija
c0 = Δ(m1, Tt_start(m2)); //Sākotnējās attēlu līdzības metrikas aprēķināšana
while (k < numSteps) do
    Ģenerē jaunu paraugu s = tk + vk;
    cs = Δ(m1, Ts(m2));
    if (cs > ck) or (RS(tk, s)=s) then
//Paraugs tiek aplūkots tikai gadījumā, ja tas uzlabo RandomSelected [Bir
2006] funkcijas iepriekšējo vērtību
        k = k + 1; tk = s; ck = cs;
        μk = Update(tk, ..., tk-M); //Vidējā vektora atjaunošana
        Σk = Update(tk, ..., tk-M); //Kovariāciju matricas atjaunošana
    else
        Izmet paraugu s;

```

1.10. att. Karšu apvienošana, izmantojot adaptīvo nejaušo izvēli [Bir 2006]

Labākā transformācija ir transformācija ar viszemāko attēlu līdzības metrikas funkcijas vērtību [Bir 2005]. Tā tiek aprēķināta katrā pārmeklēšanas algoritma solī.

Galvenā šīs karšu apvienošanas metodes problēma ir stohastiskais pārmeklēšanas algoritms, kas garantē konvergenci tikai tādā gadījumā, kad iterāciju skaits tuvojas bezgalībai

[Bir 2005]. Reālās dzīves lietojumos iterāciju skaits vienmēr būs ierobežots, un ir iespējams, ka pie identiskiem sākuma parametriem, algoritms atgriezīs atšķirīgus rezultātus. Šī metode nav pielietojama karšu apvienošanai karšu sastādīšanas laikā – aprēķiniem nepieciešamais laiks būtiski palielinās līdz ar karšu izmēriem, jo attēlu līdzības metrika ir jāaprēķina katrā pārmeklēšanas algoritma solī. Piemēram, 1000x1000 šūnu lielām kartēm apvienošanas laiks var aizņemt līdz pat 20 minūtēm [Bir 2006].

Cita karšu apvienošanas pieeja, kuru ir izstrādājis Carpin, izmanto Hjū transformāciju [Car 2008]. Šai metodei veiksmīgai darbībai pašreizējā attīstības stadijā ir nepieciešamas lokālās kartes, kuras satur taisnas līnijas.

Metodes galvenā ideja ir Hjū spektru [Car 2008] izgūšana no robotu lokālajām kartēm un savstarpējo korelāciju meklēšana starp diviem spektriem. Hjū spektri attēlo visbiežāk sastopamos taisnu līniju virzienus kartēs. Savstarpējo korelāciju maksimumi attēlo karšu transformācijas hipotēžu rotācijas daļu. Lai atrastu translācijas uz X un Y asīm, no katras kartes tiek izgūti divi papildus spektri – X un Y spektri. Šie spektri būtībā ir karšu projekcijas uz koordinātu sistēmas asīm, un korelācijas starp divu karšu spektriem rāda iespējamās translācijas.

Atšķirībā no Adaptīvās nejaušās izvēles algoritma, kas tiek izmantots [Bir 2005], karšu apvienošana ar Hjū transformāciju ir determinēts pārmeklēšanas algoritms. Ar tā palīdzību ir arī iespējams iegūt vairākas transformāciju hipotēzes ievērojami īsākā laikā. Tomēr veiksmīgai karšu apvienošanai ir nepieciešams lielāks karšu pārklājums.

1.5. Kopsavilkums

Šajā nodaļā ir aplūkota karšu sastādīšanas problēma viena un daudzu robotu sistēmās. Kaut arī karšu sastādīšana ar vienu robotu ir vienkāršāka, tomēr daudzu robotu sistēmām ir vairākas priekšrocības, kuras padara kartes sastādīšanu ar vairākiem robotiem par pievilcīgu alternatīvu kartes sastādīšanai ar vienu robotu [Bur 2005, Thr 2002]:

- a) Vairāki roboti telpu var izpētīt ātrāk nekā viens robots.
- b) Vairāki roboti nodrošina sistēmas funkciju pārklāšanos (redundanci), tāpēc sistēma ir vairāk noturīga pret bojājumiem.
- c) Ja roboti spēj viens otru telpā atpazīt un noteikt to savstarpējās atrašanās vietas, tad ar vairākiem robotiem ir iespējams sastādīt precīzāku karti [Fox 2000, Mar 2005].

Viena no daudzu robotu karšu sastādīšanas problēmām ir vairāku robotu lokālo karšu apvienošana vienā globālā kartē. Lai noskaidrotu aktuālās tendences un problēmas vairāku robotu karšu apvienošanā, tika analizētas līdz šim izstrādātās karšu apvienošanas metodes, un rezultātā identificēti vairāki parametri, kuri ir jāņem vērā, risinot karšu apvienošanas problēmu daudzu robotu sistēmā:

- **Robotu relatīvās koordināšu sistēmas.** Visas karšu apvienošanas metodes var iedalīt trīs dažādās grupās, atkarībā no brīža, kad tiek iegūtas lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas un kartes tiek apvienotas: 1) Robotu relatīvās sākuma pozīcijas ir zināmas; 2) Sākotnējās robotu relatīvās pozīcijas ir nezināmas, bet kādā telpas izpētes brīdī roboti satiekas un noskaidro savstarpējās pozīcijas; 3) Sākotnējās robotu relatīvās pozīcijas nav zināmas, un roboti telpas izpētes laikā tās nenoskaidro.
- **Karšu tips.** Robotu sastādītās kartes var būt ļoti dažādas: aplūkotajā literatūrā visbiežāk ir sastopamas metriskas aizņemtības režģu kartes [Bir 2006, Top 2010, Guo 2008], bet daži pētnieki izmanto cita veida metriskas kartes [Adl 2008, Aln 2010] vai topoloģiskas kartes [Hua 2005].
- **Karšu apvienošanā izmantotā informācija.** Karšu apvienošana tiek veikta, izmantojot sākotnēji zināmu vai telpas izpētes laikā noskaidrotu robotu karšu relatīvo novietojumu vai arī izsakt hipotēzi par karšu relatīvo novietojumu, pārmeklējot karšu savstarpējo transformāciju telpu - visas iespējamās vienas kartes rotācijas un translācijas (nobīžu) kombinācijas attiecībā pret otru karti.
- **Karšu apvienošanai nepieciešamais laiks.** Nepieciešamais laiks raksturo, vai karšu apvienošana var tikt veikta karšu sastādīšanas laikā, būtiski nekavējot robotu sistēmas darbu.
- **Sastādīto karšu precizitāte.** Robotu kartes var būt precīzas, lokāli neprecīzas un globāli neprecīzas.

Balstoties uz eksistējošo karšu apvienošanas metožu apskatu, iedalot tās pēc robotu relatīvajām koordināšu sistēmām, ir secināts, ka lielākā daļa metožu aplūko gadījumu, kad robotiem ir sākotnēji zināmas savstarpējās pozīcijas vai arī pozīcijas tiek noskaidrotas telpas izpētes laikā, kaut arī šī nosacījuma izpildīšanai ir nepieciešama īpaša robotu izvietošana pirms telpas izpētes vai robotiem jāspēj vienam otru atpazīt un novērtēt savstarpējās pozīcijas.

Kā minēts 1.3. apakšnodaļā, karšu apvienošanā tiek izmantoti divi galvenie informācijas avoti: relatīvās robotu atrašanās vietas un/vai heuristikas. Ja relatīvās pozīcijas ir zināmas vai var tikt noteiktas kartes sastādīšanas laikā, tad ir iespējams iegūt lokālo karšu relatīvās koordināšu sistēmas un tādējādi kartes var apvienot ar salīdzinoši augstu ticamību.

Nezināmu robotu savstarpējo pozīciju gadījumā karšu apvienošanas hipotēzi var iegūt ar heuristikas palīdzību. Cilvēks heuristiku definē, balstoties uz savu pieredzi, tāpēc labākā heuristika ne vienmēr garantē pareizo rezultātu, un maldīgas heuristikas gadījumā rezultātu var arī nerasniegt vispār. Turklāt, tā kā parasti nav iespējams pārmeklēt visu karšu savstarpējo transformāciju telpu, pastāv iespēja, ka netiks atrasta hipotēze ar augstāko heuristisko novērtējumu. Tāpēc, salīdzinot ar karšu apvienošanu, kas izmanto robotu pozicionālo informāciju, karšu apvienošanā ar heuristikām ir daudz lielāka iespēja, ka tiks izvirzīta nepatiesa karšu apvienošanas hipotēze.

No tā var secināt, ka karšu apvienošanas lēmumam ir jābūt atceļamam jeb atgriezeniskam, un īpaši svarīgi tas ir pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām. Par spīti tam, praktiski visas aplūkotās karšu apvienošanas metodes apskata karšu apvienošanu pie nezināmām pozīcijām tikai kā divu robotu lokālo karšu transformācijas meklēšanu.

2. KARŠU APVIENOŠANA PIE NEZINĀMĀM ROBOTU POZĪCIJĀM

Kad vairāki roboti vienlaicīgi pēta vienu un to pašu vidi, kādā brīdī ir nepieciešams apvienot to lokālās kartes vienā kopīgā globālajā kartē, lai būtu iespējams izmantot robotu komandas pilnu potenciālu. Efektīva vairāku robotu uzdevumu sadale un koordinācija ir praktiski neiespējama bez vienotas apkārtējās vides interpretācijas.

Kā tika secināts pirmajā nodaļā, karšu apvienošanas lēmumam ir jābūt viegli atceļamam, un īpaši svarīgi tas ir pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām. Attiecīgi darba autore argumentē, ka karšu apvienošanā ir jāņem vērā divi karšu apvienošanas aspekti:

- **Lokāla karšu apvienošana.** Par karšu apvienošanu tiek uzskatīta **tikai vienreizēja divu robotu lokālo karšu apvienošana**, tas ir, savstarpējā novietojuma meklēšana, karšu apvienošana, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšana. Pirms transformācijas meklēšanas var tikt veikta arī karšu iepriekšēja apstrāde. Ja karšu apvienošana tiek aplūkota šādā aspektā, tad lielākā uzmanība pētījumos ir jāvelta pārmeklēšanas stratēģijām, iezīmju telpas izvēlei, karšu līdzības novērtējumiem un karšu iepriekšējai apstrādei. Lielākā problēma šajā gadījumā ir atrast pieņemamu kompromisu starp karšu apvienošanas ātrumu un precizitāti (iegūtā apvienojuma uzticamību).
- **Globāla karšu apvienošana.** Par karšu apvienošanu tiek uzskatīta **karšu apvienošana karšu sastādīšanas kontekstā**. Šajā gadījumā papildus augstāk minētajai problēmai ir jāņem vērā arī tas, cik bieži kartes tiks apvienotas un kādā veidā tiks izvēlētas apvienojamās kartes. Šajā gadījumā rodas iespēja turpmākā telpas izpētē noraidīt karšu apvienošanas hipotēzi un apvienot kartes vairākas reizes, balstoties uz iepriekšējo pieredzi. Ir svarīgi nodrošināt iespēju atkārtoti apvienot kartes, jo, kā demonstrēts tālāk (2.2. apakšnodaļā), no lokālo karšu apvienošanas secības var būt atkarīgs karšu apvienošanas rezultāts.

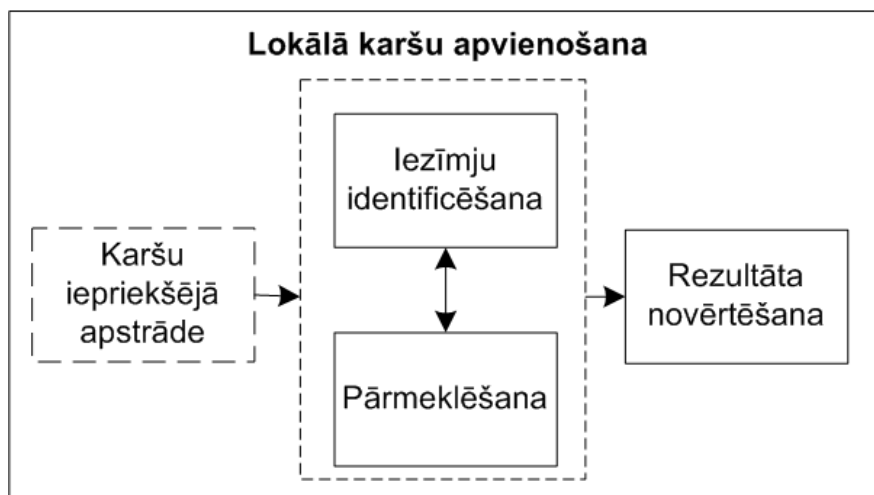
Tālāk šajā nodaļā ir aplūkota esošā situācija lokālās un globālās karšu apvienošanas jomā.

2.1. Lokālā karšu apvienošana

Šī darba kontekstā lokālā karšu apvienošana ir **vienreizēja divu robotu lokālo karšu apvienošana** – savstarpējā novietojuma meklēšana, karšu apvienošana, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšana.

Vispārīgs lokālās karšu apvienošanas process, kas atbilst literatūrā apskatītajām karšu apvienošanas metodēm, ir redzams 2.1. attēlā. Karšu apvienošanas metodes sastāv no trīs galvenajiem soļiem:

- **Iezīmju identificēšana.** Kartei specifisko iezīmju izgūšana.
- **Pārmeklēšana.** Karšu savstarpējās transformācijas meklēšana, kas ir balstīta uz identificētajām iezīmēm.
- **Karšu līdzības novērtēšana.** Karšu līdzības novērtēšana ir neatkarīgs solis, kuru var pielāgot jebkurai karšu apvienošanas metodei.



2.1. att. Vispārīgs karšu apvienošanas process

Iezīmju identificēšana un pārmeklēšana vienas metodes ietvaros nereti ir cieši savstarpēji saistītas. Piemēram, [Car 2008] aprakstītā karšu apvienošanas metode kā iezīmes izmanto karšu Hjū spektrus, uz kuriem ir balstīta arī pārmeklēšanas stratēģija jeb transformāciju noteikšana. Savukārt metode, kas piedāvāta [Bir 2006], izmanto stohastisku pārmeklēšanas algoritmu, kuram katrā solī tiek aprēķināta attēlu līdzības heuristika, pēc kuras vadās turpmākā pārmeklēšanas algoritma darbībā.

Bez augstāk uzskaitītajiem trīs obligātajiem soļiem ir iespējams veikt arī karšu iepriekšēju apstrādi, lai paātrinātu vai atvieglotu globālās kartes iegūšanu. Piemēram, [Car 2008] aprakstītā karšu apvienošanas metode rekomendē pirms Hjū spektru izgūšanas vienu no

kartēm pagriezt tā, lai vairums tās taisno līniju atrastos paralēli vienai no koordināšu asīm. Rezultātā, izmantojot [Car 2008] metodi, šādā veidā iepriekš apstrādātām lokālajām kartēm ir vieglāk atrast karšu savstarpējās translācijas.

2.1.1. Iezīmju telpas un pārmeklēšanas stratēģijas

Viens no pirmajiem, kas piedāvāja izmantot iezīmes karšu apvienošanā bija Konolige [Kon 2003]. Šajā gadījumā iezīmju telpa bija kartēs manuāli atzīmēti objekti. Manuāla iezīmju pievienošana kartēm, protams, nav iespējama tādā gadījumā, ja robotu komanda autonomi cenšas sastādīt telpas karti.

Amigoni [Ami 2005] kā iezīmju telpu tiek izmantoti leņķi starp segmentiem īpaši sastādītās segmentu kartēs. Lakaemper [Lak 2005] karšu apvienošanā izmanto īpašas kartes, kas sastāv no vienkāršotām līnijām. Ho [Ho 2005] aizņemtības režģu kartes papildina ar vizuālu informāciju no videokameras. [Car 2008] karšu apvienošanā izmanto Hjū spektru, kas palīdz noteikt, kādā virzienā kartē līnijas ir sastopamas visvairāk. Visas šīs iezīmju telpas palīdz ātrāk atrast karšu apvienojumu, bet tām ir arī būtiskas nepilnības. Pirmajos trīs gadījumos ir nepieciešamas īpaši sastādītas kartes, savukārt pēdējā gadījumā kartēs ir jābūt sastopamām taisnām līnijām, turklāt kartēm ir nepieciešams salīdzinoši liels kopīgs apgabals.

[Bir 2006] un [Car 2005] apskatītā metrisku karšu apvienošanas metode spēj apvienot kartes ar nelielu kopīgo apgabalu, un nav nepieciešama arī īpaši strukturēta vide. Šajā gadījumā kā iezīmju telpa tiek izmantota katrā pārmeklēšanas algoritma iterācijā aprēķinātā attēlu līdzības heuristika. Galvenais šādas iezīmju telpas trūkums ir tas, ka tā ir jāaprēķina katrā iterācijā un, pēc tās vadoties, pārmeklēšanas algoritms var viegli *iesprūst* lokālā maksimumā.

Karšu apvienošanā izmantotajām pārmeklēšanas stratēģijām ir raksturīgs tas, ka tās tiek balstītas uz iegūtajām iezīmju telpām. Piemēram, [Car 2008] izmantotā pārmeklēšanas stratēģija balstās uz no kartēm iegūtajiem Hjū spektriem. Starp šiem spektriem tiek meklēta korelācija, tādējādi iegūstot potenciālās rotācijas. [Lak 2005] stratēģija balstās uz specifisku līniju salīdzināšanu.

Dažādām iezīmju telpām pielietotās atšķirīgās pārmeklēšanas stratēģijas nozīmē to, ka iezīmju telpas un pārmeklēšanas stratēģijas dažādu metožu starpā visbiežāk nav savstarpēji savietojamas. Tomēr ir gadījumi, kad tas ir iespējams, piemēram, ar dažādām metodēm identificētiem stūriem var izmantot vienu pārmeklēšanas stratēģiju.

2.1.2. Karšu apvienošanas hipotēzes novērtēšana

Dažreiz roboti savā starpā karšu sastādīšanas laikā sazinās, bet nespēj noteikt savstarpējās pozīcijas. Šādā gadījumā bez jebkādas informācijas par karšu pārklājuma eksistenci ir iespējams tikai izvirzīt karšu apvienošanas hipotēzi un turpmākā telpas izpētes laikā pārbaudīt šīs hipotēzes atbilstību realitātei. Hipotēzes noraidīšanas gadījumā ir jābūt iespējai saglabāt robota oriģinālo karti, lai netiktu zaudēta būtiska informācija.

No šī var secināt, ka karšu apvienošanas metode var pieņemt vienu no diviem karšu apvienošanas lēmuma veidiem:

- **Pārbaudīts lēmums** – ir zināms, ka lokālās kartes pārklājas un to savstarpējais novietojums, tāpēc kartes ir pieļaujams apvienot neatgriezeniski. Tomēr arī šajā scenārijā ir vēlams saglabāt iespēju atgriezties pie atsevišķām lokālām kartēm, lai nodrošinātos pret situāciju, kad robotu relatīvās pozīcijas ir noteiktas kļūdaini.
- **Nepārbaudīts lēmums** – nav zināms, vai lokālās kartes pārklājas, tomēr karšu apvienošana tiek veikta. Šajā gadījumā ir svarīgi nodrošināt karšu apvienošanas atgriezeniskumu, jo nav garantijas, ka izvirzītā karšu apvienošanas hipotēze ir pareiza.

Lai novērtētu izvirzītās karšu apvienošanas hipotēzes ticamību, ir jāievieš skaitlisks karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums. Kaut arī novērtējuma ieviešana nenodrošina pilnīgi drošu karšu apvienošanas rezultātu, tomēr ar tās palīdzību ir iespējams atņemt acīmredzami nederīgas transformācijas. Karšu apvienošanas hipotēžu noraidīšanai ir jānotiek automātiski bez cilvēka iejaukšanās – lai to panāktu, divu karšu salīdzināšanai ir nepieciešamas divi skaitliski rādītāji [Bir 2006]:

- Novērtējums, kas apraksta divu karšu kopīgā apgabala līdzību pie konkrētās transformācijas hipotēzes – **karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums**.
- Rādītājs jeb sliekšnis, kuru pārsniedzot, divas robotu kartes tiek atzītas par līdzīgām, un attiecīgi karšu apvienošanas hipotēze tiek apstiprināta – **karšu apvienošanas hipotēzes apstiprināšanas sliekšnis**.

Esošās karšu līdzības novērtēšanas metodes

Ne viena vien daudzu robotu karšu sastādīšanas realizācija sastāda globālo karti kolektīvi, pieņemot, ka roboti darbojas kopīgā atskaites sistēmā [How 1999, Bur 2000, Thr 2001, Rou

2002]. Šajā gadījumā nav nepieciešams karšu līdzības novērtējums, jo robotu sensoru mērījumi tiek integrēti kartē tiešā veidā, bet ir svarīgi novērtēt karšu apvienošanas hipotēzi tādā gadījumā, ja kartes tiek apvienotas vēlākā vides izpētes momentā, izmantojot robotu relatīvo pozīciju novērtējumu vai izvirzot hipotēzi par karšu kopējo daļu bez informācijas par robotu savstarpējo novietojumu.

Daudzi pētījumi neaplūko karšu apvienošanas novērtēšanu vispār [Bal 2010, Top 2010, Eri 2012]. Tomēr nav korekti pieņemt, ka labākā atrastā karšu apvienošanas hipotēze ir pareiza, ja nav pieejama informācija par robotu relatīvo novietojumu. Pat, ja izmantotās pārmeklēšanas metrikas kontekstā ir atrasts labākais apvienojums, tas neizslēdz iespēju, ka divām kartēm kopīga apgabala nemaz nav.

Ir vairāki pētījumi, kas aplūko karšu apvienošanas kvalitātes novērtēšanu. Konolige un citi [Kon 2003] piedāvā pārbaudīt karšu apvienošanas hipotēzi, organizējot robotu satikšanos. Ja roboti nesatiekas nozīmētajā vietā, tad karšu apvienojums tiek noraidīts kā kļūdainis. Citas pieejas pārbauda karšu apvienošanas rezultātu bez nepieciešamības satikties, bet nav pielietojamas aizņemtības režģu kartēm [Eri 2012, Hua 2005, Ami 2005, Ho 2005, Lak 2005].

Ievērojamāko ieguldījumu aizņemtības režģu apvienojumu novērtēšanā ir devuši *Birk* un *Carpin* [Birk 2006], un viņu piedāvāto metodi karšu līdzības novērtēšanai – tiešu šūnu salīdzināšanu – ir izmantojuši arī vairāki citi vēlāki karšu apvienošanas pētījumi [Guo 2008, Aln 2010].

Metode [Bir 2006] aprēķina attiecību starp šūnu skaitu ar vienādām vērtībām un šūnu skaitu, kuras nevienā kartē nav ar nezināmu vērtību. Kartes vispirms tiek vienkāršotas, to šūnu vērtības no aizņemtības varbūtībām pārveidojot par -1 (brīvs), 0 (nezināms) un 1 (aizņemts). Tālāk pie dotās transformācijas tiek saskaitītas šūnas ar vienādu vērtību (*agr*) un šūnas ar atšķirīgu vērtību (*dis*). Ņemtas vērā tiek tikai tās šūnas, kuras abās kartēs nav vienādas ar 0, tas ir, abās kartēs par to ir pieejama kāda informācija. Rezultāts *rez* formulā (2.1.) ir karšu līdzības mērs – jo lielāks ir *rez*, jo saderīgākas ir abas kartes. Diemžēl šī pieeja nav noturīga pret karšu lokālām neprecizitātēm.

$$rez = \frac{agr}{agr + dis} \quad (2.1.)$$

Attēlu līdzības metrikas

Karšu apvienošanas hipotēzes novērtēšanas būtība ir tuva divu attēlu salīdzināšanai.

Attēla definīcija [Gon 2002] skan:

„Attēlu var attēlot kā divdimensionālu funkciju $f(x, y)$, kur x un y ir telpiskas (plaknes) koordinātes, un f amplitūda jebkurai koordināšu pārim (x, y) ir attēla krāsas diapazonā balts-melns intensitāte attiecīgajā punktā.”

Viens no robotu karšu veidiem – aizņemtības režģis – var tikt uzskatīts par attēlu ar vienu atšķirību – balts-melns krāsas intensitāti jebkurai koordināšu pārim aizstāj attiecīgā telpas punkta aizņemtības varbūtība. Līdz ar to metrikas un novērtējumi, kurus izmanto attēlu līdzības noteikšanai, var tikt pielietoti arī aizņemtības režģu karšu līdzības mērīšanā.

Attēlu salīdzināšanai un attāluma starp tiem noteikšanai tiek izmantoti dažāda veida attālumi, no kuriem pazīstamākie ir:

- Eiklīda attālums [Wan 2005],
- Hausdorfa attālums [Hut 1993],
- Manhetenas attālums,
- Tangensa attālums [Sim 1992],
- Hamminga attālums [Ham 1950].

a) Eiklīda attālums.

Eiklīda attālums, pateicoties savai vienkāršībai, ir visplašāk izmantotā attēlu metrika [Wan 2005]. Tiek pieņemts, ka x un y ir divi $M \times N$ izmēra attēli, $x = (x^1, x^2, \dots, x^{MN})$, $y = (y^1, y^2, \dots, y^{MN})$, kur x^{kN+1} , y^{kN+1} ir pelēkuma līmeņi punktā (k, l) . Tādā gadījumā Eiklīda attālums $d_E(x, y)$ tiek iegūts no:

$$d_E^2(x, y) = \sum_{k=1}^{MN} (x^k - y^k)^2 \quad (2.2.)$$

Problēma ar Eiklīda attālumu ir tāda, ka tas ņem vērā tikai atsevišķu punktu intensitātes atšķirības, līdz ar to neliela deformācija var novest pie liela Eiklīda attāluma. Netiek ņemts vērā, ka attēlos starp pikseļiem ir telpiskas attiecības [Wan 2005]. Šāda problēma rodas arī, Eiklīda attālumu pielietojot aizņemtības režģu kartēm. Viens un tas pats objekts dažādās kartēs var tikt attēlots nedaudz atšķirīgi no reālās vides. Nelielas atšķirības karšu starpā var izraisīt lielu Eiklīda attālumu, pat ja tajās ir attēloti vieni un tie paši objekti. Šī iemesla dēļ tradicionālā formā Eiklīda attālumu karšu apvienošanas hipotēžu novērtēšanai pielietot nav praktiski.

b) Hausdorfa attālums.

Ja ir dotas divas galīgas punktu kopas $A = \{a_1, \dots, a_p\}$ un $B = \{b_1, \dots, b_q\}$, Hausdorfa attālums [Hut 1993] tiek definēts kā:

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A))$$

, kur

(2.3.)

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|$$

un $\| \cdot \|$ ir kāda A un B norma (piemēram, L_2 jeb Eiklīda attālums).

Funkcija $h(A, B)$ tiek saukta par orientētu Hausdorfa attālumu no A uz B. Tā identificē punktu $a \in A$, kas ir vistālākais no jebkura B punkta un mēra attālumu no a līdz tā tuvākajam kaimiņam kopā B (izmantojot doto normu $\| \cdot \|$). Faktiski $h(A, B)$ sarakstē visus A punktus, balstoties uz tā attālumu līdz tuvākajam B punktam un tad izmanto tālāko A punktu kā attālumu.

c) Manhetenas attālums.

Manhetenas attālums ir radies, balstoties uz Hermana Minkovska 19. gadsimtā ieviestās tā saucamās Taksometra ģeometrijas, kurā, atšķirībā no tradicionālās Eiklīda ģeometrijas, attālums starp diviem punktiem ir to koordināšu absolūto atšķirību summa.

Manhetenas attālums (pazīstams arī kā L_1 attālums) starp diviem punktiem Eiklīda telpā fiksētā Dekarta koordināšu sistēmā tiek definēts kā līnijas segmenta starp abiem punktiem projekciju uz koordināšu asīm garumu summa.

d) Tangensa attālums.

Tangensa attālums ir lokāli invariants attiecībā pret septiņām dažāda veida attēla transformācijām: X un Y translācijām, rotāciju, mērogošanu, divām hiperboliskām transformācijām un līniju sabiezināšanu/sašaurināšanu [Sim 1992].

e) Hamminga attālums.

Hamminga attālums sākotnēji tika izstrādāts, lai atrastu un labotu kļūdas digitālajā komunikācijā. Diviem bitu vektoriem tas tiek definēts kā bitu skaits, kas abiem vektoriem ir atšķirīgs [Ham 1950].

2.2. Globālā karšu apvienošana

Lielākā daļa pētījumu karšu apvienošanas pie nezināmām pozīcijām jomā pievērš uzmanību tikai karšu lokālajai apvienošanai [Bir 2006, Car 2008, Lak 2005, Top 2010]. Globālas karšu apvienošanas problēmu ir aplūkojuši vairāki pētnieki [Kon 2003, Hua 2005]. Pētījumā [Kon 2003] globālas karšu apvienošanas problēma tiek aplūkota kā karšu apvienošanas lēmums, kurā tiek ņemta vērā absolūtā ticamība (divu karšu līdzība pie konkrētās transformācijas) un relatīvā ticamība (divu karšu līdzība pie konkrētās transformācijas, salīdzinot ar citām transformācijām). Tomēr šis pētījums neaplūko gadījumu, kad iegūtais rezultāts ir kļūdainis un ir nepieciešams to atcelt. Tā vietā, uzsvars ir likts uz izvairīšanos no nepareiziem apvienojumiem.

Citā pētījumā [Hua 2005] tiek atzīts, ka ir dabiski pieļaut kļūdas karšu apvienošanā, un tāpēc apvienotās kartes ir jāglabā tādā veidā, kas pieļauj vienkāršu nepareizo hipotēžu izslēgšanu, vienlaicīgi nezaudējot visu karti vai informāciju, kas iegūta pēc karšu apvienošanas. Tiek izteikts ierosinājums glabāt katra robota kartes slāņos, kur pirmais slānis glabā lokālo karti, otrais slānis – kartes, kas ir radušās apvienojot pirmā slāņa kartes ar kartēm no citiem robotiem utt. Tomēr [Hua 2005] autori tikai izsaka ideju par karšu glabāšanu slāņos, bet nepiedāvā risinājumus, kā to realizēt - kā glabāt kartes un to hipotēzes, kādā veidā izvēlēties kartes apvienošanai, novērst atkārtotu hipotēžu izvirzīšanu un risināt citus globālajā karšu apvienošanā būtiskus jautājumus. Promocijas darbā ir piedāvāti uzskaitīto uzdevumu risinājumi izstrādātās karšu apvienošanas metodes ReMMerg ietvaros, kas ir aplūkota darba 3. nodaļā.

Globālā karšu apvienošana apskata problēmu, kā iegūt globālo karti karšu sastādīšanas laikā, nezaudējot informāciju arī, ja tiek veikti kļūdaini apvienojumi. Šajā gadījumā ir jāņem vērā tas, cik bieži kartes tiks apvienotas un kādā veidā tiks izvēlētas apvienojamās kartes. Galvenā globālās karšu apvienošanas priekšrocība ir tā, ka rodas iespēja turpmākā telpas izpētē noraidīt karšu apvienošanas hipotēzi un apvienot kartes vairākas reizes, balstoties uz iepriekšējo pieredzi.

Globālās karšu apvienošanas nepieciešamība balstās uz tēzēm, ka:

- Karšu apvienošanas secība var būtiski ietekmēt globālo karti – ir nepieciešama dinamiska karšu apvienošana, kas spēj piedāvāt dažādus karšu apvienošanas secības variantus globālās kartes iegūšanai, balstoties uz iepriekšējo apvienošanas pieredzi.

- Karšu apvienošanas rezultātā var tikt izvirzīta kļūdaina karšu apvienošanas hipotēze – ir nepieciešama atgriezeniska karšu apvienošana, kuras ietvaros ir iespējams atcelt karšu apvienošanas lēmumu, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc apvienošanas.

Ja karšu apvienošanas hipotēzes vienmēr būtu pareizas un apvienošanas secība neietekmētu rezultātu, tad robotu lokālās kartes varētu apvienot jebkādā secībā un tiktu iegūta patiesībai atbilstoša globālā karte. Tālāk šajā nodaļā ir eksperimentāli pierādīts, ka karšu apvienošanas secība var būtiski ietekmēt globālo karti un var tikt izvirzītas nepatiesas karšu apvienošanas hipotēzes, kas norāda uz nepieciešamību karšu apvienošanas metodē īstenot globālās karšu apvienošanas aspektu.

Izvēloties metodi eksperimentiem, tika ņemtas vērā tikai tās karšu apvienošanas metodes, kuras darbojas pie nezināma robotu savstarpējā novietojuma. No 1.4. nodaļā aplūkotajām karšu apvienošanas metodēm eksperimentālajām pārbaudēm tika izvēlēta Hjū transformācija [Car 2008] tās determinētās dabas dēļ.

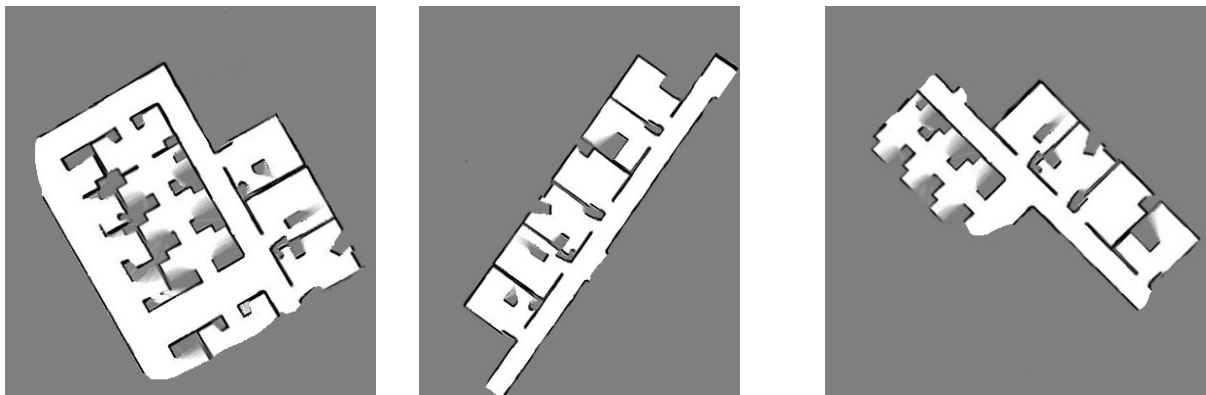


2.2. att. Eksperimentiem izmantotā karte. Ar krāsām ir iezīmētas kartes daļas – sarkanā map₁, zaļā map₂ un zilā map₃.

Kā lokālās kartes ir izmantoti reālas robota sastādītas kartes fragmenti (skatīt 2.2. attēlu), iegūtas no Robotikas Datu Repozitorija (Radish) [Rad 2003].

Karte tika sadalīta vairākās kartēs, kuras tika pēc nejaušības principa rotētas. Eksperimentiem tika izvēlēti trīs fragmenti map₁, map₂ un map₃ (skatīt 2.3. attēlu). Visām šīm kartēm ir savstarpējs pārklājums, lai demonstrētu, ka karšu apvienošanas secība var būt

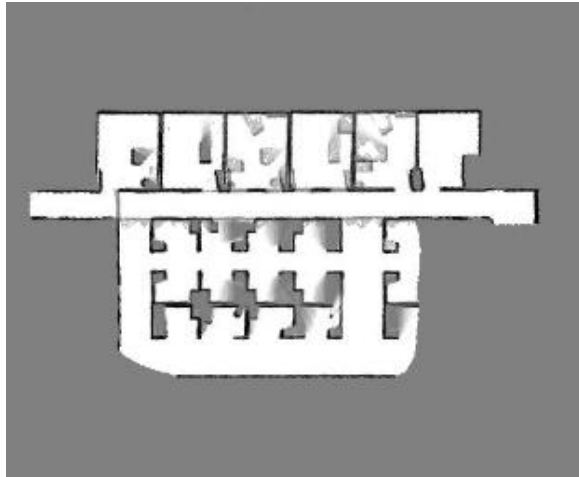
būtiska ne tikai vienkāršākajā gadījumā, kad tikai vienai no kartēm ir kopīga daļa ar abām pārējām kartēm. Ir iespējams, ka divām kartēm ir pārklājums un tās ir iespējams apvienot, bet pārklājums ir pārāk mazs, lai to atrastu, vai arī pietrūkst konkrētajai karšu apvienošanas metodei nepieciešamās iezīmes.



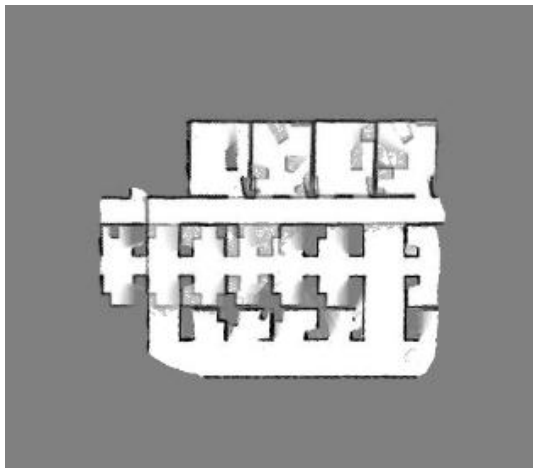
2.3. att. Eksperimentiem izmantotie kartes fragmenti map₁, map₂ un map₃.

Visiem karšu apvienošanas gadījumiem tika iegūtas karšu apvienošanas hipotēzes. Katrai hipotēzei tika aprēķināts karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums (2.1.2. apakšnodaļā aprakstītā tiešā šūnu salīdzināšana [Bir 2006]), kas parāda saistību starp abu karšu kopīgajiem apgabaliem. Karšu līdzības novērtējums ar vērtību 1.0 atspoguļo, ka karšu kopīgais apgabals abām kartēm tiek uzskatīts par pilnībā sakrītošu.

Vispirms tika veikts mēģinājums apvienot kartes map₁ un map₂. Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums bija 0.844 un karšu apvienošanas mēģinājums, vadoties pēc cilvēka vērtējuma, nebija veiksmīgs (skatīt 2.4. attēlu). Arī karšu map₁ un map₃ apvienošana nebija veiksmīga ar labāko novērtējumu 0.828 (skatīt 2.5. attēlu). Abi šie karšu apvienošanas mēģinājumi nebija veiksmīgi izmantotās karšu apvienošanas metodes – karšu apvienošanas ar Hjū transformāciju – īpatnību dēļ.



2.4. att. Neveiksmīgs karšu map_1 un map_2 apvienojums (labākās hipotēzes līdzības novērtējums 0.844)



2.5. att. Neveiksmīgs karšu map_1 un map_3 apvienojums (labākās hipotēzes līdzības novērtējums 0.828)

Kā redzams 2.4. un 2.5. attēlā, Hjū transformācijas karšu apvienošana abos gadījumos veiksmīgi ir noteikusi tikai rotāciju un translāciju uz vienas no asīm. Translācija uz otras ass netika atrasta divu iemeslu dēļ:

- Metode nav spējīga atšķirt dažādas augšējās istabas karšu map_1 un map_2 gadījumā, jo to izmēri ir līdzīgi.
- Karšu map_1 un map_2 gadījumā pārmeklēšanas algoritmam ir tendence meklēt divu karšu lielāko korelāciju. Šajā gadījumā kartēm ir kopīgas tikai divas augšējās istabas. Tomēr algoritms cenšas atrast tik daudz kopīgas sienas abās kartēs, cik iespējams, un tāpēc apvieno kartes tā, it kā abās kartēs būtu kopīgas trīs istabas.

Ir iespējams, ka ar kādu citu karšu apvienošanas pieeju būtu iespējams apvienot gadījumus $[map_1, map_2]$ un $[map_1, map_3]$ sekmīgi, tomēr neviena no eksistējošām pieejām

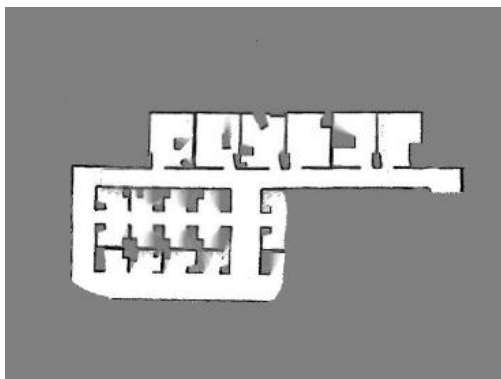
nav tik pilnīga, lai veiksmīgi apvienotu divas kartes katru reizi, kad starp šīm kartēm ir pārklājums.

Nākamais karšu apvienošanas mēģinājums tika veikts ar kartēm map_2 un map_3 , un tas bija sekmīgs (skatīt 2.6. attēlu) ar līdzības metrikas vērtību 0.943. Atšķirībā no iepriekšējiem karšu apvienošanas mēģinājumiem, šoreiz kartēm bija pietiekami liels savstarpējais pārklājums (četras kopīgas istabas karšu augšpusē) un nebija iezīmes, kuras ir līdzīgas, bet realitātē atbilst atšķirīgām vides daļām (šajā gadījumā viena karte satur visas četras līdzīga izmēra istabas).



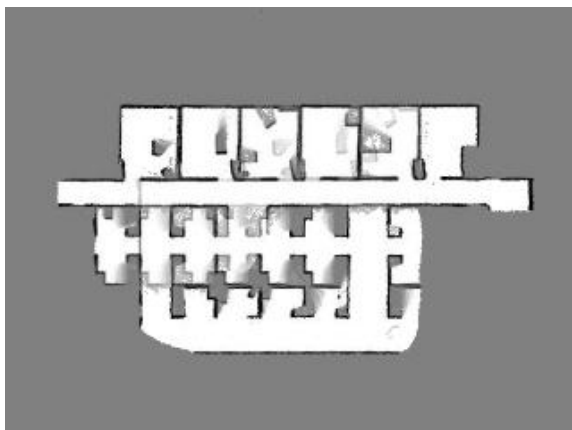
2.6. att. Veiksmīgs karšu map_2 un map_3 apvienojums (labākās hipotēzes līdzības novērtējums 0.943)

Tālāk tika apvienotas kartes map_{2+3} un map_1 . Augstākais karšu līdzības novērtējums abu karšu apvienojumam bija 0.898, un pēc cilvēka vērtējuma rezultāts (skatīt 2.7. attēlu) ir sekmīgs karšu apvienojums.



2.7. att. Veiksmīgs karšu map_{2+3} un map_1 apvienojums (labākās hipotēzes līdzības novērtējums 0.898)

Karšu apvienošanu turpinot ar neveiksmīgajiem karšu apvienošanas rezultātiem, piemēram map_{1+2} (2.4. attēls) un map_3 (2.3. attēls), tiek iegūts rezultāts, kas redzams 2.8. attēlā. Šim apvienojumam karšu līdzības novērtējums (0.882) ir tikai mazliet zemāks kā līdzības novērtējums sekmīgajam karšu apvienojumam 2.7. attēlā. Atšķirība ir tik neliela, ka robots bez cilvēka palīdzības nav spējīgs noteikt, vai konkrētais karšu apvienojums ir veiksmīgs.



2.8. att. Neveiksmīgs karšu map_{1+2} un map_3 apvienojums (labākās hipotēzes līdzības novērtējums 0.882)

Tomēr, ja roboti, kas izpēta vidi, ir autonomi, tad tiem nav pieejams cilvēka vērtējums. Tāpēc ir divi scenāriji, kā roboti var rīkoties:

- Roboti apvieno kartes arī tad, kad tie var savā starpā tikai sazināties, bet ne noskaidrot savstarpējās atrašanās vietas. Šādā gadījumā ir nepieciešams īstenot iespēju, kā atcelt karšu apvienošanas lēmumu.
- **Roboti apvieno savas kartes tikai tādā gadījumā, kad tie ir pilnīgi droši par savstarpējām atrašanās vietām.** Tas nozīmē, ka nevar tikt veikta karšu apvienošana tādā gadījumā, ja roboti var savā starpā sazināties, bet nevar noteikt viens otra atrašanās vietu ar sensoru palīdzību vai arī iespēja kļūdīties ir pārāk liela.

Šajā darbā turpmāk tiks aplūkots tikai scenārijs, kad roboti nevar noskaidrot savstarpējās atrašanās vietas. Otrs scenārijs reālajā dzīvē ir maz iespējams, jo jebkuram sensoram ir lielāka vai mazāka kļūdas iespēja, un attiecīgi kartes nav iespējams apvienot tā, lai būtu droši zināms, ka globālā karte ir pareiza. Turklāt šis scenārijs liedz iespēju veidot globālo karti tādos gadījumos, kad roboti nespēj viens otru atpazīt un tiem nav pieejamas savstarpējās pozīcijas.

2.3. Kopsavilkums

Šajā nodaļā autore argumentē, ka karšu apvienošanas lēmumam ir jābūt viegli atceļamam, un īpaši svarīgi tas ir pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām. Attiecīgi karšu apvienošanā ir jāņem vērā divi karšu apvienošanas aspekti:

- **Lokāla karšu apvienošana.** Par karšu apvienošanu tiek uzskatīta **tikai vienreizēja divu robotu lokālo karšu apvienošana**, tas ir, savstarpējā

novietojuma meklēšana, karšu apvienošana, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšana.

- **Globāla karšu apvienošana.** Par karšu apvienošanu tiek uzskatīta **karšu apvienošana karšu sastādīšanas kontekstā.** Šajā gadījumā papildus augstāk minētajai problēmai ir jāņem vērā arī tas, cik bieži kartes tiks apvienotas un kādā veidā tiks izvēlētas apvienojamās kartes.

Eksistē dažādas metodes, kā veikt lokālo karšu apvienošanu dažādiem karšu veidiem, bet gandrīz neskarts karšu apvienošanas literatūrā ir jautājums, kā īstenot globālu karšu apvienošanu pie nezināmām robotu relatīvajām pozīcijām.

Dažreiz roboti savā starpā karšu sastādīšanas laikā sazinās, bet nespēj noteikt savstarpējās pozīcijas. Šādā gadījumā bez jebkādas informācijas par karšu pārklājuma eksistenci ir iespējams tikai izvirzīt karšu apvienošanas hipotēzi un turpmākā telpas izpētes laikā pārbaudīt šīs hipotēzes atbilstību realitātei. Hipotēzes noraidīšanas gadījumā ir jābūt iespējai saglabāt robota oriģinālo karti, lai netiktu zaudēta būtiska informācija.

Globālā karšu apvienošana apskata problēmu, kā iegūt globālo karti karšu sastādīšanas laikā, nezaudējot informāciju arī, ja tiek veikti kļūdaini apvienojumi. **Globālās karšu apvienošanas nepieciešamība** balstās uz tēzēm, ka:

- Karšu apvienošanas secība var būtiski ietekmēt globālo karti – ir nepieciešama dinamiska karšu apvienošana, kas spēj piedāvāt dažādus karšu apvienošanas secības variantus globālās kartes iegūšanai, balstoties uz iepriekšējo apvienošanas pieredzi.
- Karšu apvienošanas rezultātā var tikt izvirzīta kļūdaina karšu apvienošanas hipotēze – ir nepieciešama atgriezeniska karšu apvienošana, kuras ietvaros ir iespējams atcelt karšu apvienošanas lēmumu, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc apvienošanas.

Ja karšu apvienošanas hipotēzes vienmēr būtu pareizas un apvienošanas secība neietekmētu rezultātu, tad robotu lokālās kartes varētu apvienot jebkādā secībā un tiktu iegūta patiesībai atbilstoša globālā karte. Šajā nodaļā ir eksperimentāli parādīts, ka karšu apvienošanas secība būtiski ietekmē globālo karti un var tikt izvirzītas nepatiesas karšu apvienošanas hipotēzes, kas norāda uz nepieciešamību karšu apvienošanas metodē īstenot globālās karšu apvienošanas aspektu.

3. REMMERC – METODE UZTICAMAI KARŠU APVIENOŠANAI

Šajā nodaļā ir aprakstīta darba autores izstrādātā vairāku robotu karšu apvienošanas metode ReMMerc (no angļu valodas **Reliable Map Merging**) uzticamai karšu apvienošanai. Šo metodi var izmantot dinamiskai karšu apvienošanas hipotēžu izvirzīšanai un noraidīšanai, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc karšu apvienošanas.

Divu robotu lokālo karšu pareizas apvienošanas varbūtība nekad nav vienāda ar '1.0' (vienmēr pastāv kļūdas iespēja), un no tā izriet, ka viens no karšu apvienošanas metodes uzdevumiem ir nodrošināt iespēju kartes apvienot **atgriezeniski**. It sevišķi atgriezeniska karšu apvienošana ir aktuāla, ja nav pieejamas robotu savstarpējās pozīcijas, jo nav zināms karšu pārklājums. Tādā gadījumā ir iespējams tikai izvirzīt karšu apvienošanas hipotēzi un turpmākā telpas izpētes laikā pārbaudīt šīs hipotēzes atbilstību realitātei. Lai hipotēzes noraidīšanas gadījumā netiktu zaudēta informācija, kas iegūta pēc karšu apvienošanas, ir jābūt iespējai saglabāt robota lokālo karti.

Ja karšu apvienošanas lēmumu var atcelt, tad rodas iespēja globālās kartes sastādīšanai izmēģināt dažādus variantus un karšu apvienošanas secības, balstoties uz iepriekšējo pieredzi – kartes apvienot **dinamiski**.

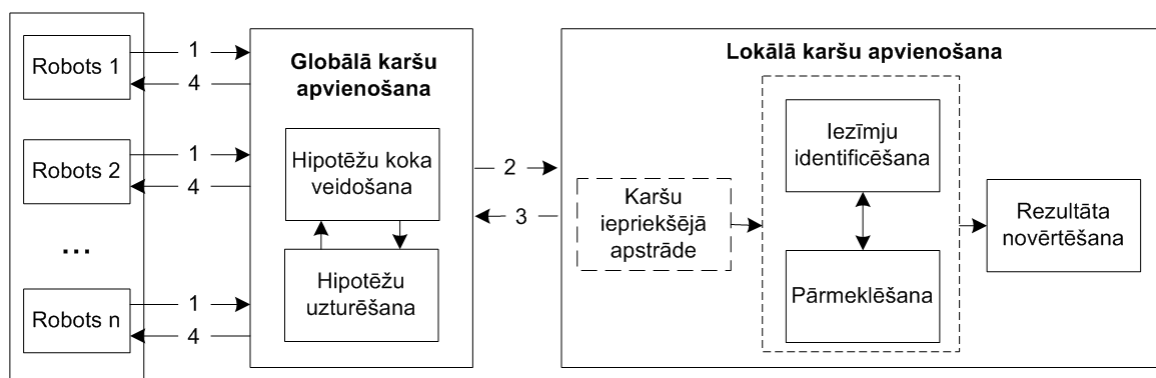
Cits būtisks karšu apvienošanas uzdevums ir lēmuma pieņemšana par brīdi, kad var uzskatīt, ka izvirzītā karšu apvienošanas hipotēze ir ticama [Kon 2003]. Par **ticamu karšu apvienošanas hipotēzi** šajā darbā tiek uzskatīta tāda hipotēze, kuras karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums pārsniedz iepriekš empīriski noteiktu sliekšni. **Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums** ir skaitlis robežās [0; 1], kas raksturo divu karšu kopīgās daļas līdzību pie izvirzītās karšu apvienošanas hipotēzes.

Atbilstoši iepriekšējās nodaļās veiktās analīzes rezultātā izdarītajiem secinājumiem, par **uzticamu karšu apvienošanu** šajā promocijas darbā tiek saukta karšu apvienošana, kura atbilst trim kritērijiem:

- Tā nodrošina karšu apvienošanas atgriezeniskumu – jebkurā brīdī ir iespējams atgriezties stāvoklī pirms karšu apvienošanas, nezaudējot pēc karšu apvienošanas iegūto informāciju par apkārtējo vidi robotu lokālajās kartēs (tiek atbalstīts karšu apvienošanas globālais aspekts).

- Tā nodrošina karšu apvienošanas dinamiskumu - spēju piedāvāt dažādus karšu apvienošanas secības variantus globālās kartes iegūšanai, balstoties uz iepriekšējo apvienošanas pieredzi.
- Divu robotu lokālo karšu apvienošanas lēmums tiek pieņemts tikai tādā gadījumā, ja karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums pārsniedz iepriekš empīriski noteiktu sliekšni jeb ja karšu apvienošanas hipotēze ir ticama (tiek atbalstīts karšu apvienošanas lokālais aspekts).

ReMMerg metodes vispārīga struktūra ir attēlota 3.1. attēlā.

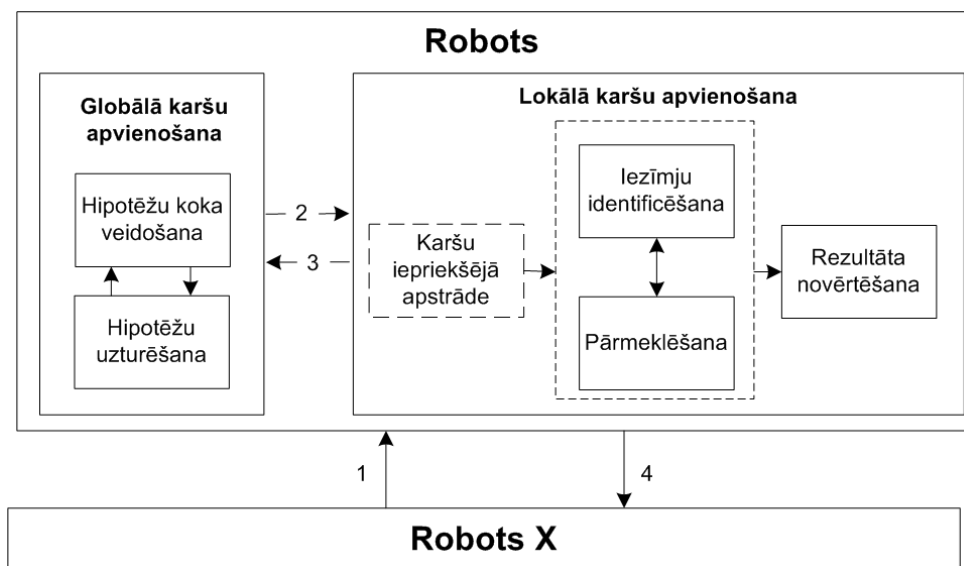


3.1. att. Autores piedāvātās ReMMerg metodes vispārīga struktūra

Informācijas plūsmas 3.1. attēlā: 1) robotu lokālās kartes; 2) apvienojamo karšu pāri un noraidīto hipotēžu saraksts; 3) karšu apvienošanas hipotēzes un ziņojumi par karšu apvienošanas izdošanos/neizdošanos; 4) hipotēžu koks un visu robotu lokālās kartes.

ReMMerg metodei ir divas galvenās daļas, kas katra realizē savu karšu apvienošanas aspektu: Globālā karšu apvienošana un Lokālā karšu apvienošana. Abas daļas pilda būtisku lomu karšu apvienošanas uzticamības un atgriezeniskuma nodrošināšanā. Lokālās karšu apvienošanas daļa ir atbildīga par karšu savstarpējā novietojuma meklēšanu, karšu apvienošanu, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšanu. Globālā karšu apvienošana īsteno hipotēžu koka veidošanas un hipotēžu uzturēšanas funkcijas.

Jāpiezīmē, ka 3.1. attēlā ir attēlots gadījums, kad daudzu robotu sistēmā eksistē viens centrālais aģents, kas nodarbojas ar karšu apvienošanu. Centralizētas karšu apvienošanas gadījumā visiem robotiem sastādītais hipotēžu koks ir vienāds. Tomēr izstrādāto metodi ir iespējams pielietot arī gadījumā, kad daudzu robotu sistēmā nav viena centrāla plānotāja (skatīt 3.2. attēlu).



3.2. att. ReMMerg metodes vispārīga struktūra izkļiedētas karšu apvienošanas gadījumā

Informācijas plūsmas 3.2. attēlā: 1) un 4) robota hipotēžu koks un lokālās kartes; 2) apvienojamo karšu pāri un noraidīto hipotēžu saraksts; 3) karšu apvienošanas hipotēzes un ziņojumi par karšu apvienošanas izdošanos/neizdošanos.

Izkļiedētas karšu apvienošanas gadījumā hipotēžu koku sastāda katrs robots atsevišķi, balstoties uz informāciju, ko tas ir saņēmis no citiem robotiem, un katram robotam var būt atšķirīgs hipotēžu koks. Vienīgā papildus funkcija, kas karšu apvienošanas metodei ir jāveic izkļiedētas karšu apvienošanas gadījumā, ir hipotēžu koku apvienošana.

3.1. Karšu apvienošanas hipotēzes un to atspoguļošana

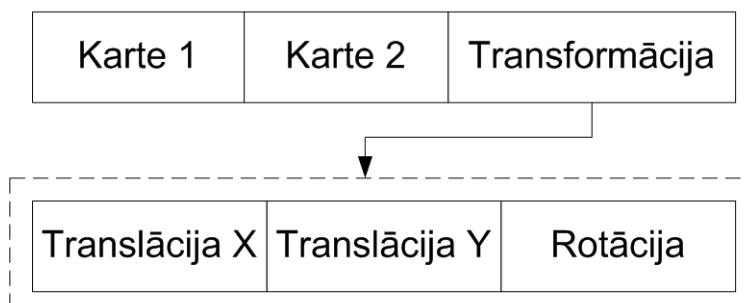
Lai nodrošinātu karšu apvienošanas atgriezeniskumu, ir svarīgi izvēlēties atbilstošu lokālo un globālo karšu glabāšanas struktūru. Pretējā gadījumā, kā minēts [Kon 2003], ja roboti apvieno savas lokālās kartes un turpina karšu sastādīšanu, izmantojot kopīgu karti, var būt sarežģīti nošķirt kartes, nezaudējot informāciju, kas iegūta pēc apvienošanas.

Vienlaicīga lokālo un visu apvienoto karšu atjaunošana var ievērojami noslogot skaitļošanas resursus, it īpaši, ja kartes ir liela izmēra un/vai karšu sastādīšanā ir iesaistīti vairāki roboti. No otras puses, neatgriezeniska karšu apvienošana (un no tā brīža tikai globālās kartes uzturēšana) ir pieļaujama tikai tādā gadījumā, ja karšu apvienošana tiek uzskatīta par drošu, tas ir, kādā karšu sastādīšanas brīdī tiek iegūtas robotu relatīvās atrašanās vietas, un pat tad pastāv kļūdas iespējas risks. Lai izvairītos no situācijas, kad kartes ir apvienotas kļūdaini, bet vairs nav atdalāmas, arī pēc apvienošanas kartes ir jāturpina uzturēt lokālā līmenī.

No tēzes, ka karšu apvienošana nedrīkst būt neatgriezeniska darbība, izriet, ka karšu apvienošanas rezultāts nav globālā karte, bet gan karšu apvienošanas hipotēze. **Karšu apvienošanas hipotēze** ir trīsvietīgs korts, kura elementi ir divas apvienojamās kartes vai karšu apvienošanas hipotēzes un to savstarpējā transformācija (3.1. formula):

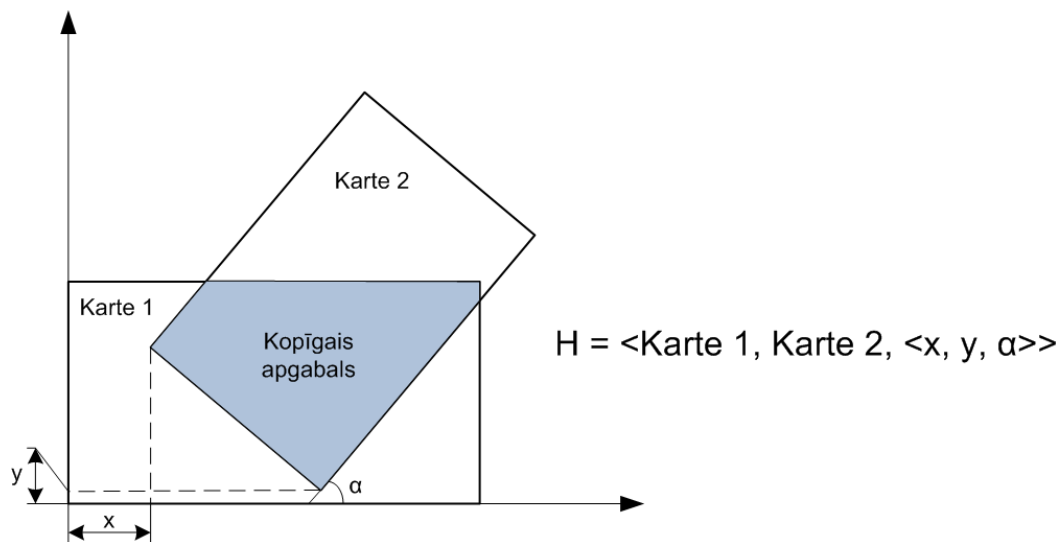
$$\langle \text{karte} \vee \text{hipotēze}, \text{karte} \vee \text{hipotēze}, \text{transformācija} \rangle \quad (3.1.)$$

Hipotēzes formāts grafiskā veidā ir attēlots 3.3. attēlā. Hipotēze satur informāciju par divām apvienotajām kartēm un transformāciju starp tām. Transformācija ir otrās kartes pozīcija attiecībā pret pirmo karti – translācijas pa X un Y asīm un rotācija.



3.3. att. Karšu apvienošanas hipotēzes atspoguļojums

Šāds hipotēzes atspoguļojums ļauj izmantot lokālās kartes globālās kartes sastādīšanā un noraidīt hipotēzes jebkurā laikā bez nepieciešamības atjaunot visu izvirzīto hipotēžu kartes. 3.4. attēlā ir redzams piemērs divu karšu transformācijai un tai atbilstošajai hipotēzei.



3.4. att. Divu karšu apvienojuma un tai atbilstošās hipotēzes piemērs

Hipotēzes var būt dažāda līmeņa. Vienkāršas hipotēzes attēlo apvienojumu starp divām robotu lokālajām kartēm (skatīt formulu 3.2.a.). Saliktas hipotēzes atspoguļo karšu apvienojumus, kurā vismaz viena no kartēm ir attēlota kā karšu apvienošanas hipotēze (skatīt

formulas 3.2.b. un 3.2.c.). Būtisks nosacījums ir, ka vienā karšu apvienošanas hipotēzē nedrīkst divreiz būt iekļauta viena un tā pati karte.

<karte1, karte2, <translācija x, translācija y, rotācija>> (3.2.a.)

<k1,
<k2, k3, <translācija x, translācija y, rotācija>>,&br/><translācija x, translācija y, rotācija>> (3.2.b.)

<<k1, k2, <translācija x, translācija y, rotācija>>,&br/><k3, k4, <translācija x, translācija y, rotācija>>,&br/><translācija x, translācija y, rotācija>> (3.2.c.)

Karšu apvienošanas hipotēzes ir būtiskas komponentes ReMMerg metodes trīs datu struktūrās, kuras izmanto uzticamas karšu apvienošanas realizēšanā:

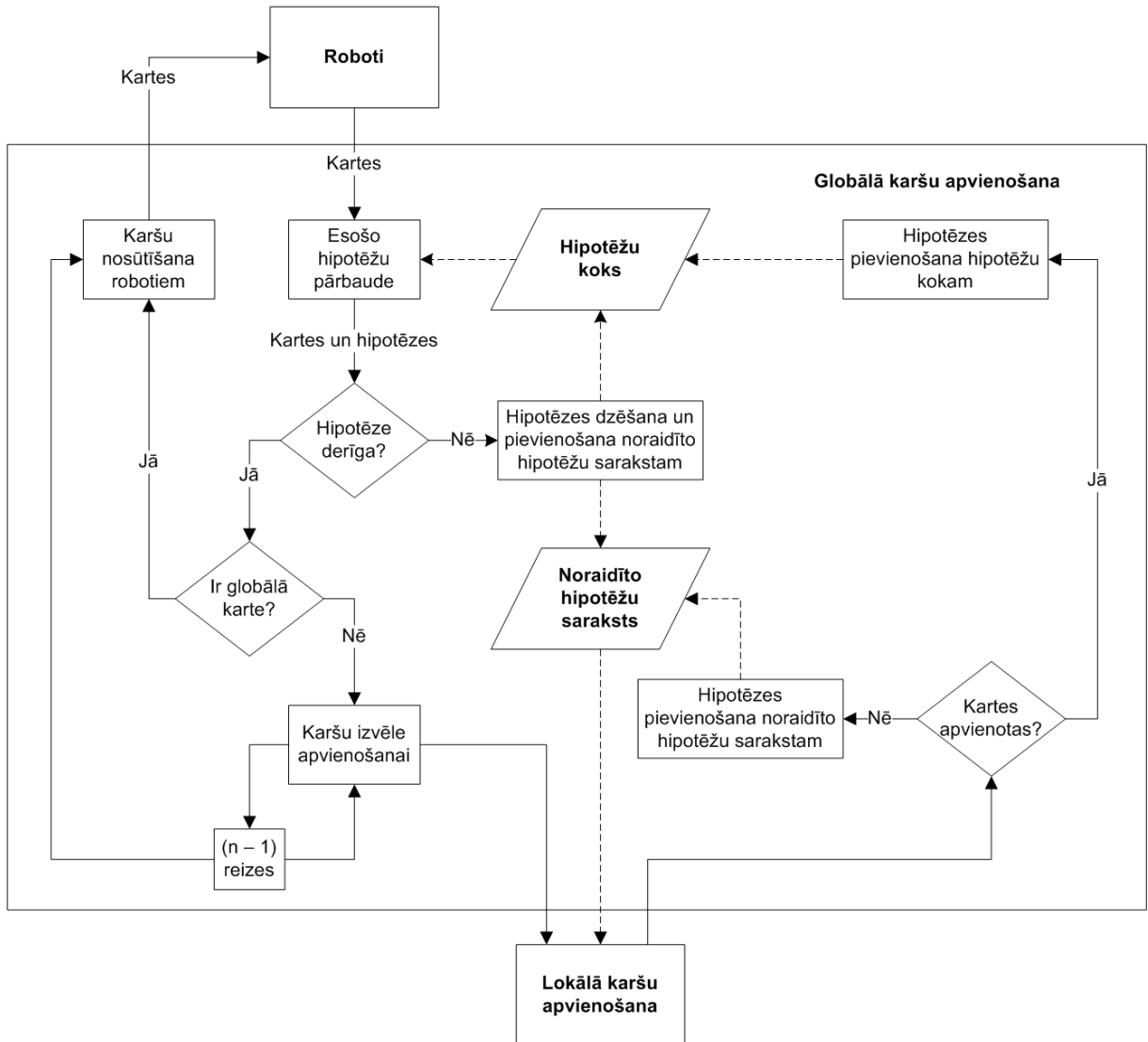
- Hipotēžu koks – hipotēžu hierarhija koka veidā, kas attēlo, kā savā starpā ir saistītas dažādu līmeņu karšu apvienošanas hipotēzes.
- Karšu apvienošanas vēsture – karšu pāru saraksts, kurš tiek izmantots nākamā karšu apvienojuma izvēlē, ņemot vērā karšu apvienošanas mēģinājumu skaitu.
- Noraidīto hipotēžu saraksts – saraksts, kurā tiek glabātas noraidītās karšu apvienošanas hipotēzes, lai novērstu to atkārtotu izvirzīšanu.

ReMMerg metode ir paredzēta karšu apvienošanai karšu sastādīšanas laikā. Katrs robots laika gaitā papildina savu lokālo karti un vēlāk lokālajām kartēm var būt kopīgi tādi apgabali, kuri nepārklājās agrākā telpas izpētes stadijā. Līdz ar to vēlākā laika momentā ir iespējami karšu apvienojumi, kas agrāk nebija iespējami. No tā izriet divi secinājumi:

- Globālo karti ne vienmēr var sastādīt vienā karšu apvienošanas iterācijā, jo nav garantijas, ka pašreizējā laika momentā robotu lokālo karšu starpā eksistē pietiekams pārklājums.
- Globālā karte, tāpat kā visi citi karšu apvienojumi, ir karšu apvienošanas hipotēze, kura var izrādīties nepareiza. Tomēr, kā tālāk demonstrēts 5. nodaļā, metode ļauj iegūt globālo karti, kura ir balstīta uz ticamām hipotēzēm.

3.2. Globālā karšu apvienošana

ReMMerg metodes globālās karšu apvienošanas daļa ir atbildīga par hipotēžu koka uzturēšanu un globālās kartes izveidi. Balstoties uz līdzšinējiem apvienojumiem, tiek nolemts, kuras kartes ir jāapvieno. 3.5. attēlā ir redzama globālās karšu apvienošanas norise.



3.5. att. Globālā karšu apvienošana

Roboti sāk vides izpēti, sastādot savas lokālās kartes. Kad katrs robots ir sastādījis daļēju telpas karti, var uzsākt karšu apvienošanu. Piemēram, ja kartes sastādīšanā piedalās trīs roboti un izveido lokālās kartes $m1$, $m2$, $m3$, tad mērķis ir iegūt globālo karti $m1+m2+m3$. Globālajā karšu apvienošanā tiek izmantotas robotu lokālās kartes, hipotēžu koki un karšu apvienošanas vēsture, lai noteiktu kādi apvienojumi ir nepieciešami pilnas globālās kartes iegūšanai.

Vispārīgs globālās kartes sastādīšanas process daudzu robotu sistēmas robotam (kas var būt arī viens centrālais aģents), kurš attēlots 3.5. attēlā, ir sekojošs:

- Robots saņem vienu vai vairākas citu robotu lokālās kartes un hipotēžu kokus.
- Tiek pārbaudītas visas robota lokālā hipotēžu koka hipotēzes. Ja tiek noteikts, ka kāda no tām ir kļūdaina, tad tā un no tās atkarīgās hipotēzes tiek dzēstas no hipotēžu koka, un tiek atjaunots noraidīto hipotēžu saraksts. Process ir aprakstīts 3.2.2. apakšnodaļā.
- Ja hipotēžu kokā ir vairākas augstākā līmeņa kartes vai arī augstākā līmeņa karte nesatur visas pieejamās robotu kartes, tad tiek veikta lokālā karšu apvienošana. Apvienojamo karšu izvēles process ir detalizēti aprakstīts 3.2.3. apakšnodaļā. Hipotēžu koka atjaunošana detalizēti ir aprakstīta 3.2.4. apakšnodaļā.
- Veiksmīgas lokālās karšu apvienošanas gadījumā tiek papildināts lokālais hipotēžu koks.
- Neveiksmīgas lokālās karšu apvienošanas gadījumā izvirzītā hipotēze tiek pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam.

3.2.1. Karšu apvienošanā izmantotās datu struktūras

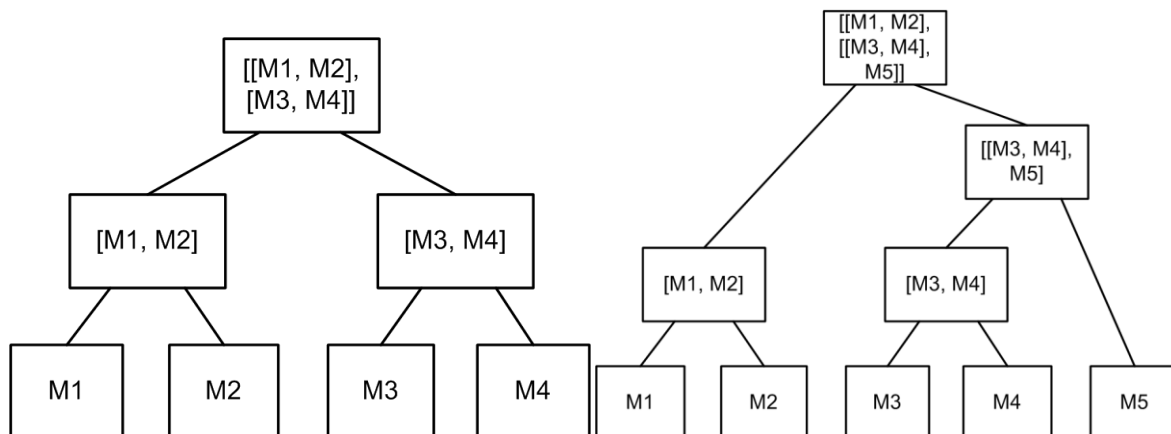
Kā minēts 3.1. apakšnodaļā „Karšu apvienošanas hipotēzes un to atspoguļošana”, ReMMerg metodē tiek izmantotas trīs specifiskas datu struktūras, katra no kurām pilda būtisku lomu karšu apvienošanā:

- **Hipotēžu koks** – hipotēžu hierarhija koka veidā.
- **Karšu apvienošanas vēsture** – karšu pāru saraksts un veikto apvienojumu skaits.
- **Noraidīto hipotēžu saraksts** – saraksts, kurā tiek glabātas noraidītās karšu apvienošanas hipotēzes.

3.2.1.1. Hipotēžu koks

Ar vienu karšu apvienošanas hipotēzi nepietiek, ja telpu pēta vienlaicīgi vairāk kā divi roboti. Aplūkotajā literatūrā autore nav saskārusies ne ar vienu karšu apvienošanas metodi, kas spētu bez pozīciju informācijas apvienot vairāk kā divas kartes vienlaicīgi. Tāpēc ir nepieciešama pakāpeniska karšu apvienošana, lai izveidotu telpas izpētē iesaistīto robotu globālo karti.

Ideālā gadījumā, kura piemērs attēlots 3.6. attēlā, globālo karti ir iespējams iegūt, veicot $n-1$ karšu apvienojumus (kur n ir robotu lokālo karšu skaits). Šādā gadījumā katra karte apvienošanai tiek izmantota precīzi vienu reizi.

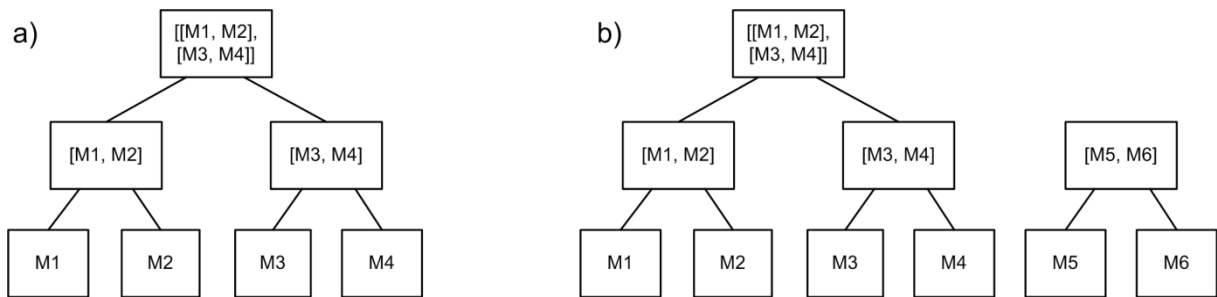


3.6. att. Hipotēžu koka piemēri minimālam apvienojumu skaitam četrus un piecus karšus gadījumā

Struktūra, kas atspoguļo karšu apvienojuma hipotēžu savstarpējās atkarības, darba ietvaros tiek saukta par hipotēžu koku. Formāli **hipotēžu koks** ir pilnu bināru koku kopa, kura atbilst sekojošiem nosacījumiem:

- Koka lapas ir robotu sastādītās lokālās kartes, un šīs lapas visā koku kopā ir unikālas, tas ir, katra lokālā karte parādās koku kopā kā lapa tieši vienu reizi;
- Katrs koka mezgls, kurš nav koka lapa, atspoguļo vienu karšu apvienošanas hipotēzi, un šī mezgla pēcteči ir lokālās kartes un/vai hipotēzes, kuru apvienojumam šī hipotēze ir izvirzīta;
- Katra koka sakne ir augstākā līmeņa karšu apvienošanas hipotēze.

Augstākā līmeņa karšu apvienošanas hipotēze ir hipotēze, kura nav iesaistīta nevienas citas hipotēzes tapšanā jeb tai atbilstošais mezgls nav pēctecis nevienam citam koka mezglam. Ja hipotēžu koku kopā ir tikai viens binārais koks, tad tā sakne jeb augstākā līmeņa karšu apvienošanas hipotēze ir **globālās kartes hipotēze**. 3.7. attēlā ir attēloti hipotēžu koku piemēri kopām ar vienu un diviem kokiem.



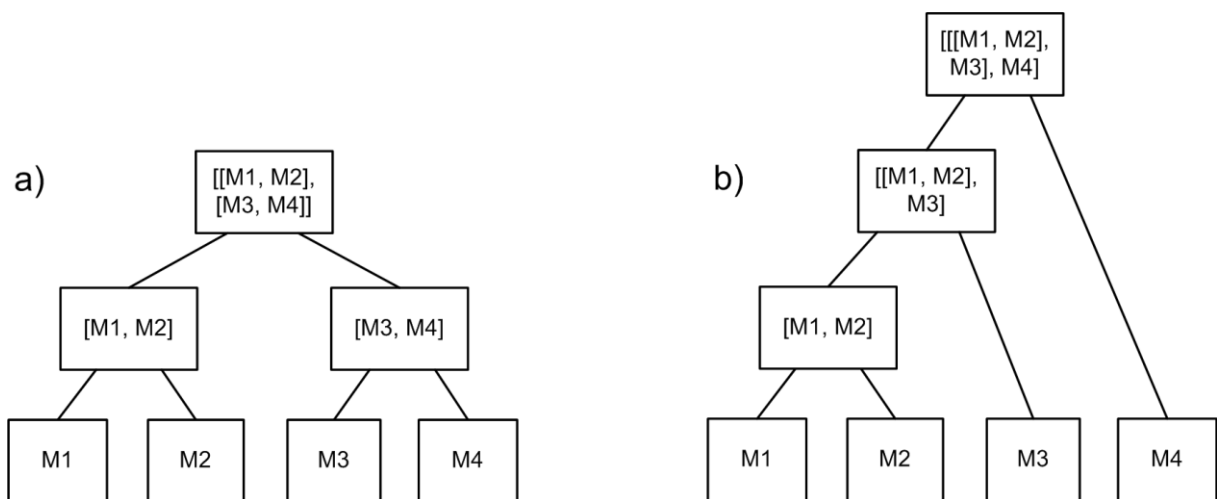
3.7. att. Hipotēžu koka piemēri: a) viena koka kopa, b) divu koku kopa

3.2.1.2. Karšu apvienošanas vēsture

ReMMerg metode izmanto karšu apvienošanas vēsturi, lai nodrošinātu pēc iespējas dažādus karšu apvienojumus. **Karšu apvienošanas vēsture** ir saraksts, kurā katrs saraksta elements ir kortežs, kas sastāv no trīs elementiem: (formula 3.3.): pirmās kartes, otrās kartes un abu karšu apvienojumu mēģinājumu skaita. Karšu secība nav būtiska, un katrs karšu pāris parādās sarakstā tikai vienu reizi.

$$\langle \text{karte1}, \text{karte2}, \text{karšu pāra apvienojumu skaits} \rangle \quad (3.3.)$$

Kā demonstrēts 2.2. apakšnodaļā, karšu apvienošanas secībai ir būtiska nozīme, un tā var ietekmēt ne tikai rezultāta kvalitāti, bet arī to, vai rezultāts vispār tiek iegūts. Līdz ar to liela nozīme ir pēc iespējas dažādu karšu apvienošanas variantu nodrošināšanā. 3.8. attēlā var redzēt, ka vienam un tam pašam karšu skaitam var tikt sastādīti dažādi hipotēžu koki. Neviens no šiem variantiem nav garantēti labāks par otru, un jebkurš no variantiem var būt vienīgais, kura rezultātā tiek iegūta pareiza globālā karte.



3.8. att. Dažādu hipotēžu koku struktūru piemēri piecām kartēm

Kaut arī globālo karti var iegūt ar dažādām karšu apvienošanas strukturām, praksē skaitļošanas ziņā izdevīgāk ir apvienot līdzīga izmēra kartes [Ami 2005]. Tāpēc pirms lokālo karšu apvienošanas ar hipotēzēm (3.8.a. attēls) prioritāte ir jādod mēģinājumam lokālās kartes apvienot savā starpā. Karšu apvienošanas vēstures kontekstā tas nozīmē, ka, izvēloties nākamo karšu pāri apvienošanai, pie vienāda karšu pāra apvienojumu mēģinājumu skaita prioritāte tiek dota pārim, kurā abas apvienojamās kartes ir lokālās kartes, jo vispārīgā gadījumā divu karšu apvienojums ir vismaz tāda paša izmēra karte kā jebkura no apvienošanā izmantotajām kartēm.

3.2.1.3. Noraidīto hipotēžu saraksts

Lokālajai karšu apvienošanai var izmantot dažādas metodes – gan stohastiskas [Bir 2006, Guo 2008], gan determinētas [Car 2008, Hua 2005, Top 2010]. Ja atkārtoti tiek apvienotas identiskas kartes, stohastiskas metodes spēj izvirzīt atšķirīgas karšu apvienošanas hipotēzes, bet determinētas metodes vienmēr iegūs vienu un to pašu rezultātu. Lai atkārtoti netiktu izvirzītas hipotēzes, kuras iepriekš ir atzītas par nederīgām, ReMMerg metodē tiek sastādīts noraidīto hipotēžu saraksts. **Noraidīto hipotēžu saraksts** ir saraksts, kurā tiek glabātas hipotēzes, kuru novērtējums ir zemāks par karšu apvienošanas hipotēzes apstiprināšanas sliekšni (no 2. nodaļas - rādītājs jeb sliekšnis, kuru pārsniedzot, divas robotu kartes tiek atzītas par līdzīgām, un karšu apvienošanas hipotēze tiek apstiprināta). Noraidīto hipotēžu saraksts tiek atjaunots divos gadījumos:

- Divu karšu apvienošanas mēģinājums ir neveiksmīgs.
- Hipotēžu koka pārbaudes laikā atklājas, ka izvirzītā hipotēze vairs nav ticama, tas ir, tās novērtējums vairs nepārsniedz hipotēzes apstiprināšanas sliekšni.

3.2.2. Esošo hipotēžu pārbaude un hipotēžu dzēšana

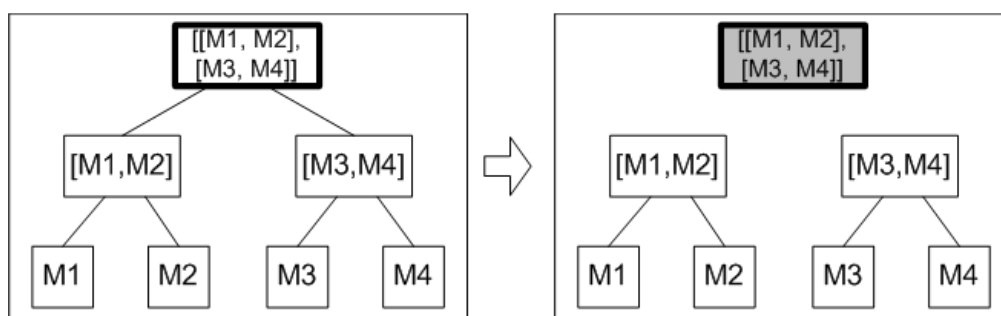
Robotu sastādītās lokālās kartes laika gaitā tiek papildinātas, un hipotēzes, kas agrākā telpas izpētes stadijā ir ticamas, vēlāk var izrādīties kļūdainas. Lai novērstu uz kļūdainām hipotēzēm balstītu jaunu hipotēžu izvirzīšanu, ReMMerg metodē pirms katras karšu apvienošanas tiek pārbaudītas esošās hipotēzes. Hipotēžu novērtēšanai var izmantot to pašu algoritmu, kurš tiek lietots lokālās karšu apvienošanas rezultātā izvirzīto hipotēžu pārbaudei (algoritma detalizēts apraksts atrodams 3.3.2. apakšnodaļā).

Ja pārbaudāmās karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums ir mazāks par noteikto hipotēzes apstiprināšanas sliekšni, tad hipotēze tiek noraidīta un pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam. Hipotēžu dzēšana var notikt pēc viena no vairākiem scenārijiem:

- Augstākā līmeņa hipotēzes dzēšana;
- Hipotēzes ar atkarībām hipotēžu kokā dzēšana
- Hipotēzes ar atkarībām noraidīto hipotēžu sarakstā dzēšana.

3.2.2.1. Augstākā līmeņa hipotēzes dzēšana

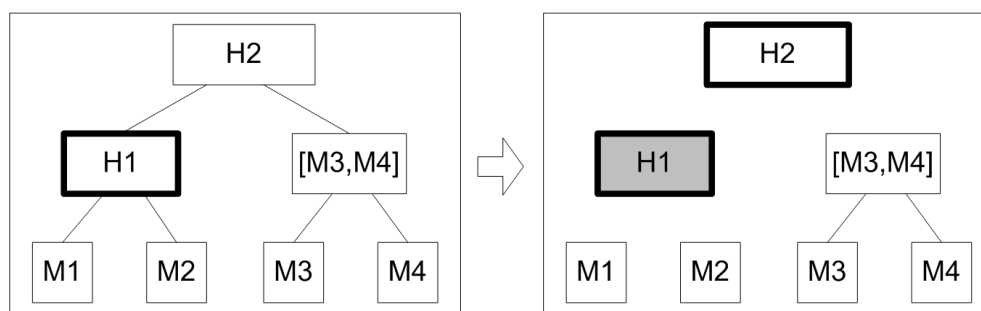
Augstākā līmeņa hipotēze ir tāda, no kuras nav atkarīga neviena cita hipotēze. Šajā scenārijā hipotēze tiek dzēsta un pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam. 3.9. attēlā (un tālāk 3.10. un 3.11. attēlos) ar trekno līniju ir apzīmēta dzēstā hipotēze, un ar pelēku krāsu iekrāsotas hipotēzes, kuras atrodas/tiek ievietotas noraidīto hipotēžu sarakstā.



3.9. att. Augstākā līmeņa hipotēzes dzēšanas piemērs.

3.2.2.2. Hipotēzes ar atkarībām hipotēžu kokā dzēšana

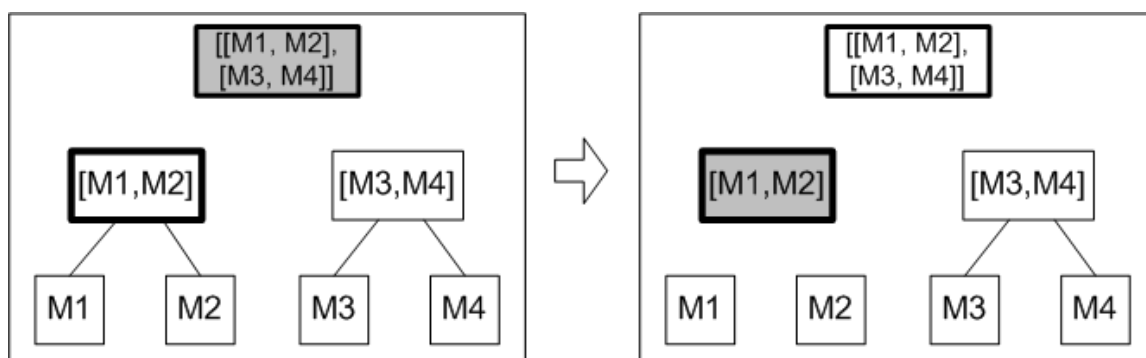
Ja noraidīta un dzēsta tiek hipotēze, piemēram, $H1 = \langle M1, M2 \rangle$ (uzskatāmības labad hipotēzes atspoguļojumā nav iekļauta transformācija), kura nepieder augstākajam līmenim un ir kaut vienas citas hipotēzes (piemēram, $H2 = \langle \langle M1, M2 \rangle, \langle M3, M4 \rangle \rangle$) sastāvdaļa, tad dzēstas tiek arī visas no tās atkarīgās hipotēzes. Piemērā, kas redzams, 3.10. attēlā, noraidīto hipotēžu sarakstā saglabāta tikai hipotēze H1, jo karšu apvienošanas hipotēze H2 atkārtoti netiks izvirzīta tā iemesla dēļ, ka vairs nav iespējama hipotēze H1.



3.10. att. Hipotēzes ar atkarībām dzēšanas piemērs

3.2.2.3. Hipotēzes ar atkarībām noraidīto hipotēžu sarakstā dzēšana

Ja tiek dzēsta hipotēze, no kuras ir atkarīgas noraidīto hipotēžu sarakstā saglabātas hipotēzes, tad noraidītā hipotēze tiek pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam, bet visas no tās atkarīgās hipotēzes no saraksta tiek izņemtas. No dzēstās hipotēzes atkarīgās hipotēzes atkārtoti nevarēs tikt izvirzītas, jo vairs nav iespējams izvirzīt to sastāvā esošo hipotēzi. 3.11. attēlā redzamajā piemērā tiek dzēsta augstākā līmeņa hipotēze $\langle M1, M2 \rangle$. No tās noraidīto hipotēžu sarakstā ir atkarīga hipotēze $\langle \langle M1, M2 \rangle, \langle M3, M4 \rangle \rangle$, un tā tiek dzēsta, jo vairs nav iespējama to saturošā hipotēze $\langle M1, M2 \rangle$, savukārt $\langle M1, M2 \rangle$ tiek pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam.



3.11. att. Hipotēzes ar atkarībām noraidīto hipotēžu sarakstā dzēšanas piemērs

Lokālo karšu hipotēzes, kas ir pievienotas noraidīto hipotēžu sarakstam, tajā tiek saglabātas līdz karšu sastādīšanas beigām. Noraidītās hipotēzes, kuras ir balstītas uz citām hipotēzēm, tiek saglabātas sarakstā tik ilgi, līdz tiek noraidīta kāda no to veidojošām hipotēzēm.

3.2.3. Apvienojamo karšu izvēlēšanās

Kā minēts 3.1. apakšnodaļā, globālās kartes sastādīšanai var būt nepieciešamas vairākas iterācijas. Katrā globālās kartes sastādīšanas iterācijā tiek risināti divi jautājumi:

- Cik karšu apvienojami ir jāveic pašreizējā iterācijā?
- Kādi karšu pāri ir jāapvieno?

3.2.3.1. Karšu apvienojumu skaita izvēle

Pirmais jautājums tiek risināts, aprēķinot augstākā līmeņa hipotēžu skaitu pašreizējā hipotēžu kokā. Ja augstākajā līmenī ir n hipotēzes, tad minimālais apvienojumu skaits, ar kādu ir iespējams iegūt globālo karti, ir vienāds ar $n - 1$ (jautājums apskatīts 3.2.1.1. apakšnodaļā),

bet maksimālais – C_n^2 (pārbaudot visas iespējamās karšu kombinācijas). Formula 3.4. attēlo iespējamo karšu apvienojumu skaita intervālu.

$$s \in [n - 1; C_n^2] \quad (3.4.)$$

, kur

s – nepieciešamais karšu apvienojumu skaits

n – augstākā līmeņa hipotēžu skaits hipotēžu kokā

C_n^2 – kombinācijas no n pa 2

Izvēlētais karšu apvienošanas mēģinājumu skaits ietekmē kopējo karšu apvienošanas laiku un varbūtību iegūt globālo karti. Jo lielāks ir karšu apvienošanas mēģinājumu skaits, jo lielāka ir varbūtība iegūt globālo karti pašreizējā iterācijā, bet ir arī nepieciešams ilgāks laiks karšu apvienošanai. Ne pie kāda apvienojumu skaita gan nav garantēts, ka tiks iegūta globālā karte (jo apvienošanas mēģinājumi var būt arī neveiksmīgi).

Konkrētā lietojumā karšu apvienojumu skaitu var izvēlēties, balstoties uz iepriekš zināmu informāciju par robotu sistēmu. Piemēram, ja ir zināms vidējais lokālo karšu apvienošanas ilgums un maksimālais laiks, ko robots var atļauties pavadīt, apvienojot kartes, tad apvienojumu skaitu var iegūt pēc formulām 3.5. un 3.6.:

$$s = t_{\max} / t_{\text{lok}} \quad (3.5.)$$

$$s = \begin{cases} n - 1, & \text{if } s < n - 1 \\ C_n^2, & \text{if } s > C_n^2 \\ s, & \text{if } s \in [n - 1; C_n^2] \end{cases} \quad (3.6.)$$

, kur

s – nepieciešamais karšu apvienojumu skaits

t_{\max} – maksimālais pieļaujамais laiks karšu apvienošanai

t_{lok} – vidējais lokālo karšu apvienošanas ilgums

n – augstākā līmeņa hipotēžu skaits hipotēžu kokā

C_n^2 – kombinācijas no n pa 2

Ja nav pieejama informācija par sistēmu, tad var izvēlēties jebkādu lokālo karšu apvienošanas skaitu formulā 3.4. definētā intervāla ietvaros. Ir iespējams izvēlēties arī

mazāku apvienojumu skaitu nekā norādīts formulā 3.4. (piemēram, izvēlēties fiksētu apvienojumu skaitu), bet tādā gadījumā pašreizējā iterācijā nekad netiks iegūta globālā karte.

3.2.3.2. *Karšu pāru izvēle*

Kad ir zināms karšu apvienošanas mēģinājumu skaits, ir jāizvēlas, kuri karšu pāri tiks apvienoti. Apvienošanai var tikt izvēlētas gan robotu lokālās kartes, gan karšu apvienošanas hipotēzes. Karšu pāru izvēle tiek veikta secīgi, un katrs nākamais pāris tiek izvēlēts tikai tad, kad ir pabeigts iepriekšējais karšu apvienošanas mēģinājums. Tādējādi nākamā apvienošanas mēģinājuma izvēlē tiek ņemti vērā iepriekšējo apvienojumu rezultāti. Informācija par iepriekšējo apvienojumu rezultātiem dod iespēju apvienošanai izvēlēties arī pašreizējā iterācijā izvirzītas karšu apvienošanas hipotēzes.

Karšu pāru izvēlē tiek izmantota karšu apvienošanas vēsture, kura attēlo katra iespējamā karšu pāra apvienošanas mēģinājumu skaitu. Karšu apvienošanas vēsturē sākotnēji tiek izveidotas visas iespējamās lokālo karšu kombinācijas, un tā karšu sastādīšanas gaitā tiek atjaunota trīs gadījumos:

- **Tiek izvirzīta jauna karšu apvienošanas hipotēze.** Šajā gadījumā tiek izveidoti jauni karšu pāri ar visām pārējām kartēm/hipotēzēm un to apvienojumu skaits tiek uzstādīts vienāds ar 0. Tiek ievērots tas, ka pāri nedrīkst divreiz atkārtoties viena un tā pati lokālā karte. **Piemērs:** karšu sastādīšanas sistēmā ir četri roboti, kuri sastāda lokālās kartes M1, M2, M3 un M4. Telpas izpētes laikā tiek izvirzīta hipotēze $H = \langle M1, M2, \langle \text{transformācija} \rangle \rangle$. Karšu apvienošanas vēsture tiek papildināta ar diviem ierakstiem $\langle H, M3, 0 \rangle$ un $\langle H, M4, 0 \rangle$. Ieraksti $\langle H, M1, 0 \rangle$ un $\langle H, M2, 0 \rangle$ netiek pievienoti, jo M1 un M2 ir iesaistītas H veidošanā.
- **Tiek dzēsta eksistējoša karšu apvienošanas hipotēze.** No karšu apvienošanas vēstures tiek dzēsti visi tie pāri, kuros ir iekļauta dzēstā karšu apvienošanas hipotēze.
- **Tiek veikts karšu apvienošanas mēģinājums.** Neatkarīgi no tā, vai mēģinājums ir sekmīgs vai nesekmīgs, attiecīgajam pārim karšu apvienošanas vēsturē apvienojumu mēģinājumu skaits tiek palielināts par 1.

Pirms lokālo karšu apvienošanas ar hipotēzēm prioritāte tiek dota mēģinājumam lokālās kartes apvienot savā starpā (pamatojums atrodams 3.2.1.2. apakšnodaļā). Izvēloties nākamo

karšu pāri apvienošanai, pie vienāda karšu pāra apvienojumu mēģinājumu skaita prioritāte tiek dota pārim, kurā abas apvienojamās kartes ir lokālās kartes.

3.2.4. Hipotēžu koka uzturēšana

Kā definēts 3.2.1.1. apakšnodaļā, hipotēžu koks ir pilnu bināru koku kopa. Tas tiek atjaunots divos gadījumos:

- **Hipotēžu pievienošana.** Karšu apvienošanas laikā tiek izvirzīta jauna hipotēze, kura pārsniedz hipotēzes apstiprināšanas sliekšni.
- **Hipotēžu dzēšana.** Hipotēžu koka pārbaudes laikā atklājas, ka izvirzītā hipotēze vairs nav ticama, tas ir, tās novērtējums vairs nepārsniedz hipotēzes apstiprināšanas sliekšni.

3.2.4.1. Hipotēžu pievienošana

Jauna hipotēze aktuālajam karšu apvienošanas hipotēžu kokam tiek pievienota gadījumā, kad ir veikts lokālās karšu apvienošanas mēģinājums un hipotēzes novērtējums ir lielāks vai vienāds ar izvēlēto karšu apvienošanas hipotēzes apstiprināšanas sliekšni.

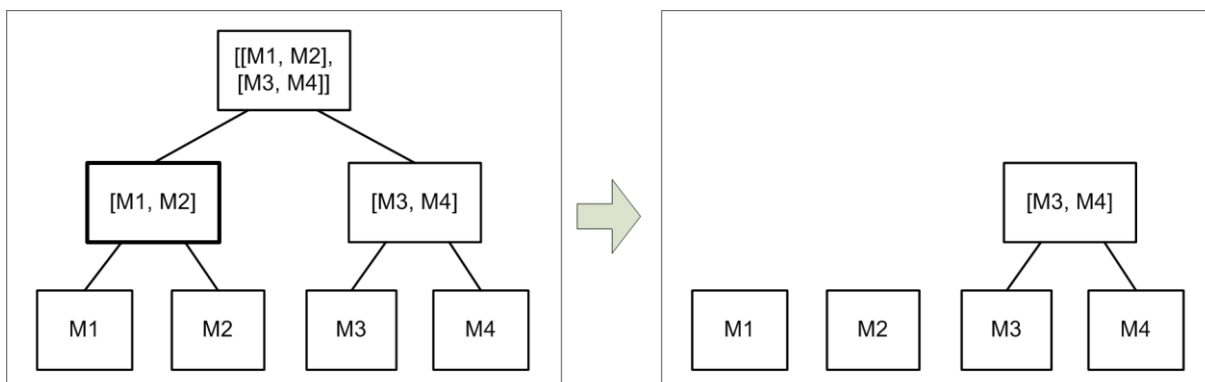
Piemērs: Karšu apvienošanas hipotēzes apstiprināšanas sliekšnis ir izvēlēts vienāds ar 0.97, un daudzu robotu sistēmā darbojas trīs roboti, kuri sastāda lokālās kartes M1, M2 un M3. Pirmais karšu apvienošanas mēģinājums tiek veikts starp kartēm M1 un M2, un iegūtās hipotēzes novērtējums ir 0.85. Novērtējums ir mazāks par uzstādīto sliekšni, un hipotēze tiek pievienota noraidīto hipotēžu sarakstam. Otrais karšu apvienošanas mēģinājums notiek starp kartēm M2 un M3, un iegūtās hipotēzes novērtējums ir 0.98, kas ir pietiekams, lai hipotēze tiktu uzskatīta par ticamu. Hipotēze <M1, M2, <transformācija>> tiek pievienota hipotēžu kokam.

3.2.4.2. Hipotēžu dzēšana

Hipotēze no hipotēžu koka tiek dzēta, kad koka pārbaudes laikā atklājas, ka izvirzītā hipotēze vairs nav ticama, tas ir, tās novērtējums vairs nepārsniedz hipotēzes apstiprināšanas sliekšni. Ja hipotēze tiek dzēta, tad, lai tā netiktu neizvirzītu atkārtoti, to saglabā noraidīto hipotēžu sarakstā.

Augstākā līmeņa hipotēzes ir izvirzītas, hierarhiski apvienojot zemāka līmeņa kartes un/vai hipotēzes. Telpas izpētes laikā roboti papildina lokālās kartes, un attiecīgi mainās arī apvienojumi, kas ir balstīti uz šīm kartēm. Augstākā līmeņa kartes tiek pakāpeniski sastādītas no zemāka līmeņa kartēm, un katrs solis tiek pārbaudīts. Ja atklājas, ka pārbaudāmā hipotēze vairs nav ticama, tad šī hipotēze tiek dzēsta un kopā ar to tiek dzēstas arī visas augstāku līmeņu hipotēzes, kas no tās ir atkarīgas.

3.12. attēlā ir redzams šādas situācijas piemērs. Globālā hipotēze $\langle\langle M1, M2 \rangle, \langle M3, M3 \rangle\rangle$ ir balstīta uz hipotēzēm $\langle M1, M2 \rangle$ un $\langle M3, M4 \rangle$. Hipotēžu koka pārbaudē atklājas, ka hipotēze $\langle M1, M2 \rangle$ ir kļūdaina. Tas nozīmē, ka arī hipotēze $\langle\langle M1, M2 \rangle, \langle M3, M3 \rangle\rangle$ vairs nav ticama. Abas hipotēzes tiek dzēstas, atstājot hipotēžu kokā tikai vienu karšu apvienošanas hipotēzi $\langle M3, M4 \rangle$. Lai atjaunotu globālo karšu apvienošanas hipotēzi, ir jāveic jauni karšu apvienojumi.



3.12. att. Hipotēzes noraidīšanas piemērs

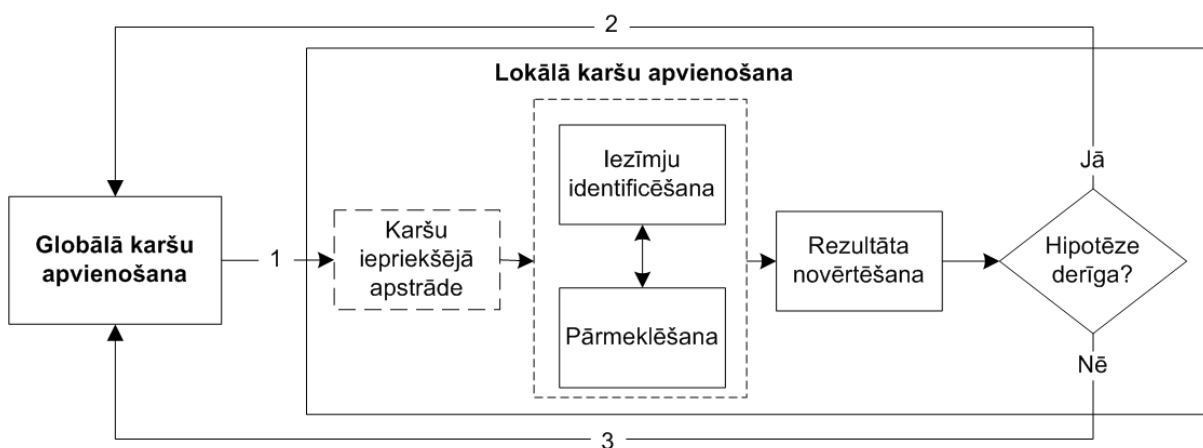
Ja noraidītā hipotēze ir augstākā līmeņa hipotēze, tad tiek dzēsta tikai tā, un zemāka līmeņa hipotēzes netiek skartas.

3.3. Lokālā karšu apvienošana

Lokālā karšu apvienošanas daļa ReMMerg metodē realizē lokālās karšu apvienošanas aspektu – karšu savstarpējā novietojuma meklēšanu, karšu apvienošanu, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšanu. Lokālās karšu apvienošanas rezultātā tiek izvirzīta **karšu apvienošanas hipotēze**.

Lokālās karšu apvienošanas process ReMMerg metodē ir attēlots 3.13. attēlā. No globālās karšu apvienošanas daļas tiek saņemts apvienojamo karšu pāris, kā arī noraidīto hipotēžu

saraksts. Pēc lokālās karšu apvienošanas rezultāts ir karšu apvienošanas hipotēze vai arī ziņojums par neveiksmīgu apvienošanas mēģinājumu.



3.13. att. Lokālās karšu apvienošanas process

Informācijas plūsmas 3.13. attēlā: 1) apvienojamo karšu pāris un noraidīto hipotēžu saraksts; 2) karšu apvienošanas hipotēze; 3) ziņojums par karšu apvienošanas neizdošanos.

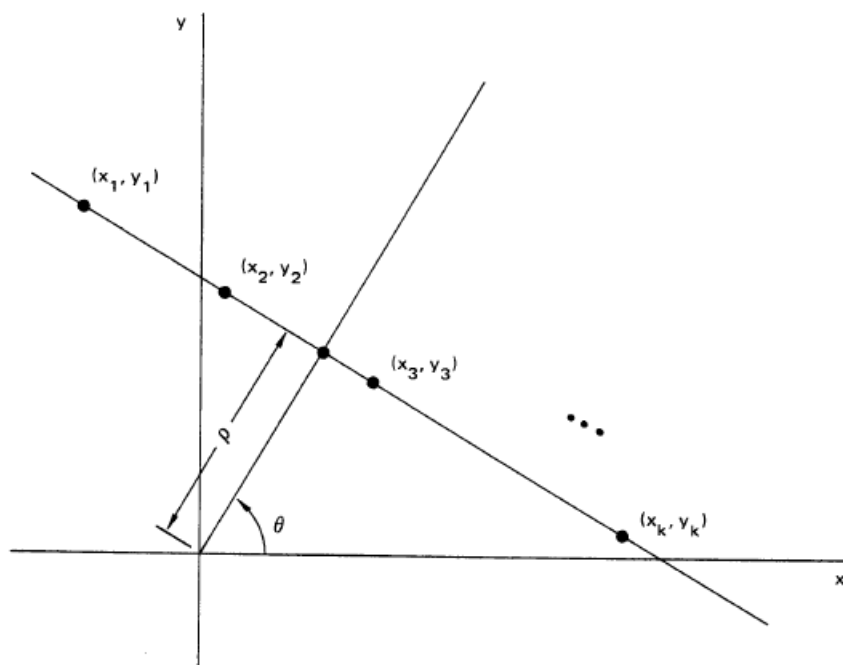
Tālāk nodaļā ir aprakstītas trīs lokālās karšu apvienošanas daļas – iezīmju telpa un pārmeklēšanas stratēģija (apakšnodaļa 3.3.1. Lokālo karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju) un karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums (apakšnodaļa 3.3.2. Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums lokāli neprecīzām kartēm). Karšu iepriekšējā apstrāde nav obligāta, un var izmantot jebkādu apstrādes veidu, ja tas nav pretrunā ar algoritmu, kas tiek izmantots karšu savstarpējās transformācijas meklēšanai.

3.3.1. Lokālo karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju

Promocijas darba ietvaros ReMMerg metode izmanto karšu apvienošanu, izmantojot Hjū transformāciju (angliski *Hough Transformation*) [Car 2008]. Šī metode pilnīgi atbilst ReMMerg metodes darbības videi: tā ir paredzēta aizņemtības režģu karšu apvienošanai ar nezināmām relatīvajām koordinātu sistēmām daudzu robotu sistēmās, kurās karšu apvienošana ir tikai viens no uzdevumiem, un attiecīgi veicams ātri [Car 2008]. Kā demonstrēts tālāk 5. nodaļā, šī lokālās karšu apvienošanas metode ir spējīga apvienot lokāli neprecīzas kartes. Turklāt karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju, ļauj iegūt vairākas karšu apvienošanas hipotēzes [Car 2008].

Izmantotās lokālo karšu apvienošanas metodes galvenā ideja ir Hjū spektru izgūšana no robotu lokālajām kartēm un savstarpējo korelāciju meklēšana starp diviem spektriem [Car

2008]. Iezīmju telpa un pārmeklēšanas stratēģija ir savā starpā cieši saistītas, un pārmeklēšana izpaužas tikai kā lokālo maksimumu meklēšana iezīmju telpās – sastādītajos spektros. Hjū spektra izgūšanai tiek izmantota Hjū transformācija, kas pārveido katru attēla punktu (jeb karšu apvienošanas gadījumā aizņemtības režģa šūnu), kas atspoguļots Dekarta koordinātu sistēmā, par taisni parametru telpā, kuras parametri ir līnijas perpendikula leņķis θ un attālums ρ no atskaites punkta līdz taisnei (piemēru skatīt 3.14. attēlā) [Dud 1972]. Šī parametru telpa tiek saukta arī par polāro koordinātu sistēmu [Car 2008].



3.14. att. Dekarta koordinātu sistēmas un polārās koordinātu sistēmas saistība [Dud 1972]

Matemātiski Dekarta koordinātu sistēmas un polārās koordinātu saistību attēlo 3.7. formula. Ja θ ir ierobežots intervālā $[0, \pi)$, tad katrai taisnei Dekarta koordinātu sistēmā atbilst tieši viens punkts polārajā koordinātu sistēmā [Dud 1972].

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho \quad (3.7.)$$

, kur

x, y – koordinātes Dekarta koordinātu sistēmā

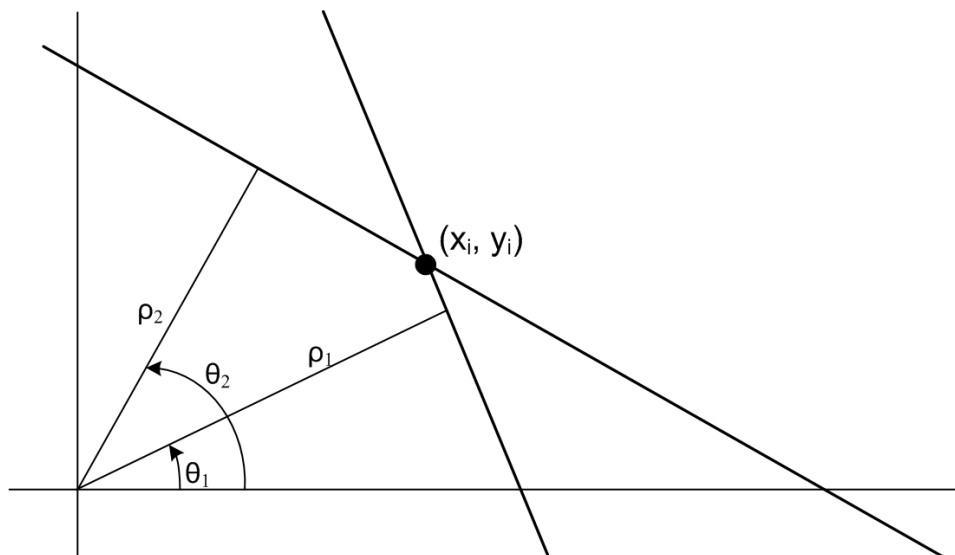
θ – leņķis polārajā koordinātu sistēmā

ρ – attālums polārajā koordinātu sistēmā

Katrs punkts Dekarta koordinātu sistēmā var piederēt vairākām taisnēm, kā to ilustrē 3.15. attēls. Lai padarītu Hjū spektra aprēķināšanu ātrāku, taisņu meklēšanai parasti izmanto

Diskretizēto Hjū transformāciju (turpmāk tekstā *DHT*), ierobežojot leņķu θ un attālumu ρ iespējamo vērtību skaitu. Tādējādi DHT var atspoguļot kā matricu ar θ_S kolonnām un ρ_S rindām [Car 2008].

Piemēram, ja taisņu leņķis θ ir ierobežots intervālā $[0, 2\pi)$ ik pēc viena grāda, un iespējamās attāluma ρ vērtības ir veseli skaitļi intervālā $[0, 100)$, tad DHT matricai ir 360 kolonnas un 100 rindas.



3.15. att. Punkts Dekarta koordinātu sistēmā, kuram atbilst divas taisnes polārajā koordinātu sistēmā

DHT tiek izmantots Hjū spektra iegūšanai, kas atspoguļo konkrētu līniju virzienu biežumu kartē. Hjū spektru aprēķina, izmantojot 3.8. formulu, kur solis ir $v = 2\pi/\theta_S$ [Car 2008].

$$HS_M(k) = \sum_{i=1}^{\rho_S} HT_M(i, k)^2, 1 \leq k \leq \theta_S \quad (3.8.)$$

, kur

$HS_M(k)$ – Hjū spektra vērtība leņķim k kartē M

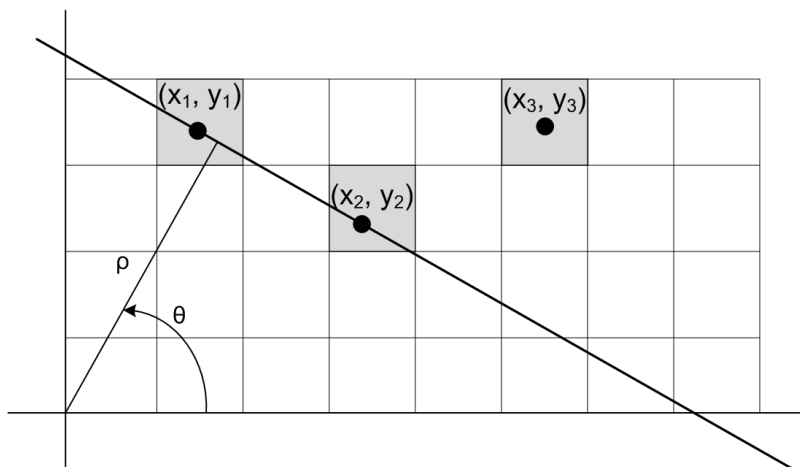
HT_M – Hjū transformācija kartei M

θ_S – DHT matricas kolonnu skaits (leņķa θ paraugu skaits)

ρ_S – DHT matricas rindu skaits (attāluma ρ paraugu skaits)

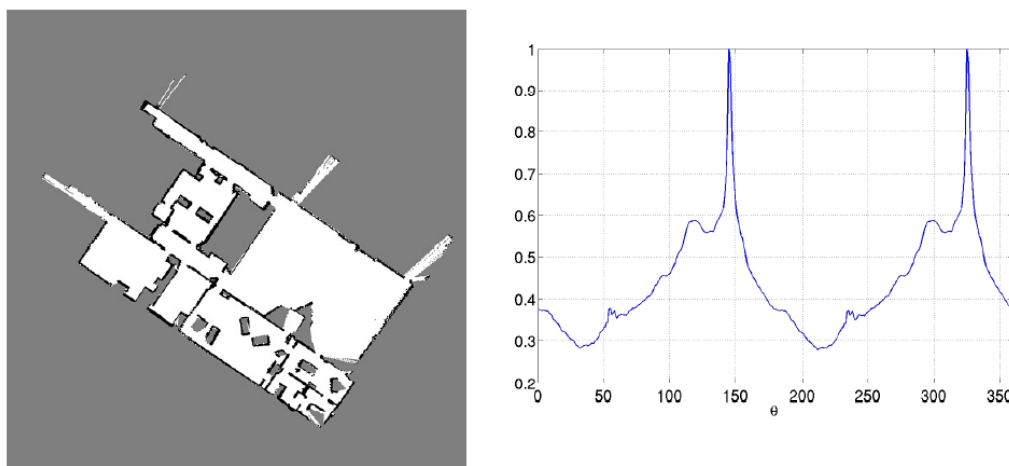
Hjū transformācijas vērtība $HT_M(i, k)$ taisnei (ρ, θ) , kur $\rho = i$ un $\theta = k$, tiek aprēķināta, saskaitot visas aizņemtības režģa kartes aizņemtās šūnas, kuras var būt tās sastāvā [Car 2008].

Hjū transformācijas piemērs ir redzams 3.16. attēlā. Aizņemtības režģim ir trīs aizņemtas šūnas - (x_1, y_1) , (x_2, y_2) un (x_3, y_3) . Šūnas (x_1, y_1) un (x_2, y_2) pieder taisnei (ρ, θ) , bet (x_3, y_3) nepieder. No tā izriet, ka dotajā piemērā $HT_M(\rho, \theta)$ vērtība ir vienāda ar 2.



3.16. att. Hjū transformācijas piemērs aizņemtības režģim

Pielietojot 3.8. formulu, tiek iegūts Hjū spektrs, kurš attēlo, kuri taisņu virzieni ir biežāk sastopami aplūkotajā kartē. Normalizēta Hjū spektra piemērs ir redzams 3.17. attēlā. Šajā piemērā visbiežāk sastopamais taisņu virziens ir 150 un 330 grādi.



3.17. att. Karte un tai atbilstošais normalizēts Hjū spektrs [Car 2008].

Lai atrastu apvienojamo karšu iespējamās savstarpējās rotācijas, [Car 2008] metode meklē korelācijas starp iegūtajiem Hjū spektriem. Korelācija tiek aprēķināta, izmantojot 3.9. formulu. Spektru korelācijas lokālie maksimumi norāda, par kādu leņķi būtu jāpagriež karte M_2 attiecībā pret karti M_1 , lai iegūtu karšu apvienojumu [Car 2008].

$$CC_{M_1 M_2}(k) = \sum_{i=1}^{\theta_S} HT_{M_1}(i) HT_{M_2}(i+k) \quad 1 \leq k \leq \theta_S \quad (3.9.)$$

, kur

$CC_{M_1 M_2}(k)$ - karšu M_1 un M_2 savstarpējā korelācija

HT_{M_1} un HT_{M_2} - karšu M_1 un M_2 Hjū spektri

Kad ir zināma karšu savstarpējā rotācija, tad ir relatīvi vienkārši iegūt translācijas uz X un Y asīm. No katras kartes M_1 un M_3 (kas ir M_2 , pagriezta par iegūto rotācijas leņķi), izmantojot formulas 3.10 un 3.11., tiek izgūti divi papildus spektri – X un Y spektri. Šie spektri pēc būtības ir karšu projekcijas uz koordinātu sistēmas asīm, un korelācijas lokālie maksimumi starp spektriem rāda iespējamās translācijas karšu starpā [Car 2008].

$$SX_M(j) = \begin{cases} \sum_{i=1}^r M(i, j), ja \ 1 \leq j \leq c \\ 0 \text{ pretējā gadījumā} \end{cases} \quad (3.10.)$$

$$SY_M(i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^c M(i, j), ja \ 1 \leq i \leq r \\ 0 \text{ pretējā gadījumā} \end{cases} \quad (3.11.)$$

, kur

SX_M – kartes X spektrs

SY_M – kartes Y spektrs

$M(i, j)$ – kartes M šūnas (i, j) vērtība

c – kolonnu skaits

r – rindu skaits

3.3.2. EvalIM – Hipotēzes novērtējums lokāli neprecīzām kartēm

Promocijas darba ietvaros ir izstrādāts un piedāvāts karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums EvalIM (saīsinājums no Evaluation of Map Merging Hypothesis for Locally

Inaccurate Maps), kas spēj novērtēt lokāli neprecīzu karšu līdzību, kā arī ļauj mainīt konkrētu šūnu tipa ietekmi uz rezultātu.

Veiksmīgai izmantošanai daudzu robotu sistēmās karšu sastādīšanas laikā karšu apvienošanas hipotēzes novērtējumam ir jābūt noturīgam pret karšu lokālām neprecizitātēm. Lokālas neprecizitātes atspoguļo robota sensoru kļūdas un lokālas novirzes no reālās robota atrašanās vietas. Robotu sensoru un efektoru nepilnības neļauj sastādīt pilnīgi precīzas kartes [Thr 2006], tāpēc visas reālās robotu sistēmās sastādītās kartes ir vai nu lokāli vai globāli neprecīzas. Karšu apvienošanā parasti netiek aplūkotas globālo neprecīzas kartes to apvienošanas sarežģītības dēļ [Kon 2003, Bir 2006, Guo 2008, Aln 2010, Car 2008], un tiek aplūkotas tikai lokāli neprecīzas kartes. Par spīti tam, no esošo karšu apvienošanas hipotēžu novērtējumu apskata 2.1.2. apakšnodaļā izriet, ka uz doto brīdi trūkst veida, kā novērtēt aizņemtības režģu karšu apvienošanas hipotēzes, ņemot vērā, ka kartes ir lokāli neprecīzas.

Otrs būtisks trūkums esošajiem aizņemtības režģu novērtējumiem ir tas, ka tie aplūko visus karšu šūnu tipus kā vienlīdz nozīmīgus [Bir 2006, Car 2008]. Tomēr svarīgākā informācija aizņemtības režģu kartēs tiek glabāta šūnās ar vērtību ‘aizņemts’. ‘Aizņemtās’ šūnas ir šūnas, kuras attēlo vides šķēršļus. Eksistē arī tādas lokālo karšu apvienošanas metodes, kurās tiek ņemtas vērā tikai ‘aizņemtās’ šūnas [Car 2008]. Tāpēc ‘aizņemto’ šūnu līdzībai vajadzētu ietekmēt karšu savietojuma novērtējumu vismaz tikpat daudz vai vairāk kā ‘brīvo’ šūnu līdzībai.

Neviens no literatūrā aplūkotajiem aizņemtības režģu karšu apvienošanas hipotēžu novērtējumiem nedod iespēju mainīt konkrēta šūnas tipa ietekmi uz rezultātu. Tiešajā šūnu vērtību salīdzināšanā [Birk 2006] lielākā ietekme ir skaitliski lielākajam šūnu tipam, kas parasti ir ‘brīvās’ šūnas, un to ietekmes stiprums ir atkarīgs no konkrēto karšu īpatnībām. Daudzi karšu apvienošanas pētnieki nemaz neapskata rezultātā novērtēšanu kā karšu apvienošanas komponenti [Top 2010, Ami 2005, Bal 2010].

Lai risinātu augstāk minētos karšu apvienošanas novērtējumu trūkumus, promocijas autore ir izstrādājusi karšu apvienošanas novērtējumu, kas spēj novērtēt lokāli neprecīzu karšu līdzību, kā arī ļauj mainīt konkrētu šūnu tipa ietekmi uz rezultātu.

EvaLIM vērtība tiek aprēķināta, izmantojot formulu 3.12.

$$SM_{m_1, m_2} = w_{occ} * s_{occ} + (1 - w_{occ}) * s_{free} \quad (3.12.)$$

, kur

w_{occ} – ‘aizņemto’ šūnu svars

s_{occ} – ‘aizņemto’ šūnu līdzības novērtējums

s_{free} – ‘brīvo’ šūnu līdzības novērtējums

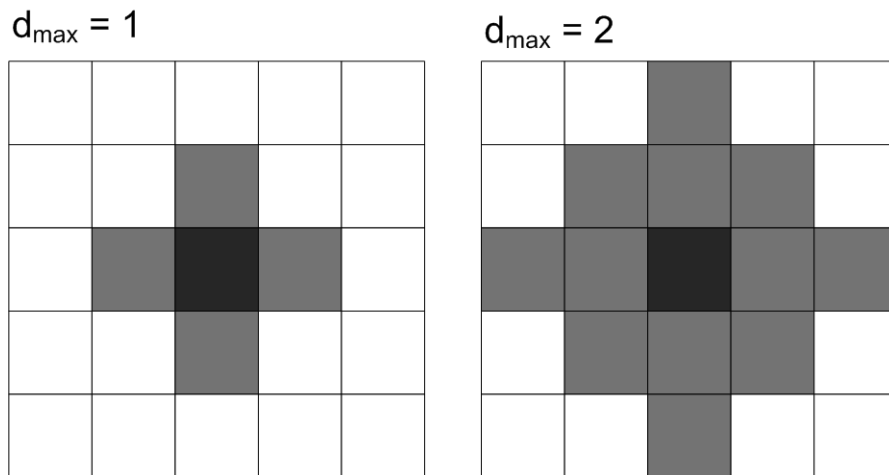
‘Aizņemto’ šūnu svars var pieņemt jebkuru vērtību no 0 līdz 1. Ja šī vērtība ir lielāka par 0.5, tad ‘aizņemto’ šūnu līdzība tiek uzskatīta par svarīgāku nekā ‘brīvo’ šūnu līdzība. ‘Aizņemto’ un ‘brīvo’ šūnu līdzības novērtējums var pieņemt jebkuru vērtību no 0 līdz 1, kur ‘0’ nozīmē, ka starp abu karšu šūnām nav nekādas līdzības, bet ‘1’ atspoguļo novērtējuma kontekstā identiskas šūnu vērtības. ‘Aizņemto’ un ‘brīvo’ šūnu līdzība tiek aprēķināta atšķirīgi.

Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums karšu apvienošanas metodē tiek izmantots divās situācijās:

- Lokālās karšu apvienošanas kontekstā karšu līdzības novērtējums tiek izmantots, lai novērtētu, cik ticama ir aplūkotā karšu apvienošanas hipotēze.
- Globālās karšu apvienošanas kontekstā karšu līdzības novērtējums tiek izmantots, lai novērtētu, cik veiksmīgi robotu kartes ir apvienotas līdz šim, balstoties uz jaunu ienākošo informāciju. Karšu līdzības novērtējums ir īpaši nozīmīgs gadījumos, kad karšu apvienošanas rezultāts ir pārbaudāms – roboti balstās uz tās novērtējumu turpmākā telpas izpētes laikā un saglabā iespēju karšu apvienošanas hipotēzi noraidīt brīdī, kad tiek konstatēts, ka kartes pie pašreizējās transformācijas vairs nav saskanīgas.

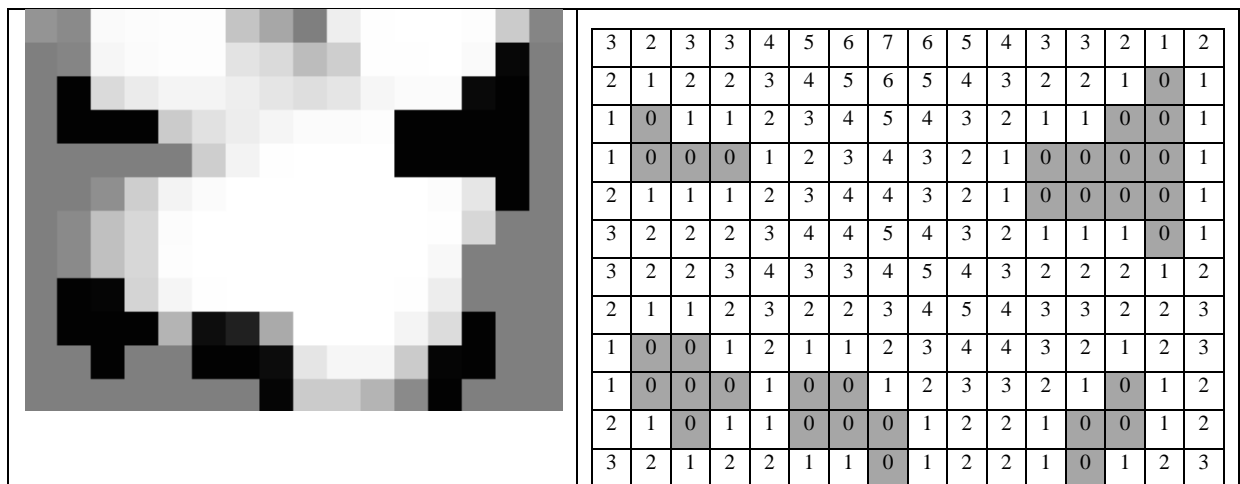
3.3.2.1. *EvaLIM aizņemto šūnu līdzības novērtējums*

Aprēķinot ‘aizņemto’ šūnu līdzību, ir nepieciešams viens parametrs – sliekšnis d_{max} , kas raksturo, cik tālu var sniegties karšu sastādīšanas kļūda konkrētajās kartēs. Šis sliekšnis definē Manhetenas attālumu, kurā divas šūnas tiek uzskatītas ‘sasniedzamas’ – pietiekami tuvu, lai tās varētu atainot vienu un to pašu šķērsli. 3.18. attēlā ir redzams, kā sliekšnis ietekmē kartes līdzīgo šūnu novērtējumu. Melnā krāsā ir iekrāsotas ‘aizņemtās’ šūnas, un pelēkā krāsā ir iekrāsotas tās šūnas, kuras tiek uzskatītas par iespējamo kļūdas robežu pie dotā sliekšņa. Ja iekrāsotajā apgabalā otrā kartē atrodas kaut viena ‘aizņemta’ šūna, tad šūnas tiek atzītas par līdzīgām.



3.18. att. Slišķņa ietekmes piemērs ‘aizņemtai’ kartes šūnai

‘Aizņemto’ šūnu līdzība tiek aprēķināta, sastādot un izmantojot karšu **attāluma režģus**. Kartes attāluma režģis attēlo katras šūnas Manhetenas attālumu līdz tuvākajai šūnai ar iepriekš noteiktu mērķa vērtību (šajā gadījumā tā ir šūna ar vērtību ‘aizņemts’ vai ‘brīvs’) [Bir 2006]. 3.19. attēlā redzams aizņemtības režģa kartes un tai atbilstošās ‘aizņemto’ šūnu attāluma režģa piemērs.



3.19. att. Attāluma režģa piemērs

Attāluma režģim tādā formā, kā tas ir redzams 3.19. attēlā, ir vairāki trūkumi karšu salīdzināšanas kontekstā. Būtiskākā nepilnība ir attāluma aprēķināšana pilnīgi visām aizņemtības režģa šūnām – arī tām, kuru vērtība ir ‘nezināms’. Tādējādi, piemēram, no ‘aizņemtās’ šūnas tālu esošai ‘nezināmu’ šūnu grupai attāluma režģī tiks piešķirtas augstas vērtības, kas tās automātiski padarīs par atšķirīgām no ‘aizņemtās’ šūnas otrā kartē un samazinās karšu līdzības vērtējumu, kaut arī nezināmas šūnas neizslēdz iespēju, ka attiecīgajā vides apgabalā atrodas šķērslis. Piemērs redzams 3.20. attēlā.

Ja otrā kartē te ir 'aizņemtās' šūnas, tad tās tiks fiksētas kā atšķirīgas

3	4	5	6	7
2	3	4	5	6
1	2	3	4	5
	1	2	3	4
		1	2	3

3.20. att. Attāluma režģa problēmas ar 'nezināmām' šūnām piemērs

Cits trūkums izpaužas gadījumā, kad vienā kartē 'aizņemta' šūna atbilst otras kartes 'brīvai' šūnai, bet 'brīvā' šūna atrodas netālu no 'nezināmu' šūnu grupas. 'Nezināmajā' apgabalā var atrasties šķērslis un ir iespējams, ka nesakrītība rodas lokālu neprecizitāšu dēļ, bet klasiskā attāluma režģa forma šo problēmu nespēj atrisināt. Piemērs ir aplūkojams 3.21. attēlā.

'Brīvas' šūnas					'Aizņemtās' šūnas				
3	4	5	6	7	2	1		1	2
2	3	4	5	6	2	2	1		1
1	2	3	4	5	1	2	2	1	2
	1	2	3	4		1	2	2	3
		1	2	3			1	2	3

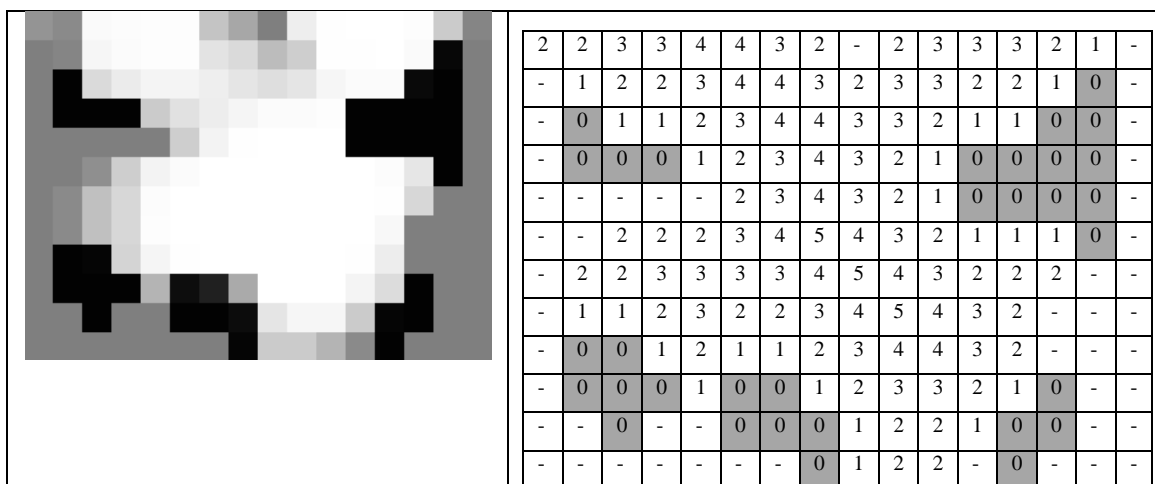
3.21. att. Attāluma režģa problēmas ar tuvu 'nezināmām' esošām šūnām piemērs

Lai pielāgotu attālumu kartes robotu karšu sastādīšanas specifikai un novērstu augstāk minētās nepilnības, attālumu kartēs tiek veiktas vairākas modifikācijas (3.22. attēls) :

- 'Nezināmas' šūnas tiek uzskatītas par 'aizņemtām' attālumu aprēķinu nolūkos ar to atšķirību, ka to bāzes vērtība ir '0' nevis '1'. Šī modifikācija ir nepieciešama, jo 'nezināmas' šūnas var būt 'aizņemtas', un atšķirības starp robežšūnām (šūnas, kuras atrodas blakus 'nezināmām' šūnām divās kartēs var būt arī lokālas

neprecizitātes. Bāzes vērtība tiek uzstādīta ‘1’ nevis ‘0’ kā kompensācija par patieso šūnas vērtības nenoteiktību.

- Kad attāluma režģis ir iegūts, ‘nezināmām’ šūnām tiek piešķirta vērtība ‘-1’. Tas tiek darīts, lai divas šūnas netiktu novērtētas kā vienādas vai atšķirīgas gadījumā, kad vienas šūnas vērtība patiesībā nav zināma.



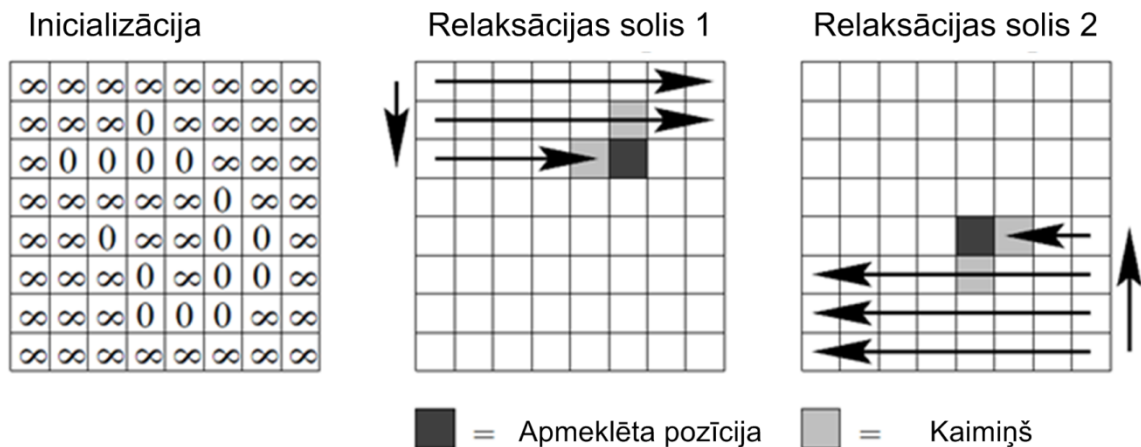
3.22. att. Karšu apvienošanai piemērota attāluma režģa piemērs

Viens no attāluma režģu iegūšanas veidiem ir *Andreas Birk* izstrādātais algoritms [Bir 1996]. Algoritms oriģināli sastāv no trīs soļiem, bet promocijas darba ietvaros tam ir piedāvātas modifikācijas, lai izveidotu attāluma režģa versiju, kuru var izmantot EvaLIM realizēšanai. Rezultātā iegūtais algoritms ir šāds:

- **Inicializācija** (3.23.a attēls) – visas ‘aizņemtās’ šūnas tiek inicializētas ar vērtību ‘0’, un nezināmās šūnas tiek inicializētas ar vērtību ‘1’. Nezināmu” šūnu inicializācija ir viens no promocijas darbā ieviestajiem algoritma papildinājumiem. Visu pārējo šūnu sākotnējās vērtības ir ‘∞’. „Reālos lietojumos bezgalības vietā tiek lietots skaitlis, kas ir vienāds vai lielāks ar lielāko iespējamo Manhetenas attālumu starp divām šūnām.
- **Pirmais relaksācijas solis** (3.23.b attēls) – aizņemtības režģa šūnu vērtības tiek atjaunotas, sākot ar augšējo kreiso režģa stūri. Jaunā šūnas vērtība ir minimums no a) pašreizējās šūnas vērtības, b) augšējās šūnas vērtības + 1 vai c) šūnas pa kreisi vērtības + 1.
- **Otrais relaksācijas solis** (3.23.c attēls) – aprēķini ir līdzīgi pirmajam relaksācijas solim ar to atšķirību, ka šūnas tiek atjaunotas, sākot ar apakšējo labo režģa stūri,

un jaunā šūnas vērtība ir minimums no a) pašreizējās šūnas vērtības, b) apakšējās šūnas vērtības + 1 vai c) šūnas pa labi vērtības + 1.

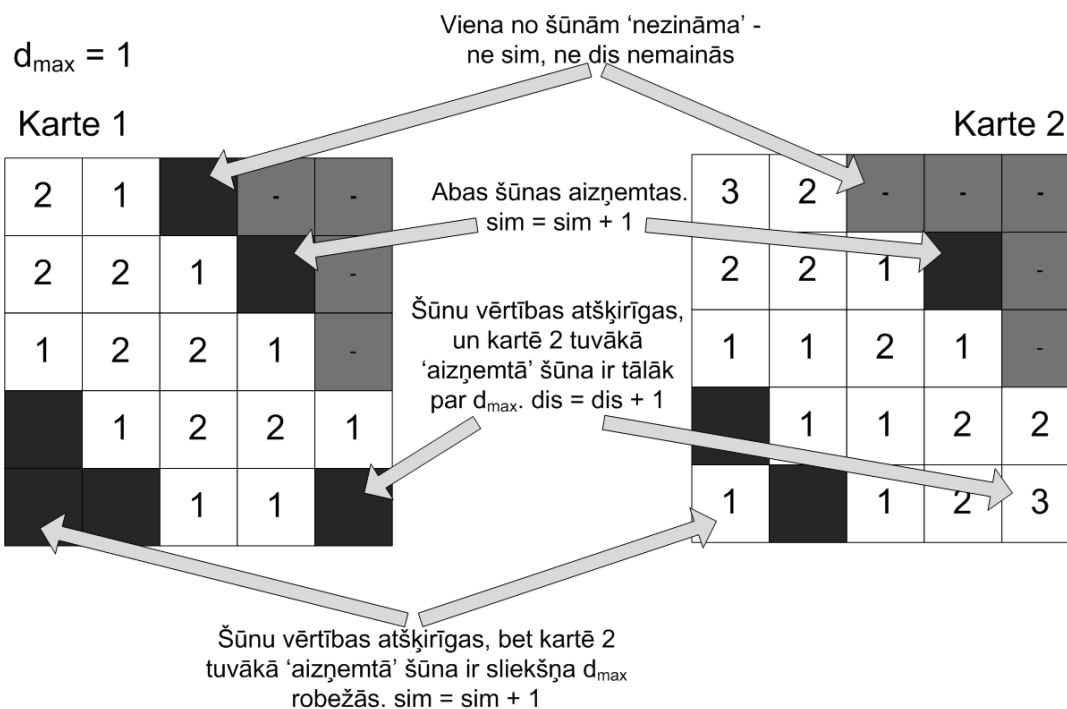
- **Pēcapstrāde.** Aizņemtības režģa šūnas, kas atbilst ‘nezināmām’ vērtībām kartē, tiek aizvietotas ar ‘-1’ – šis ir otrs algoritma papildinājums tā pielāgošanai karšu apvienošanas vajadzībām.



3.23. att. Attāluma režģa aprēķināšana [Bir 2006]

Kad attāluma režģi ir aprēķināti, algoritms ‘aizņemto’ šūnu līdzības aprēķināšanai ir vienkāršs un izmanto divus skaitītājus – ‘sim’ vienādām šūnām un ‘dis’ atšķirīgām šūnām (3.24. attēls):

- Ja šūnas vērtība ir ‘aizņemts’ jeb ‘0’ abos režģos, tad šūnas tiek uzskatītas par vienādām, un ‘sim’ skaitītājs tiek palielināts par 1.
- Ja šūnas vērtība ir ‘aizņemts’ vienā attāluma režģī un nav ‘nezināms’ jeb ‘-1’ otrā režģī, tad, izmantojot attāluma režģi, tiek noteikts Manhetenas attālums līdz tuvākajai ‘aizņemtajai’ vai ‘nezināmajai’ šūnai. Ja attālums ir vienāds vai mazāks par uzstādīto attāluma sliekšni, tad šūnas tiek uzskatītas par vienādām un ‘sim’ skaitītājs tiek palielināts par 1. Pretējā gadījumā par 1 tiek palielināts ‘dis’ skaitītājs.
- Ja šūnas vērtība nav ‘aizņemts’ nevienā attāluma režģī, tad neviens skaitītājs netiek palielināts.



3.24. att. 'Aizņemto' šūnu līdzības aprēķināšana

Kad visas šūnas ir salīdzinātas, 'aizņemto' šūnu līdzība tiek aprēķināta kā attiecība starp vienādajām šūnām un visām salīdzinātajām šūnām, kurām nevienā kartē nav bijusi vērtība 'nezināms' (formula 3.13.):

$$S_{occ} = \frac{sim}{sim + dis} \quad (3.13.)$$

, kur

S_{occ} - 'aizņemto' šūnu līdzība

sim - līdzīgo šūnu skaits

dis - atšķirīgo šūnu skaits

Formula 3.13. ļauj iegūt tikai vienas kartes līdzību attiecībā pret otru karti. Lai iegūtu pilnu 'aizņemto' šūnu līdzību, tiek aprēķināta kartes M_1 līdzība attiecībā pret karti M_2 , un otrādi, un tad tiek aprēķināta abu iegūto skaitļu vidējā vērtība (formula 3.14.).

$$S_{occ_tot} = \frac{S_{occ_M1_M2} + S_{occ_M2_M1}}{2} \quad (3.14.)$$

, kur

s_{occ_tot} – kopējā ‘aizņemto’ šūnu līdzība

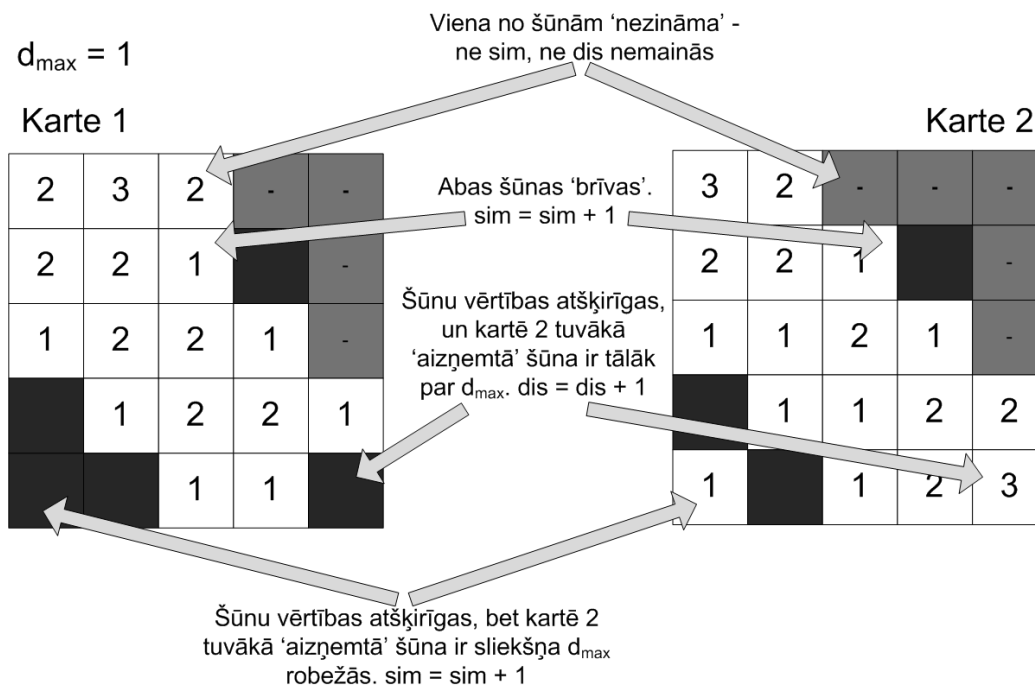
$s_{occ_M1_M2}$ – kartes M_1 pret karti M_2 ‘aizņemto’ šūnu līdzība

$s_{occ_M2_M1}$ – kartes M_2 pret karti M_1 ‘aizņemto’ šūnu līdzība

3.3.2.2. *EvaLIM brīvo šūnu līdzības novērtēšana*

‘Brīvo’ šūnu līdzība tiek novērtēta atšķirīgi no ‘aizņemto’ šūnu līdzības. Salīdzināšanā tiek izmantotas gan oriģinālās lokālās kartes, gan sastādītie attāluma režģi. Algoritms, kas nosaka, vai divas šūnas tiek uzskatītas par vienādām, ir sekojošs (3.25. attēls):

- Ja atbilstošās šūnas abās kartēs ir ‘brīvas’, tad šūnas ir vienādas.
- Ja vienā kartē šūna ir ‘brīva’, bet otrā ‘nezināma’, vai šūnas vērtība nav ‘brīva’ nevienā kartē, tad šūnas nav ne vienādas, ne atšķirīgas.
- Ja šūna ir ‘brīva’ vienā kartē un ‘aizņemta’ otrā kartē, tad šūnas ir atšķirīgas, ja ‘brīvās’ šūnas attālums līdz tuvākajai ‘aizņemtajai’ šūnai ir lielāks par uzstādīto attāluma sliekšni. Pretējā gadījumā šūnas tiek uzskatītas par vienādām.



3.25. att. ‘Brīvo’ šūnu līdzības aprēķināšana

‘Brīvo’ šūnu līdzība pēc sim un dis iegūšanas tiek aprēķināta līdzīgi kā ‘aizņemto’ šūnu līdzība (formulas 3.15. un 3.16.).

$$S_{free} = \frac{sim}{sim + dis} \quad (3.15.)$$

$$S_{free_tot} = \frac{S_{free_M1_M2} + S_{free_M2_M1}}{2} \quad (3.16.)$$

, kur

S_{free} - 'brīvo' šūnu līdztība

sim – līdztīgo šūnu skaits

dis – atšķirīgo šūnu skaits

3.4. Kopsavilkums

Šajā nodaļā ir aprakstīta darba autores izstrādātā vairāku robotu karšu apvienošanas metode ReMMerg uzticamai karšu apvienošanai. Šo metodi var izmantot dinamiskai karšu apvienošanas hipotēžu izvirzīšanai un noraidīšanai, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc karšu apvienošanas. Hipotēžu atspoguļojums hierarhiskā hipotēžu kokā samazina skaitļošanas un atmiņas resursus, kas ir nepieciešami karšu apvienošanas procesam. Izmantojot šo atspoguļojumu, nav obligāti uzturēt vienlaicīgi lokālās kartes un visu līmeņu globālās kartes. Tā vietā jebkurā laikā ir iespējams iegūt globālo karti, izmantojot hipotēžu koku un lokālās kartes.

Piedāvātā metode sastāv no divām daļām, katra no kurām pilda būtisku lomu hipotēžu koka izveidē un uzturēšanā. Globālā karšu apvienošanas un hipotēžu uzturēšanas daļa pārbauda globālās kartes izveidi un pārbauda, vai hipotēžu koks dotajā laika momentā ir pareizs. Lokālā karšu apvienošana nodarbojas ar divu karšu hipotēzes meklēšanu, ņemot vērā iepriekšējo neveiksmīgo karšu apvienojumu pieredzi.

ReMMerg metodi var izmantot sekojošā vidē (vidi raksturojot pēc 1. nodaļā identificētajām karšu apvienošanas īpašībām):

a) Relatīvās koordināšu sistēmas – Nezināmas

Ja robotu pozīcijas telpas izpētē tiek pieņemtas kā zināmas, tad tas nozīmē, ka ir jābūt iespējai tās noskaidrot, piemēram, visiem robotiem ir jāuzsāk telpas izpēte vienā punktā, robotu var noteikt savstarpējo novietojumu telpas izpētes laikā vai arī vidē ir pieejami marķieri, kas unikāli identificē robotu atrašanās vietu. Jebkurā gadījumā ir jābūt zināmam arī robotu virzienam. Šis ierobežojums realitātē var būt sarežģīti

realizējams, jo prasa pirms kartes sastādīšanas robotus īpaši sagatavot. Nezināmas robotu relatīvās koordināšu sistēmas ļauj robotiem uzsākt telpas izpēti no jebkuras vietas, un nav obligāti nepieciešama iespēja robotiem noteikt savstarpējās pozīcijas telpas izpētes laikā.

b) Karšu tips – Aizņemtības režģi (metriskas kartes)

Katram no robotu izmantotajiem karšu tipiem ir savas priekšrocības un trūkumi. Metriskas kartes ir detalizētākas par topoloģiskām kartēm [Thr 2002], un to izmantošana ļauj robotam veikt precīzāku lokalizāciju apkārtējā vidē, kā arī sastādīt īsākus robota pārvietošanās ceļus. Daudzos uzdevumos svarīgi ir efektīvi sadalīt darba apgabalus robotu starpā. Šādu uzdevumu vienkāršāk ir paveikt, izmantojot metriskas kartes, un karšu sastādīšanā bieži tiek izmantoti tieši aizņemtības režģi [Sie 2004]. Arī daudzu robotu sistēma, kas ir aprakstīta tālāk 4. nodaļā, sastāda aizņemtības režģu kartes, tāpēc ReMMerg metodē lokālo karšu apvienošanai ir izvēlēta pieeja, kas ir piemērota šādu karšu apvienošanai.

c) Karšu apvienošanā izmantotā informācija – Heiristikas

Ja karšu apvienošana tiek veikta, nezinot savstarpējās robotu pozīcijas, tad vienīgā informācija, kuru roboti var izmantot, ir heiristikas.

d) Karšu apvienošanai nepieciešamais laiks – Veicams paralēli kartes sastādīšanai

Nav nozīmes telpas izpētē izmantot vairākus robotus, ja karšu apvienošana tiek veikta tikai pēc karšu sastādīšanas. Tāpēc robotam telpas izpētes laikā ir jāspēj gan sastādīt sava lokālā karte un jāveic visi citi aprēķini, gan regulāri jākomunicē ar citiem robotiem, lai veiktu karšu apvienošanu ar citiem robotiem. Karšu apvienošanai velētais laiks dažādās daudzu robotu sistēmās var būt atšķirīgs, tāpēc ReMMerg metode ļauj mainīt karšu apvienojumu skaitu vienā apvienošanas solī, un ir sniegtas rekomendācijas, kā šo skaitu izvēlēties.

e) Karšu precizitāte – Lokāli neprecīzas kartes

Aplūkotajā karšu apvienošanas literatūrā nav sastopamas metodes, kas spētu apvienot divu robotu kartes, kurās ir globālas neprecizitātes, pie nezināma karšu savstarpējā novietojuma. Tāpēc tiek pieņemts, ka roboti ir spējīgi sastādīt karti bez būtiskām globālām neprecizitātēm, bet robotu sensoru kļūdu dēļ kartēs ir sastopamas lokālas novirzes no reālās vides konfigurācijas [Thr 2005].

Uzskaitīto īpašību kopums nodrošina metodes pielietojamību jebkurā daudzu robotu karšu sastādīšanas sistēmā, kurā roboti patstāvīgi ir spējīgi sastādīt lokāli neprecīzu (bet globāli pareizu) aizņemtības režģu karti un ir spējīgi savā starpā sazināties tiešā veidā vai arī izmantojot starpniekus. Robotiem nav nepieciešams zināt sākotnējās atrašanās vietas, kā arī nav jāspēj vienam otru atpazīt un noteikt savstarpējās pozīcijas telpas izpētes laikā.

Kaut arī izstrādātā karšu apvienošanas metode ir izstrādāta un pārbaudīta (skatīt 5. nodaļu) konkrētam karšu tipam – metriskām aizņemtības režģu kartēm –, to teorētiski ir iespējams pielāgot un pielietot arī citiem karšu veidiem ar nosacījumu, ka karšu relatīvo novietojumu ir iespējams attēlot 3.1. apakšnodaļā definētajā formā. Lai tas būtu iespējams, ir atbilstoši karšu tipam jāmaina sekojošas karšu apvienošanas metodes komponentes:

- Lokālās karšu apvienošanas algoritms;
- Karšu apvienojuma hipotēzes novērtējuma aprēķināšanas algoritms.

Citas karšu apvienošanas metodes komponentes (hipotēžu koka, noraidīto hipotēžu saraksta un karšu apvienošanas vēstures uzturēšanas algoritmi) var palikt nemainīgas, arī mainoties karšu tipam.

4. KARŠU SASTĀDĪŠANAS SISTĒMAS REALIZĀCIJA

Promocijas darba kontekstā tiek aplūkota problēma, kā īstenot karšu sastādīšanu un apvienošanu autonomā daudzu robotu sistēmā, kas ņemtu vērā abus karšu apvienošanas aspektus – gan lokālo karšu apvienošanu, gan globālo karšu apvienošanu.

Daudzos gadījumos primārais daudzu robotu sistēmas mērķis nav apkārtējās vides kartes sastādīšana, un karte daudzu robotu sistēmai ir nepieciešama tikai, lai sasniegtu kādu citu mērķi. Tas nozīmē, ka kartes sastādīšanai roboti var sekmīgi izmantot sensorus un skaitļošanas resursus, kuri tiem ir pieejami galveno uzdevumu veikšanai, vai arī kartes sastādīšanai nepieciešamie papildus resursi ir minimāli. Promocijas darbā piedāvātā karšu apvienošanas metode ReMMerg ļauj veiksmīgi apvienot robotu kartes, kuras ir sastādītas ar robotiem jau uzstādītiem vai lētiem papildus sensoriem (un attiecīgi neprecīzākas nekā kartes, kuru sastādīšanā ir izmantoti īpaši karšu sastādīšanai piemēroti sensori), ar nosacījumu, ka sastādītās kartes nav globāli neprecīzas.

Šāda veida daudzu robotu sistēma ir, piemēram, telpu uzkopšanas robotu komanda ar iRobot Roomba [iRo 2012] putekļusūcēju robotiem, kura tiek izstrādāta Rīgas Tehniskajā universitātē projekta „Daudzaģentu robotizētas intelektuālas sistēmas tehnoloģijas izstrāde” ietvaros sadarbībā ar Latvijas Lauksaimniecības universitāti un SIA „Terra Virtuala” [RTU 2013] (4.1. attēls).



4.1. att. Karšu sastādīšanas sistēma darbībā

Šie roboti nav spējīgi patstāvīgi iztīrīt lielu telpu (piemēram, noliktavu), bet sadalot šo telpu mazākos apgabalos, katrs robots var uzņemt savu telpas daļu. Šādai daudzu robotu sistēmai ir vēlamas sekojošas vispārīgas īpašības karšu sastādīšanas kontekstā:

- **Spēja patstāvīgi sastādīt telpas karti.** Efektīvai telpas tīrāmo apgabalu sadalei (vai citu uzdevumu veikšanai) robotu starpā pirms telpas uzkopšanas ir nepieciešams iegūt telpas karti. Lai karte nebūtu, ikreiz izmantojot sistēmu jaunā telpā vai pie telpas izmaiņām (piemēram, mēbeļu novietojuma maiņas), jāveido manuāli, roboti karti sastāda patstāvīgi.
- **Zemas papildus izmaksas kartes sastādīšanai.** Izmantoto robotu primārais uzdevums nav telpas izpēte, bet gan citi uzdevumi, piemēram, telpas uzkopšana. Līdz ar to kartes sastādīšanai izmantotajiem sensoriem ir jābūt pēc iespējas lētākiem. Tāpat ir dārgi visiem sistēmas robotiem uzstādīt procesoru, kas būtu pietiekami jaudīgs, lai robots spētu gan sastādīt savu lokālo karti un veikt visus citus aprēķinus, gan varētu regulāri komunicēt ar visiem pārējiem robotiem un veikt karšu apvienošanu. Tā vietā var izmantot lētākus procesorus un vienu centrālo skaitļotāju, kurš koordinē visu robotu darbu, kā arī nodarbojas ar robotu lokālo karšu apvienošanu globālajā kartē.

Šajā nodaļā ir aprakstīta promocijas darba ietvaros izstrādāta karšu sastādīšanas pieeja 4.1. apakšnodaļā aprakstītajai daudzu robotu sistēmai. Izstrādātā sistēma atbilst augstāk uzskaitītajām īpašībām. Karšu sastādīšanas pieeja ir balstīta uz bināro Beiesa filtra karšu sastādīšanu [Thr 2005] (formula 4.1.). Algoritma modifikācija atbalsta tuva attāluma sensoru izmantošanu.

$$l_t = l_{t-1} + \log \frac{p(x|z_t)}{(1 - p(x|z_t))} - \log \frac{p(x)}{1 - p(x)} \quad (4.1.)$$

, kur

l_t – pēckseperimentu pārlicības logaritmiskās atšķirības binārā stāvokļa mainīgajam.

l_{t-1} – iepriekšējā šūnas logaritmiskās atšķirības vērtība.

z_t – sensoru mērījuma vērtība (vai nu *aizņemts* vai *brīvs*).

$p(x/z_t)$ – varbūtība, ka šūnas vērtība ir ‘aizņemts’, balstoties uz pašreizējo mērījumu.

$p(x)$ – iepriekšējā šūnas aizņemtības varbūtība.

4.1. Daudzu robotu sistēmas apraksts

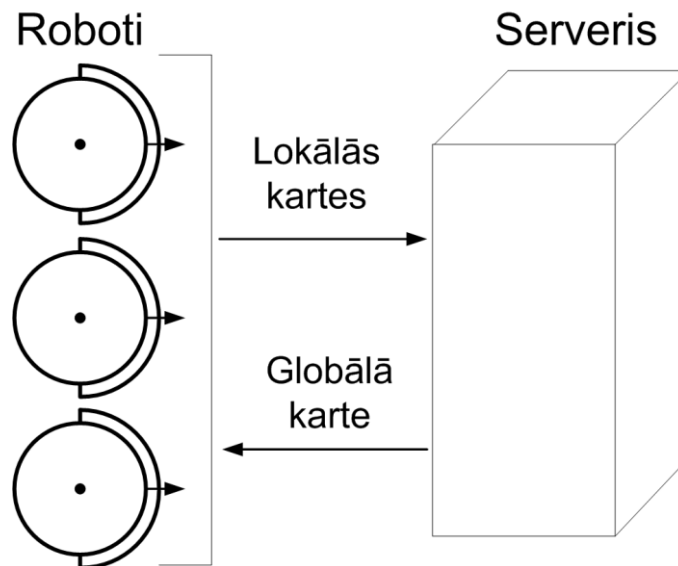
Daudzu robotu sistēmas realizācijai tiek izmantoti iRobot Roomba560 putekļsūcēju roboti [iRo 2012], kas ir papildus aprīkoti ar uz Intel Atom CPU balstītu iebūvētu skaitļošanas ierīci, kā arī ar WiFi un video kameru (4.2. attēls) [RTU 2013]. Robotu sistēmas mērķis ir piedāvāt tādu daudzu robotu sistēmu, kas realizē efektīvu koordināciju robotu starpā, lai sasniegtu augstu darba efektivitāti uzdevumu plānošanā un piešķiršanā un trajektoriju plānošanā. Koordinācijai un pārvietošanās plānošanai robotiem ir nepieciešams WiFi un papildus skaitļošanas resursi, savukārt atrašanās vietas noteikšanai roboti izmanto video kameras [RTU 2013].



4.2. att. Viens no karšu sastādīšanai izmantotajiem daudzu robotu sistēmas robotiem

Roboti ir spējīgi noteikt savu atrašanās vietu telpā, izmantojot mākslīgas vides iezīmes. Šķēršļu identificēšanai ir pieejami tikai iRoomba iebūvētie sadursmes un tuva attāluma sensori, kas ļauj identificēt šķēršļus dažu centimetru attālumā [iRo 2012].

Izstrādātā kartes sastādīšanas sistēma izveido vides karti un ļauj to operatīvi mainīt neprecīzu robotu pozīcijas novērtējumu vai sensoru kļūdu gadījumā. Sistēmā ir centrālais serveris, ar kuru roboti sazinās, izmantojot bezvadu tīklu (4.3. attēls).



4.3. att. Daudzu robotu sistēmas struktūra

Uzdevumu piešķiršanas un trajektorijas plānošanas nolūkiem robotiem ir jāsadāda apkārtējās vides karte. Šim uzdevumam darba autore piedāvā karšu sastādīšanas algoritmu, kas sastāda iekštelpu vides karti, balstoties uz šādiem pieņēmumiem:

- Tiek izmantota vairāku robotu sistēma, kas sastāv no robotiem un centrālā servera (skatīt 4.3. attēlu). Komunikācija starp robotiem un serveri notiek, izmantojot bezvadu tīklu.
- Roboti ir spējīgi noteikt savu atrašanos vidē neatkarīgi no kartes, izmantojot marķieru pašlokālizāciju (detalizēts apraksts atrodams 4.1.1. apakšnodaļā).
- Karšu sastādīšana tiek veikta, izmantojot tikai tuvu attāluma sensorus – sadursmes sensorus.

Sistēma ir paredzēta lietošanai iekštelpu vidēs ar zināmām telpu dimensijām. Iekštelpu vidēm ir augsta varbūtība mainīties (piemēram, mēbeļu izvietojuma maiņa), un autonomai sistēmas darbībai ir nepieciešama automātiska kartes sastādīšana, izvairoties no manuālas kartes pārzīmēšanas katru reizi, kad telpas izkārtojums mainās.

Problēma, kas ir tiek aplūkota šajā nodaļā, ir kartes sastādīšana ar primitīviem sensoriem – sadursmes sensoriem. Parasti sensori, kurus izmanto karšu sastādīšanā ir ultraskaņas sensori [Kan 2010], kameras [Wan 2010] vai lāzera sensori [Gar 2005, Gue 2010]. Visi šie sensori ir attāluma sensori. Izstrādātajā daudzu robotu sistēmā video kamera ir vērsta uz griestiem un tiek izmantota tikai robotu pašlokālizācijai vidē. Bez kameras ir pieejami tikai tuvu attāluma sensori, un tie tiek izmantoti šķēršļu uztveršanai. Vienīgais veids, kā ar šādiem sensoriem ir

iespējams iegūt informāciju par apkārtējo vidi, ir pastāvīgi aprēķināt telpu, kuru aizņem robots, un reģistrēt sadursmes ar šķēršļiem.

Karšu sastādīšana ar tuva attāluma sensoriem ir maz pētīta problēma. Rakstā [Zha 2010] ir aprakstīts viens no mēģinājumiem sastādīt karti ar tuva attāluma sensoriem. Metode izmanto odometrijas datus no robotu sienas sekošanas trajektorijas kopā ar trieciena sensoru un sienas sensoru mērījumiem. Lai koriģētu odometrijas datu kļūdas, tiek pieņemts, ka telpas sienas ir taisnas un savstarpēji perpendikulāras. Šajā rakstā šāds ierobežojums netiek pieņemts.

4.1.1. Marķieru pašlokācija

Daudzu robotu sistēma izmanto integrētu iekštelpu robotu pašlokācijas pieeju, kas ir balstīta uz mākslīgu vides iezīmju – marķieru – izmantošanu (skatīt 4.4. attēlu) [Nik 2013]. Roboti ir spējīgi šīs vides iezīmes vizuāli izsekot.



4.4. att. Pašlokācijai izmantotās mākslīgās vides iezīmes - marķieri

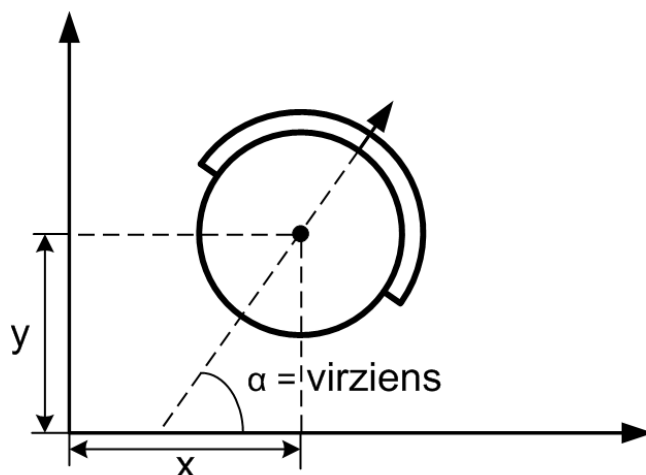
Tiek pieņemts, ka vidē ir iespējams veikt nelielas modifikācijas robotu infrastruktūras nodrošināšanai, tas ir, vidē ir iespējams uzstādīt speciālas zīmes, kas nodrošina robotiem nozīmīgu informāciju par to pozīciju un pārvietošanos vidē.

Lai nodrošinātu robotu spēju noteikt to precīzu atrašanās vietu, marķieri tiek uzstādīti uz griestiem, un roboti izmanto kameras, lai noteiktu savu atrašanās vietu attiecībā pret šiem marķieriem. Katrs marķieris ir unikāls un atpazīstams no jebkuras puses. Izmantojot šādu risinājumu, vienmēr, kad ir redzami marķieri, ir pieejamas gan robota koordinātes, gan tā virziens.

Tomēr vides konfigurācijas dēļ roboti ne vienmēr redz marķierus. Tāpēc otrs svarīgs pozīcijas un kustības informācijas avots ir odometrija, un situācijās, kad nav redzami marķieri, pozīcijas noteikšanai tiek izmantota tā.

4.1.2. Kartes atspoguļojums

Kartes vairāku robotu sistēmā tiek attēlotas, izmantojot aizņemtības režģus. Katra robota pozīcija tiek atspoguļota ar trīsvietīgu kartežu $\langle x, y, \text{virziens} \rangle$, kur x ir robota X koordināte, y ir robota Y koordināte, un virziens ir robota rotācija (skatīt 4.5. attēlu).

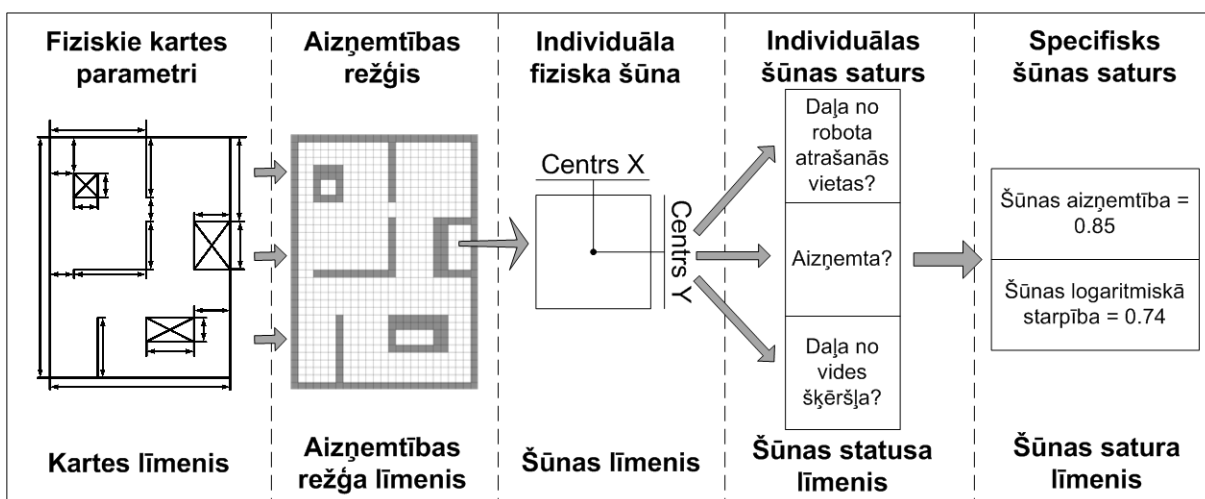


4.5. att. Robota pozīcijas atspoguļojums

Ir svarīgi izvēlēties tādu kartes atspoguļojumu, kas ir viegli modificējams. Kartes, šūnu vai robota izmēri, sensoru mērījumu biežums un citi parametri var tikt mainīti, un izmaiņām ir jābūt vienkārši realizējamām. Lai to nodrošinātu, kartes atspoguļošanai tiek izmantota pieci dažādi detalizācijas līmeņi (skatīt 4.6. attēlu), katrs no kuriem attēlo atšķirīgu kartes aspektu:

- *Kartes līmenis* atspoguļo kartes fiziskos izmērus.
- *Aizņemtības režģa līmenis* ataino aizņemtības režģi. Tā definē visu šūnu izmēru un robota izmēru.
- *Šūnas līmenis* definē atsevišķas šūnas fizisko novietojumu – tās centra X un Y koordinātes.

- *Šūnas statusa līmenis* satur individuālas šūnas satura sarakstu. Katra šūna var saturēt vairākas atšķirīgas informācijas vienības (piemēram, aizņemtība ar statistiskiem objektiem – sienām, galdiem utt.; aizņemtība ar robotu; laiks, kad tā pēdējoreiz apmeklēta u.c.).
- *Šūnas satura līmenis* satur informāciju par konkrētās šūnas stāvokli.

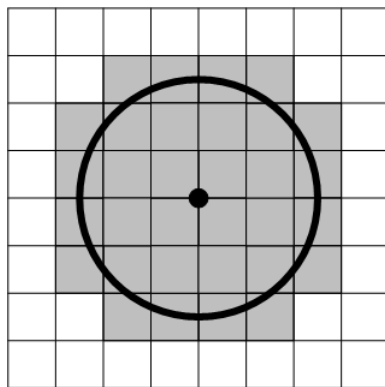


4.6. att. Kartes atspoguļojuma detalizācijas līmeņi

Detalizācijas līmeņi nodrošina kartes dažādu aspektu nošķiršanu, kas var tikt viegli modificēti nepieciešamības gadījumā. Papildus roboti var izveidot savas kartes neatkarīgi no citiem robotiem un katram robotam var būt atšķirīgs šūnu saturs, kas atbalsta robotu tehniskās atšķirības, nemainot programmatūras kodu. Vienīgā lieta, kurai jābūt kopīgiem visiem robotiem, ir kartes un šūnu izmēri.

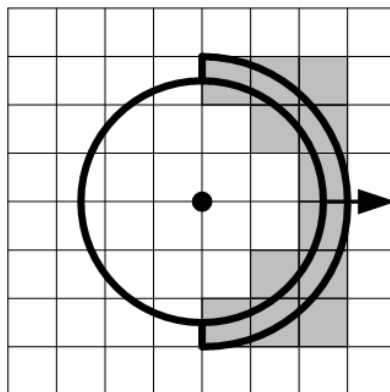
4.2. Binārā Beiesa filtra karšu sastādīšana

Pateicoties marķieru pašlokālizācijai, robotu X un Y koordinātes vienmēr ir zināmas, un, balstoties uz to, kartes šūnām var piešķirt vērtības, atbilstoši sensoru mērījumiem. Kā var redzēt 4.7. attēlā, robots vienlaicīgi aizņem vairākas šūnas, un tās visas ir jāatzīmē kā 'brīvs' atbilstošajā sensora mērījumā. Attiecīgi ir jāzina un jāņem vērā robota izmērs.



4.7. att. Robots un tā aizņemtā platība aizņemtības režģī

Ja kartes sastādīšanas laikā notiek sadursme ar šķērsli, visas šūnas, kas atbilst aktivizētajam sadursmes sensoram (kreisajam, labajam vai abiem), tiek atzīmētas kā ‘aizņemts’ pašreizējā sensoru lasījumā (4.8. attēls). Šajā gadījumā papildus robota atrašanās vietai, vērā tiek ņemts arī robota virziens, kas tiek izmantots, lai aprēķinātu šūnas, kas robežojas ar sadursmes sensoru.



4.8. att. Ar sadursmes sensoru robežojās šūnas aizņemtības režģī

Vienkāršs, bet efektīvs kartes šūnu aizņemtības vērtību atjaunošanas algoritms ir binārais Beiesa filtrs (formula 4.1.) [Thr 2005]. Tas tiek pielietots karšu sastādīšanā, lai novērtētu šūnu bināro stāvokli laika gaitā, kur binārais stāvoklis ir šūnas stāvoklis (‘aizņemts’ = 1, un ‘brīvs’ = 0). Neatkarīgi no uz doto brīdi aprēķinātās šūnas aizņemtības varbūtības, tiek pieņemts, ka šūnai ir tikai viens iespējamais pareizais stāvoklis un tas laika gaitā nemainās – tas ir, vide ir statiska. Binārais Beiesa filtrs ļauj uzturēt ‘atmiņu’ par iepriekšējiem sensoru mērījumiem un vienlaicīgi nodrošina, ka šūnas vērtība vienmēr ir intervālā $[0; 1]$, kas atbilst darbā pieņemtajam aizņemtības režģa atspoguļojumam.

4.9. attēls parāda aizņemtības režģa šūnu vērtību atjaunošanu, izmantojot binārā Beiesa filtra algoritmu [Thr 2005].

Cell value update (l_{t-1}, z_t):

$$l_t = l_{t-1} + \log \frac{p(x|z_t)}{(1-p(x|z_t))} - \log \frac{p(x)}{1-p(x)}$$

$$p(x) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(l_t)}$$

$$l_{t-1} = l_t$$

return $p(x)$

4.9. att. Aizņemtības režģa kartes sastādīšana, izmantojot bināro Beiesa filtru [Thr 2005]

l_t attēlo atšķirību samazināšanās ātruma logaritmu pēceksperimentu pārliecības (posterior belief) logaritmiskās atšķirības (angliski *log odds*) binārā stāvokļa mainīgajam (karšu sastādīšanas gadījumā kartes šūna). l_{t-1} ir iepriekšējā šūnas logaritmiskās atšķirības vērtība. z_t ir sensoru mērījuma vērtība (vai nu *aizņemts* vai *brīvs*). $p(x|z_t)$ ir varbūtība, ka šūnas vērtība ir ‘aizņemts’, balstoties uz pašreizējo mērījumu. $p(x)$ ir iepriekšējā šūnas aizņemtības varbūtība.

Katras šūnas vērtība katrā tai nozīmīgā sensoru mērījumā tiek atjaunota, izmantojot bināro Beiesa filtru. Par šūnai nozīmīgu sensoru mērījumu šajā darbā tiek saukts tāds mērījums, kurā šūnas vērtība ir vai nu ‘aizņemta’ vai ‘brīva’ (ne ‘nezināma’).

4.3. Modificēta binārā Beiesa filtra karšu sastādīšana

Diemžēl praktiskas dabas problēmas, kas ir aplūkotas zemāk, neļauj bināro Beiesa filtru piemērot konkrētajai daudzu robotu sistēmai, tāpēc šajā apakšnodaļā tiek piedāvāta modificēta binārā Beiesa filtra karšu sastādīšana.

Marķieru pašlokālizācija nodrošina to, ka robota atrašanās vieta ir pieejama neatkarīgi no kartes. Līdz ar to galvenās problēmas, kas jāatrisina, lai sastādītu vides karti izstrādātajā robotu sistēmā, ir:

- Kartes sastādīšana ar tuvu attāluma sensoriem (sadursmes sensoriem);
- Nepieciešamība mainīt kartes daļu, ja vidē rodas izmaiņas. Izmaiņas kartē ir vajadzīgas arī tad, ja robotam kādā brīdī nav bijis pieejams marķieru datu avots vides konfigurācijas dēļ. Šādā situācijā karte var tikt atjaunota kļūdaini, un ir jābūt iespējai radušās kļūdas labot.

Roboti kartes sastādīšanas sistēmā sazinās ar serveri, izmantojot bezvadu tīklu, un uz servera tiek apvienotas to kartes. Komunikācijas tīkla joslas platums ir problēma, kuru vairāku robotu telpas izpētē nevar ignorēt [Pei 2010]. Robotiem ir jābūt spējīgiem pārraidīt datus savā starpā, un datu apjoms var būt nopietns slogs to komunikācijas kanāliem.

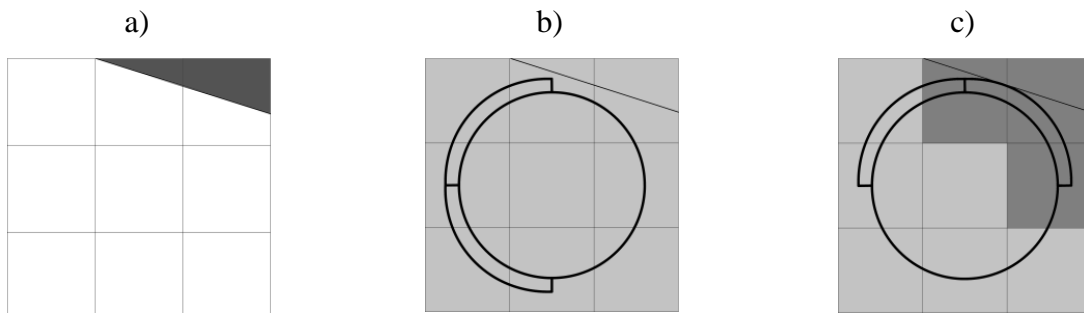
Piemēram, ja vide ir 10×10 metrus liela un kartes izšķirtspēja ir 1 centimetrs, tad aizņemtības režģa izmērs ir $1000 \times 1000 = 1\,000\,000$ šūnas. Katras šūnas aizņemtības vērtību var atspoguļot vienā baitā, kas satur aizņemtības vērtību no 0 līdz 255 – kopā 1 000 000 baiti ≈ 976 kilobaiti ≈ 0.95 Megabaiti. Tas nozīmē, ka katru reizi, kad kāds robots grib pārraidīt serverim savu karti, pārraidītais datu apjoms ir gandrīz 1 MB pat gadījumā, kad vides izmērs nav tik liels kā vairākās potenciālās daudzu robotu sistēmas pielietojuma vietās (piemēram, noliktavās). Nosūtīto datu apjoms pie lielāka robotu skaita ātri vien var kļūt lielāks nekā bezvadu tīkla piedāvātās iespējas.

Viens problēmas risinājums, kuru izmanto projektā izstrādātā sistēma, ir kartes izšķirtspējas samazināšana. Bezvadu tīkla noslodzes un nepieciešamo skaitļošanas resursu samazināšanai kartes izšķirtspēja ir samazināta līdz 10×10 centimetri katrai šūnai. Šāds šūnas izmērs nozīmē mazāku kartes izmēru baitos, kā arī mazāk aprēķinus karšu sastādīšanai, karšu apvienošanai un robota ceļa plānošanai.

Lielā šūnu izmēra un robotu sensoru ekipējuma dēļ ir nepieciešamas modifikācijas binārajā Beiesa filtrā. Normālā gadījumā binārais Beiesa filtrs izmaina aizņemtības varbūtības vienlīdz strauji gan mērījumiem ‘aizņemts’, gan mērījumiem ‘brīvs’. Ja sākotnējā informācija par šūnas statusu ir 0.5 (‘nezināms’) un pēc kārtas tiek veikti divi mērījumi, kuri atšķiras (viens mērījums ir ‘aizņemts’, otrs – ‘brīvs’), tad pēc šiem mērījumiem šūnas aizņemtības vērtība vēl arvien ir 0.5.

Šī situācija ir nevēlama piedāvātajā karšu sastādīšanas sistēmā robotu informācijas iegūšanas par apkārtējo vidi dēļ – tie atjauno karti gan reģistrējot sadursmes ar objektiem, gan arī pastāvīgi aprēķinot laukumu, kuru robots aizņem bez sadursmēm. Parasti sensoru mērījumi atzīmē šūnas kā ‘aizņemtas’ tikai dažas reizes – brīdī, kad robots saduras ar šķērsli un tiek aktivizēti triecienu sensori. Savukārt šūnas tiek atzīmētas kā brīvas katrā pozīcijas atjaunošanas reizē, kad netiek fiksēts robota tiešs kontakts ar šķērsli.

4.10. attēls ilustrē šo situāciju. Pieņemsim, ka robots ar diametru 20 cm darbojas vidē, kura satur vienu šķērsli augšējā labajā stūrī. Vides izmērs ir 30×30 cm, un to atspoguļo 3×3 šūnas (4.10.a attēls).



4.10. att. Robota mērījumu rezultāti vidē (a) ar (c) un bez (b) sadursmes ar šķērslī

Sensora lasījumā, kad robots ietiecas šķērslī (4.10.b attēls), tas atzīmē trīs šūnas kā ‘aizņemtas’ un sešas kā ‘brīvas’. Robots turpina telpas izpēti un pagriežas pa kreisi (4.10.c attēls). Šajā brīdī neviens trieciensensors nav aktivizēts, līdz ar to robots atzīmē visas deviņas šūnas kā ‘brīvas’.

Ja oriģinālais Beiesa filtrs tiek atstāts nemodificēts, tad šūnu sensora rādījumi ‘brīvs’ ātri var pārrakstīt šūnas ar vērtību ‘aizņemts’. Gala rezultātā daudzas šūnas, kas patiesībā atbilst aizņemtiem apgabaliem, tiks atzīmētas kā ‘brīvas’, kas neatbilst īstenībai.

Lai no tā izvairītos, šūnu aizņemtības vērtības tiek atjaunotas, izmantojot bināro Beiesa filtra algoritmu tikai tajos gadījumos, kad sensora rādījums ir ‘aizņemts’. Ja šūna pašreizējā sensora mērījumā ir atzīmēta kā ‘brīva’, tad logaritmisko atšķirību vērtība tiek samazināta par konstantu vērtību. Šūnas vērtības atjaunošanas pseidokodu var redzēt 4.11. attēlā.

Cell value update (l_{t-1}, z_t):

$$l_t = \begin{cases} l_t = l_{t-1} + \log \frac{p(x|z_t)}{(1 - p(x|z_t))} - \log \frac{p(x)}{1 - p(x)}, & \text{ja } z_t \text{ ir aizņemts} \\ l_t = l_{t-1} - \text{LogOddsDecrease}, & \text{ja } z_t \text{ ir brīvs} \end{cases}$$

$$p(x) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(l_t)}$$

$l_{t-1} = l_t$

return $p(x)$

4.11. att. Modificēts binārā Beiesa filtra karšu sastādīšanas algoritms

Līdzīgi kā klasiskajam binārā Beiesa filtra karšu sastādīšanas algoritmam, l_t attēlo pēceksperimentu pārlicības (angliski *posterior belief*) logaritmiskās atšķirības binārā stāvokļa mainīgajam. l_{t-1} ir iepriekšējā šūnas logaritmiskās atšķirības vērtība. z_t ir sensoru mērījuma vērtība (vai nu ‘aizņemts’ vai ‘brīvs’). $p(x|z_t)$ ir varbūtība, ka šūnas vērtība ir *aizņemts*, balstoties uz pašreizējo mērījumu. $p(x)$ ir iepriekšējā šūnas aizņemtības varbūtība.

LogOddsDecrease ir šūnas logaritmiskās atšķirības samazināšanās ātrums, un tās vērtība ir atkarīga no sensora mērījumu biežuma. Konkrētajā robotu sistēmā laiks, kurā šūnas vērtībai vajadzētu mainīties no ‘aizņemts’ līdz ‘brīvs’, eksperimentāli ir noteikts vienāds ar aptuveni 2,5 sekundēm, sensoru mērījumu frekvence ir 50 reizes sekundē, un no šiem parametriem aprēķinātā *LogOddsDecrease* konstante ir 0.008 (formula 4.2).

$$\text{LogOddsDecrease} = \frac{1}{t * f} \quad (4.2.)$$

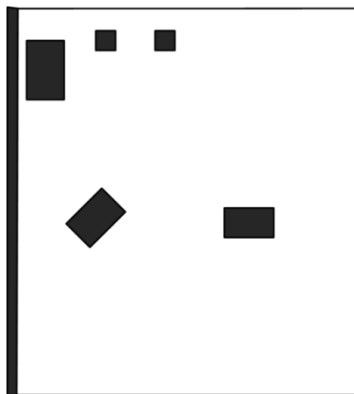
, kur

t – laiks, kurā šūnas vērtībai jāmainās no ‘aizņemts’ līdz ‘brīvs’ (sekundēs)

f – sensoru mērījumu frekvence (reizes/sekundē)

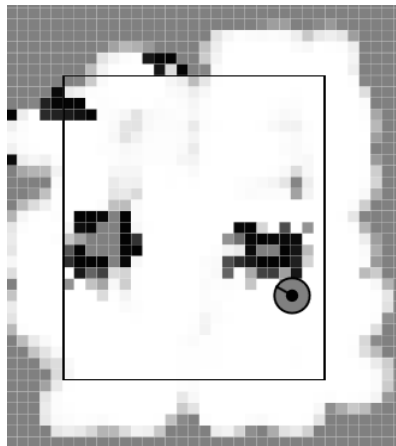
4.4. Karšu sastādīšanas sistēmas darbības tests

Lai testētu izstrādātās karšu sastādīšanas sistēmas spēju sastādīt apkārtējās vides karti, tika veikts eksperiments iekštelpas vidē (4.12. attēls). Vides izmērs ir 3.5×3.5 metri, kas atbilst 35×35 šūnām aizņemšanas režģī. Vide satur piecus šķēršļus – trīs kastes un divas galda kājas.



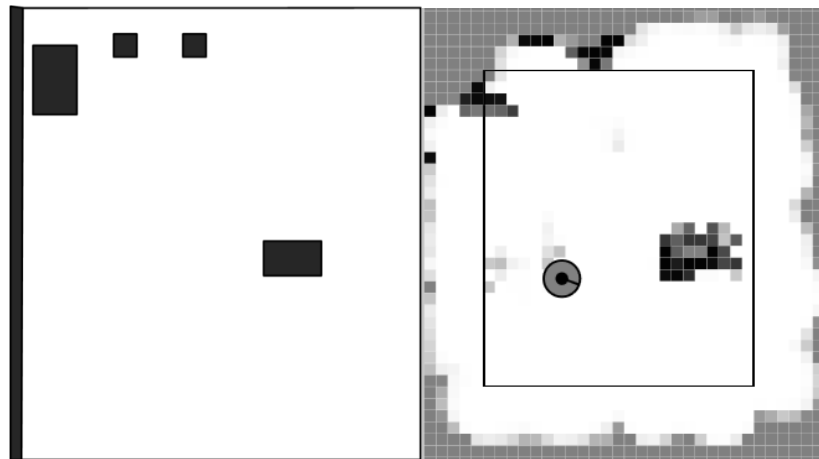
4.12. att. Eksperimenta vides konfigurācija

Ar izstrādāto daudzu robotu sistēmu tika izpētīta vide un sastādīta 4.13. attēlā redzamā karte. Melnais taisnstūris attēlo virtuālo sienu, kura tiek izmantota, lai ierobežotu robotu eksperimentālajā vidē. Ja robots cenšas atstāt iezīmēto reģionu, tas saņem signālu atgriezties. 4.13. attēlā var redzēt, ka robots ir sastādījis reālajai situācijai tuvu vides karti, un visi vides objekti, izņemot vienu galda kāju, ir identificēti. Telpas izpētei bija nepieciešamas aptuveni piecas minūtes.



4.13. att. Ar modificēta binārā Beiesa filtra karšu sastādīšanas algoritmu sastādītā vides karte

Pēc 4.13. attēlā redzamās kartes iegūšanas viena no kastēm tika izņemta no vides un robots turpināja kartes sastādīšanu vēl trīs minūtes. Robota vides jaunā konfigurācija un atjaunotā karte ir attēlota 4.14. attēlā. Var redzēt, ka gandrīz visas aizņemtās šūnas, kas atbilst izņemtajai kastei, ir atzīmētas kā brīvas. Vēl viena vides izmaiņa ir tā, ka robots ir identificējis otru galda kāju un pievienojis to kā šķērsli kartē.



4.14. att. Mainītā vides konfigurācija un ar izstrādāto karšu sastādīšanas algoritmu labotā vides karte

Eksperimenta rezultāti parāda, ka piedāvātā pieeja ir spējīga sastādīt robotu kartes, kuras roboti var izmantot, lai pārvietotos vidē un izpildītu uzdevumus specifiskās vides vietās. Uz binārā Beiesa filtra balstītais karšu sastādīšanas algoritms ir spējīgs mainīt karti tās konfigurācijas maiņas vai mērījumu kļūdas gadījumos.

4.5. Kopsavilkums

Problēma, kas tiek aplūkota šajā nodaļā, ir kartes sastādīšana ar primitīviem sensoriem – sadursmes sensoriem. Vienīgais veids, kā ar šādiem sensoriem ir iespējams iegūt informāciju

par apkārtējo vidi, ir pastāvīgi aprēķināt telpu, kuru aizņem robots, un reģistrēt sadursmes ar šķēršļiem.

Šāda daudzu robotu sistēma ir, piemēram, telpu uzkopšanas robotu komanda ar iRobot Roomba [iRo 2012] putekļusūcēju robotiem, kura tiek izstrādāta Rīgas Tehniskajā universitātē projekta „Daudzaģentu robotizētas intelektuālas sistēmas tehnoloģijas izstrāde” ietvaros sadarbībā ar Latvijas Lauksaimniecības universitāti un SIA „Terra Virtuala” [RTU 2013].

Pateicoties marķieru pašlokālizācijai, robotu koordinātes vienmēr ir zināmas, un, balstoties uz to, kartes šūnām var piešķirt vērtības, atbilstoši sensoru mērījumiem. Vienkāršs, bet efektīvs kartes šūnu aizņemšanas vērtību atjaunošanas algoritms ir binārais Beiesa filtrs [Thr 2005]. Binārais Beiesa filtrs ļauj uzturēt ‘atmiņu’ par iepriekšējiem sensoru mērījumiem un vienlaicīgi nodrošina, ka šūnas vērtība vienmēr ir intervālā $[0; 1]$, kas atbilst darbā pieņemtajam aizņemšanas režģa atspoguļojumam.

Diemžēl praktiskas dabas problēmas neļauj bināro Beiesa filtra piemērot konkrētajai daudzu robotu sistēmai. Ja oriģinālais Beiesa filtrs tiek atstāts nemodificēts, tad šūnu sensora rādījumi ‘brīvs’ ātri var pārrakstīt šūnas ar vērtību ‘aizņemts’. Gala rezultātā daudzas šūnas, kas patiesībā atbilst aizņemtiem apgabaliem, tiks atzīmētas kā ‘brīvas’, kas neatbilst īstenībai.

Tāpēc šajā nodaļā ir piedāvāta modificēta binārā Beiesa filtra karšu sastādīšana. Šūnu aizņemšanas vērtības tiek atjaunotas, izmantojot bināro Beiesa filtra algoritmu tikai tajos gadījumos, kad sensora rādījums ir ‘aizņemts’. Ja šūna pašreizējā sensora mērījumā ir atzīmēta kā ‘brīva’, tad logaritmisko atšķirību vērtība tiek samazināta par konstantu vērtību, kas ir funkcija no sensoru mērījumu biežuma un nepieciešamā šūnas izmaiņas laika.

Eksperimenta rezultāti parāda, ka piedāvātā pieeja ir spējīga sastādīt robotu kartes, kuras roboti var izmantot, lai pārvietotos vidē un izpildītu uzdevumus specifiskās vides vietās. Uz binārā Beiesa filtra balstītais karšu sastādīšanas algoritms ir spējīgs mainīt karti tās konfigurācijas maiņas vai mērījumu kļūdas gadījumos.

Izstrādātais karšu sastādīšanas algoritms ļauj iegūt robotu lokālās kartes šajā nodaļā aplūkotajā daudzu robotu sistēmā. Nākamajā nodaļā aprakstītā programmatūras sistēma, kas ir balstīta uz ReMMerg karšu apvienošanas metodi, spēj šīs lokālās robotu kartes apvienot vienotā globālajā kartē, pat ja nav zināms lokālo karšu savstarpējais novietojums.

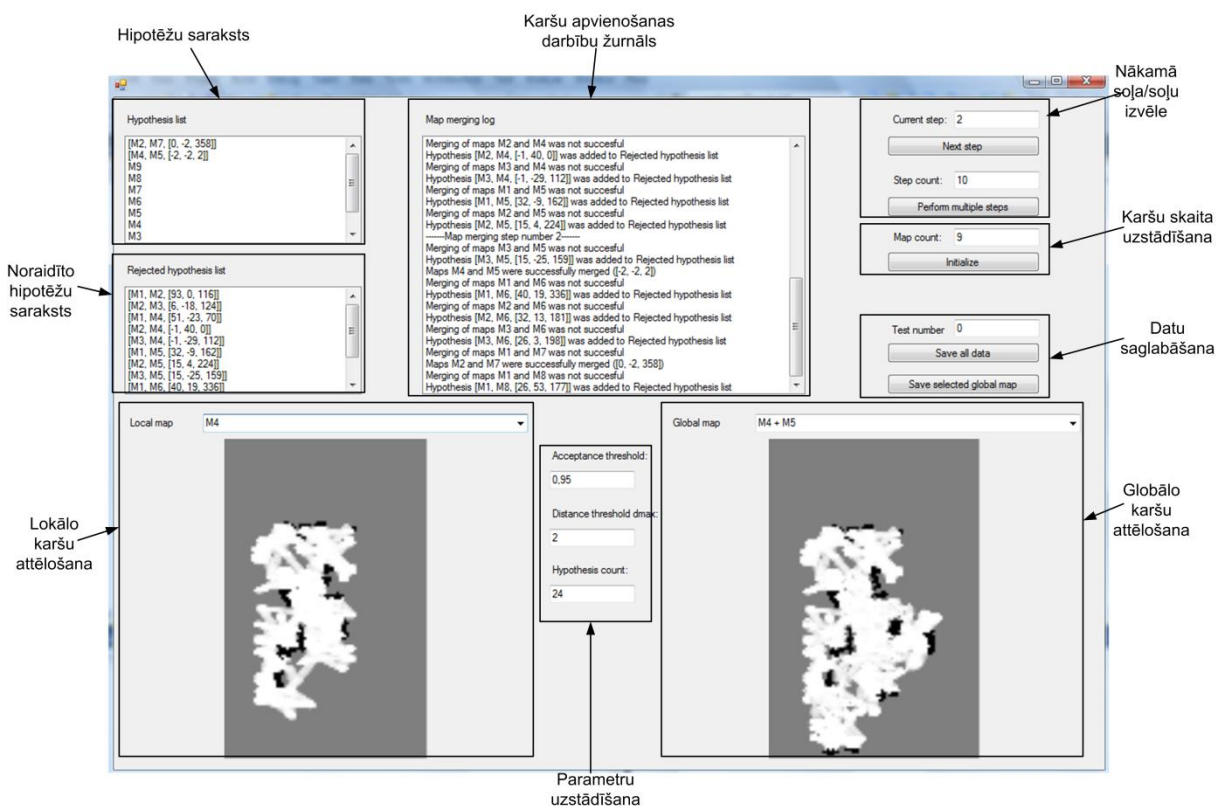
5. KARŠU APVIENOŠANAS METODES REALIZĀCIJA

Šajā nodaļā ir aprakstīta izstrādātā eksperimentālā sistēma, veiktie eksperimenti, un to rezultāti, kas ļauj spriest par izstrādātās karšu apvienošanas metodes darbību, kā arī tās efektivitāti un praktisko pielietojumu. Detalizēts piemērs ReMMerg metodes darbībai ir atrodams 1. pielikumā.

5.1. Eksperimentālās sistēmas apraksts

Izstrādātā karšu apvienošanas metode ReMMerg ir realizēta programmatūras sistēmā (C# valodā Visual Studio 2010 vidē), un kā eksperimentu izejas dati ir izmantotas 4. nodaļā aprakstītās daudzu robotu sistēmas sastādītās kartes, kuras ir atbilstošas metodes pielietojuma videi – lokāli neprecīzas aizņemtības režģu kartes.

Izstrādātā programmatūras sistēma (skatīt 5.1. attēlu) pilnībā realizē visas 3. nodaļā aprakstītās datu struktūras un procesus. Papildus ir izveidots arī karšu apvienošanas darbību žurnāls, kas ļauj sekot notikumiem, kas norisinās izstrādātajā sistēmā.



5.1. att. Programmatūras sistēmas ekrānattēls ar paskaidrojumiem

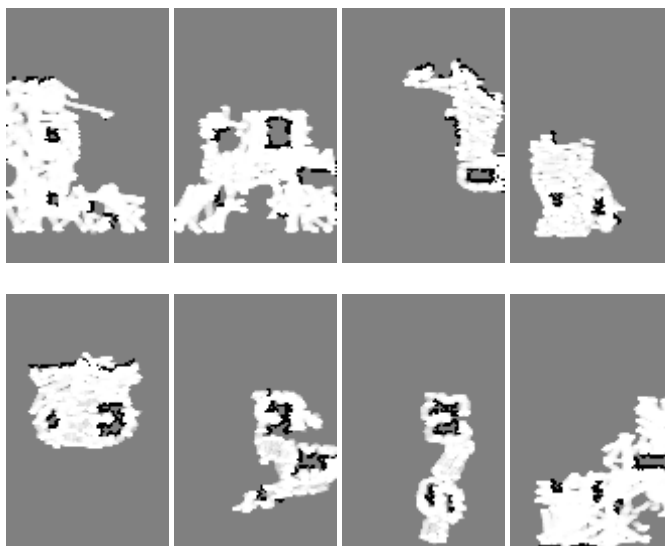
5.2. Karšu apvienošanas hipotēzes novērtējuma parametru izvēlēšanās

Eksperimenta mērķis:

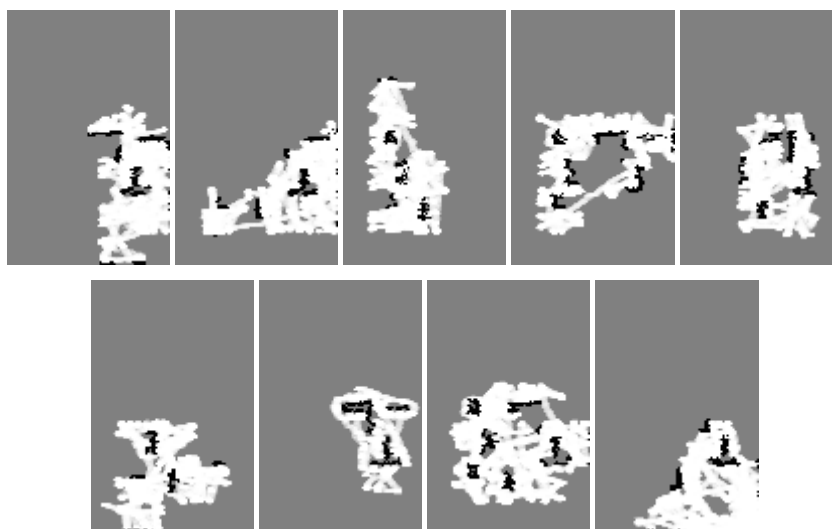
Eksperimenta mērķis ir noteikt izstrādātās karšu apvienošanas hipotēzes novērtējuma EvaLIM piemērotākos parametrus eksperimentos izmantotajai daudzu robotu sistēmai. Papildus EvaLIM darbība tiek salīdzināta ar literatūrā visplašāk izmantoto novērtēšanas metodi – tiešo šūnu salīdzināšanu [Bir 2006], kura ir EvaLIM speciālgadījums pie attāluma sliekšņa $d_{\max}=0$.

Eksperimenta realizācija:

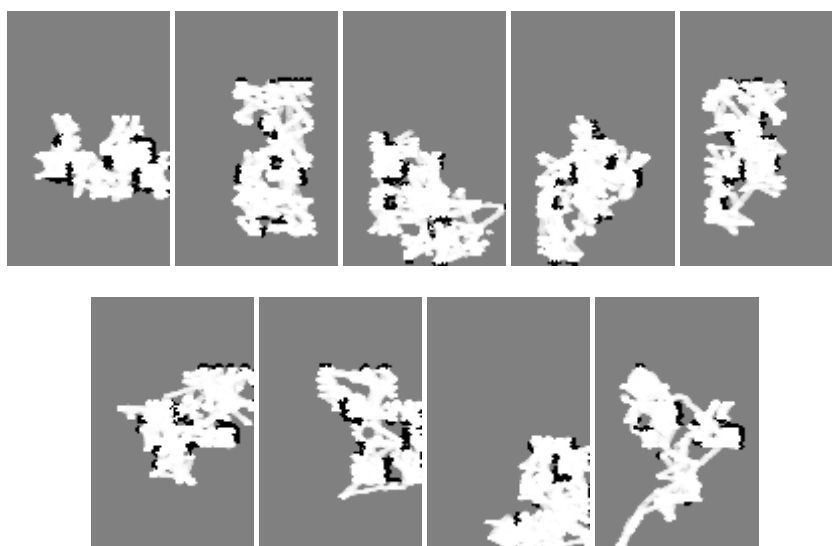
Abas karšu apvienošanas hipotēzes novērtējuma metodes tika salīdzinātas, sastādot kartes trīs dažādās vides konfigurācijās. Vides konfigurācijā nr.1 roboti sastādīja astoņas daļējas kartes (5.2. attēls). Pārējās divās vides konfigurācijās (nr.2 un nr.3) tika sastādītas deviņas daļējas kartes (5.3. un 5.4. attēli).



5.2. att. Lokālās kartes karšu sastādīšanas beigās vides konfigurācijā nr.1

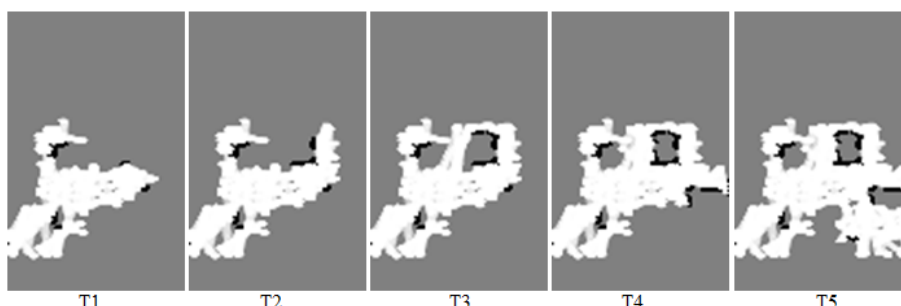


5.3. att. Lokālās kartes karšu sastādīšanas beigās vides konfigurācijā nr.2



5.4. att. Lokālās kartes karšu sastādīšanas beigās vides konfigurācijā nr.3

Karšu sastādīšanas process tika fiksēts, secīgi saglabājot daļēji sastādītas kartes. Eksperimentiem ir izmantotas katras daļējās kartes piecas sastādīšanas stadijas. Vienas kartes sastādīšanas piemērs ir redzams 5.5 attēlā. Visas eksperimentiem izmantotās kartes ir atrodamas 2. pielikumā.



5.5. att. Eksperimentos izmantotās daļējās kartes sastādīšanas sekvences piemērs

Ar katru karšu kopu tika veikti 36 globālās kartes sastādīšanas mēģinājumi (pavisam kopā 104 globālās kartes sastādīšanas mēģinājumi) – kombinācijas no trīs parametriem:

- Trīs hipotēžu apstiprināšanas sliekšņi h_{val_min} [0.93, 0.95, 0.97]. Sākotnējās pārbaudes liecina, ka lokāli neprecīzas kartes, kādas tiek izmantotas šajos eksperimentos, nevar tikt apvienotas, ja hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis ir pārāk augsts, piemēram, 0.99.
- Četri hipotēžu novērtēšanas attāluma sliekšņi d_{max} [0, 1, 2, 3]. Pie attāluma sliekšņa $d_{max}=0$ EvaLIM metodes rezultāti ir identiski tiešajai šūnu salīdzināšanai, jo par līdzīgām kopīgajā apgabalā tiek atzītas tikai šūnas ar vienādu vērtību un netiek ņemtas vērā citas tuvumā esošās šūnas. Attāluma sliekšnis $d_{max}=2$ ir aptuveni vienāds ar reālo kļūdu kartēs – lielākā daļa karšu neprecizitāšu atrodas šajā attālumā.
- Trīs lokālās apvienošanas hipotēžu kopas h_{set} [8, 16, 24], kas raksturo, cik daudz transformācijas aprēķina lokālās karšu apvienošanas metode katrā apvienošanas mēģinājumā. Jo vairāk transformācijas tiek aprēķinātas, jo lielāka ir varbūtība, ka tiks atrasts pareizais apvienojums, bet lielāka transformāciju skaita aprēķināšanai ir nepieciešams arī vairāk laika.

Visām karšu apvienošanas konfigurācijām ir aplūkoti pirmie 10 karšu apvienošanas soļi (lielāks soļu skaits nemaina gala rezultātā iegūto globālo karti). Katra soļa lokālo karšu apvienojumu skaits ir $[n - 1]$, kur n ir augstākā līmeņa hipotēžu skaits. $[n - 1]$ ir izvēlēts, jo tas ir minimālais globālās kartes sastādīšanai nepieciešamais karšu apvienojumu skaits, ja visi apvienojumi ir sekmīgi.

Katram globālās kartes sastādīšanas mēģinājumam ar ReMMerg metodi tika saglabāti un visi ar izstrādāto sistēmu iegūtie dati: Sastādīto hipotēžu saraksts, Noraidīto hipotēžu saraksts,

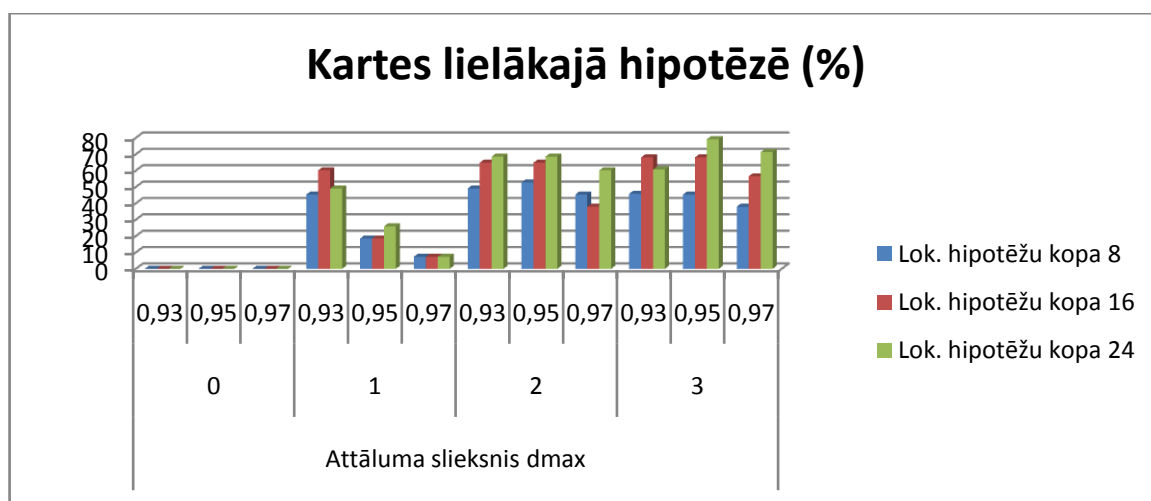
karšu apvienošanas darbību žurnāla kopija, veikto darbību apkopojums pa soļiem un kopējais apkopojums, kā arī visu izvirzīto hipotēžu attēli. Vienas karšu apvienošanas konfigurācijas [$d_{max}=2$, $hval_{min}=0.95$, $hset=16$] dati ir aplūkojami 3. pielikumā.

Eksperimenta rezultāti:

Eksperimenta rezultāti 5.6. attēlā un 5.1. tabulā atspoguļo vidējo karšu skaitu katras konfigurācijas lielākajā hipotēzē procentos (kur konfigurācija ir [attāluma sliekšnis d_{max} , hipotēzes apstiprināšanas sliekšnis $hval_{min}$, lokālās apvienošanas hipotēžu kopa izmērs $hset$]. Globālās karšu apvienošanas mērķis ir iegūt vienu globālās kartes hipotēzi, tāpēc jo vairāk kartes ir iekļautas lielākajā hipotēzē, jo labāks rezultāts ir iegūts.

5.1. tabula. Karšu skaits lielākajā hipotēzē (vidējā vērtība procentos) visām konfigurācijām

		Attāluma sliekšnis d_{max}											
		0			1			2			3		
		Hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis $hval_{min}$											
		0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97
Lok. hipotēžu kopa $hset$	8	0	0	0	45,37	18,51	7,4	49,07	52,77	45,37	45,83	45,37	37,96
	16	0	0	0	60,18	18,51	7,4	64,81	64,81	37,96	68,05	68,05	56,48
	24	0	0	0	49,07	25,92	7,4	68,51	68,51	60,18	60,64	79,16	71,29



5.6. att. Karšu skaits lielākajā hipotēzē (vidējā vērtība procentos) visām konfigurācijām

Kopējā tendence ir, ka lielākas lokālās apvienošanas hipotēžu kopas h_{set} palielina karšu skaitu lielākajā hipotēzē, bet ir arī daži izņēmumi. Šie izņēmumi rodas, jo dažreiz lokālā karšu apvienošana nespēj apvienot augstāka līmeņa kartes, bet var apvienot to zemāka līmeņa komponentes. Tādējādi dažādas karšu apvienošanas secības var būtiski ietekmēt rezultātā iegūto globālo karti/kartes.

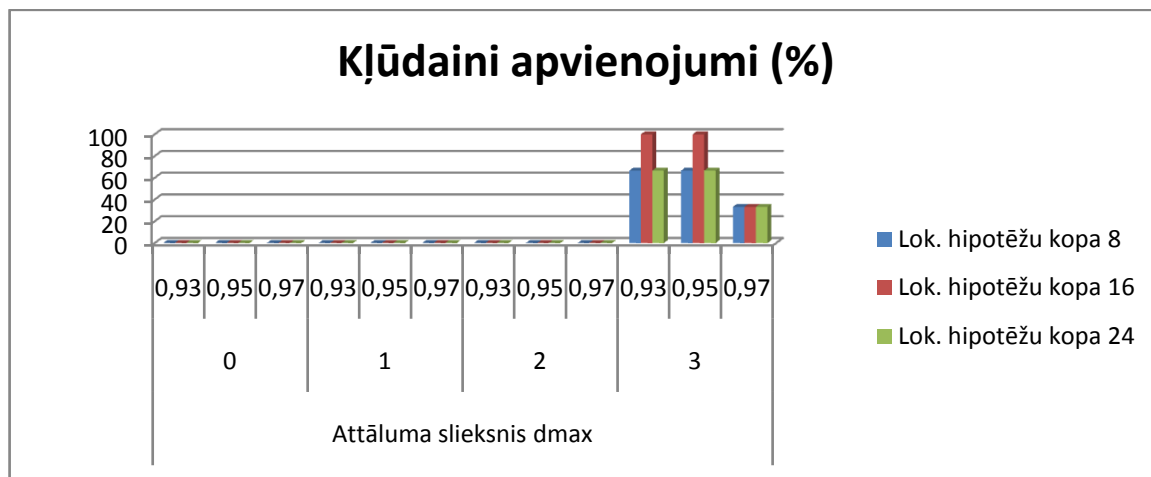
Augstāks hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis $h_{val_{min}}$ samazina hipotēžu kopu, kas tiek apstiprinātas kā potenciāli derīgas. Šo tendenci vislabāk var novērot attāluma sliekšnim $d_{max}=1$, kur karšu skaits lielākajā hipotēzē pie hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa $h_{val_{min}}=0.97$ ir ļoti zems.

Pie attāluma sliekšņa $d_{max}=0$ visās konfigurācijās un karšu kopās netiek iegūta neviena hipotēze. Pie attāluma sliekšņa $d_{max}=0$ EvaLIM metodes rezultāti ir identiski tiešajai šūnu salīdzināšanai, un hipotēžu neiegūšana demonstrē, ka tiešā šūnu salīdzināšana nav piemērota lokāli neprecīzu karšu apvienojumu novērtēšanai un tās vietā ir labāk izmantot EvaLIM novērtējumu ar attāluma sliekšni d_{max} , kas ir augstāks par 0. Visām pārējām d_{max} vērtībām tiek iegūtas vismaz daļējas globālās kartes. Vislabākie rezultāti tika iegūti pie attāluma sliekšņiem $d_{max}=2$ un $d_{max}=3$ (attiecīgi vidēji 68,51% un 79,16% kartes ir iekļautas lielākajā hipotēzē pie konfigurācijas ar augstākajiem rezultātiem).

Tomēr 5.7. attēlā un 5.2. tabulā var redzēt, ka attāluma sliekšnis $d_{max}=3$ nespēj identificēt kļūdainus apvienojumus. Kopā 62.96% hipotēžu pie attāluma sliekšņa $d_{max}=3$ satur vismaz vienu nepareizu hipotēzi. Tas demonstrē, ka ar augstākiem attāluma sliekšņiem karšu apvienošanā var iegūt lielākas globālās kartes, bet arī kļūdainu apvienojumu risks ir augstāks.

5.2. tabula. Kļūdaini apvienojumi (procentos no apvienojumu skaita) visām konfigurācijām

		Attāluma sliekšnis d_{max}											
		0			1			2			3		
		Hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis											
		0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97
Lok. hipotēžu kopa	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	66,66	66,66	33,33
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	100	33,33
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	66,66	66,66	33,33



5.7. att. Kļūdaini apvienojumi (procentos no apvienojumu skaita) visām konfigurācijām

Lai uzstādītu piemērotāko attāluma sliekšni d_{max} daudzu robotu sistēmā, ir jāņem vērā divas vērtības: a) troksnis kartēs – cik ļoti var atšķirties šķēršļa novietojums kartē un realitātē un b) kartes šūnu izmērs. d_{max} vērtībai ir jābūt aptuveni vienāgai ar attālumu, kurā ir lielākā daļa kļūdu, atbilstoši šūnu izmēriem. No vairākām iespējamām vērtībām rekomendācija ir izmantot augstāko attāluma sliekšni, kas nodrošina konkrētajai sistēmai pieņemami zemu nepareizu apvienojumu skaitu. Aplūkotajā robotu sistēmā ir jāizmanto attāluma sliekšnis $d_{max}=2$.

Rezultātu interpretācija un secinājumi:

Eksperimentu rezultāti demonstrē, ka piedāvātā globālās kartes apvienošanas metode spēj sastādīt daļējas globālās kartes un daļā gadījumu pilnas globālās kartes, bet labāko rezultātu sasniegšanai ir rūpīgi jāizvēlas metodes parametri. Augstāku attāluma sliekšņu d_{max} izmantošana iegūst lielākas globālās kartes hipotēzes, bet arī nepareizu apvienojumu risks ir augstāks. Vispārīgā gadījumā ir divi galvenie šķēršļi, kas traucē piedāvātajai metodei visos gadījumos iegūt pilnu globālo karti:

- Lokālo karšu apvienošanas metožu ierobežojumi. Neviena autorei zināma metode nespēj identificēt divu lokālo karšu kopīgos apgabalus visos gadījumos – arī tad, ja tie eksistē.
- Troksnis kartēs. Lokālo karšu neprecizitātes apgrūtina metodes parametru (attāluma sliekšņa d_{max} un hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa $h_{val_{min}}$) uzstādīšanu tā, lai visi derīgie apvienojumi tiktu apstiprināti un visi nepareizie apvienojumi tiktu noraidīti.

Balstoties uz eksperimenta rezultātiem, tālāk promocijas darbā tiek pieņemts, ka izstrādātās globālās karšu apvienošanas metode konkrētajai daudzu robotu sistēmai vislabāk darbojas pie sekojošiem parametriem:

- **Attāluma sliekšnis $d_{max}=2$.** Augstāks attāluma sliekšnis pieļauj nepareizus karšu apvienojumus, bet zemāki attāluma sliekšņi noraida lielu daudzumu pareizu hipotēžu.
- **Karšu apvienošanas hipotēzes apstiprināšanas sliekšnis $hval_{min}=0.95$.** Augstāks hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis pie $d_{max}=2$ būtiski pazemina apstiprināto hipotēžu skaitu, savukārt zemāks – aplūkotajos gadījumos pie $d_{max}=2$ nemaina rezultātus, bet palielina nepareizu apvienojumu apstiprināšanas risku.
- **Lokālās apvienošanas hipotēžu kopas izmērs $hset=16$.** Šāds hipotēžu kopas izmērs būtiski palielina vidējo karšu skaitu lielākajā globālajā hipotēzē, salīdzinot ar kopas izmēru $hset=8$. Hipotēžu kopas izmērs $hset=24$ vēl mazliet uzlabo rezultātus, bet karšu apvienošana prasa ievērojami vairāk laika, tāpēc ir izvēlēts izmērs $hset=16$. Ja globālās kartes sastādīšanai patērētais laiks nav būtisks, tad labāk ir izmantot vislielāko lokālās apvienošanas hipotēžu kopas izmēru – šajā gadījumā $hset=24$.

5.3. Izstrādātās metodes ReMMerg darbības novērtēšana

Izstrādātās metodes darbība tiek novērtēta pēc kritērijiem, kas uzskaitīti 5.3. tabulā:

5.3. tabula. Izstrādātās karšu apvienošanas metodes novērtēšanas kritēriji

Nr.	Kritērijs	Pamatojums
1.	Metodes spēja sastādīt sastādīt globālo karti karšu sastādīšanas laikā – karšu apvienošanas dinamiskums	Kā demonstrēts 2. nodaļā, karšu apvienošanas secība ietekmē globālās kartes sastādīšanu. Atsevišķos gadījumos globālo karti ir iespējams iegūt tikai apvienojot kartes specifiskā secībā. Tāpēc karšu apvienošanas metodes globālās karšu apvienošanas daļai ir svarīgi nodrošināt dažādas lokālo karšu kombinēšanas iespējas.
2.	Metodes spēja sastādīt globālo karti pēc kļūdainas hipotēzes izvirzīšanas – karšu apvienošanas atgriezeniskums	Karšu apvienošanā nav izslēgta kļūdainas hipotēzes izvirzīšana. Karšu sastādīšanas laikā var atklāties, ka līdz šim saskanīga hipotēze ir nepareiza. Šādā situācijā karšu apvienošanas metodei ir jāizvirza jaunas hipotēzes, ņemot vērā iepriekš uzkrāto pieredzi.

5.3.1. Globālās kartes sastādīšana

Eksperimenta mērķis:

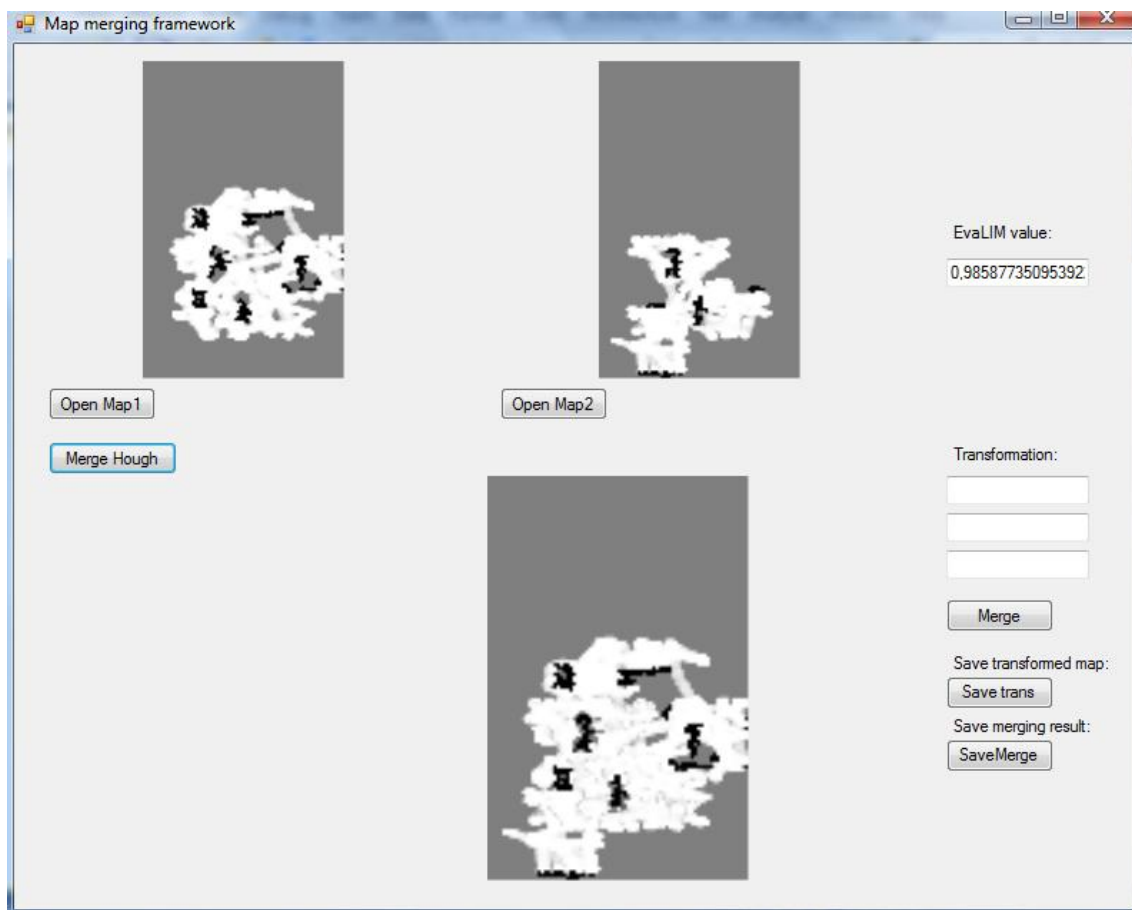
Eksperimenta mērķis ir pārbaudīt metodes spēju sastādīt globālo karti, neizmantojot informāciju par karšu relatīvajām koordināšu sistēmām un savstarpēju pārklājumu esamību.

Eksperimenta realizācija:

Eksperimenta izejas dati ir iegūti no 5.2. apakšnodaļā aprakstītajiem eksperimentiem. Šajā eksperimentā ir aplūkoti tikai rezultāti ar iepriekš izvēlēto parametru konfigurāciju (viena no vairākām iespējamām) – [$d_{\max}=2$; $hval_{\min}=0.95$; $hset=16$]. Individuāli ir analizēti rezultāti katrai no trim vides konfigurācijām.

Lai salīdzinātu ReMMerg metodes sasniegtos rezultātus (izvirzītās augstākā līmeņa hipotēzes) ar potenciāli labāko iespējamo rezultātu pie izmantotās lokālās karšu apvienošanas metodes (karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju), katrai vides konfigurācijai tika sastādītas lokālo apvienojumu iespējamības tabulas. Lokālo apvienojumu iespējamības tabulas attēlo, kuras lokālo karšu kombinācijas izmantotā lokālā karšu apvienošanas metode patstāvīgi spēj apvienot – tas ir, atrast transformāciju karšu starpā pie dotā d_{\max} un $hset$, un šī apvienojuma novērtējums pārsniedz hipotēžu apstiprināšanas sliekšni $hval_{\min}$. Tabulu saturs ir iegūts, individuāli apvienojot visas lokālo karšu kombinācijas, izmantojot šim nolūkam īpaši izstrādātu programmatūras sistēmas saskarni (5.8. attēls).

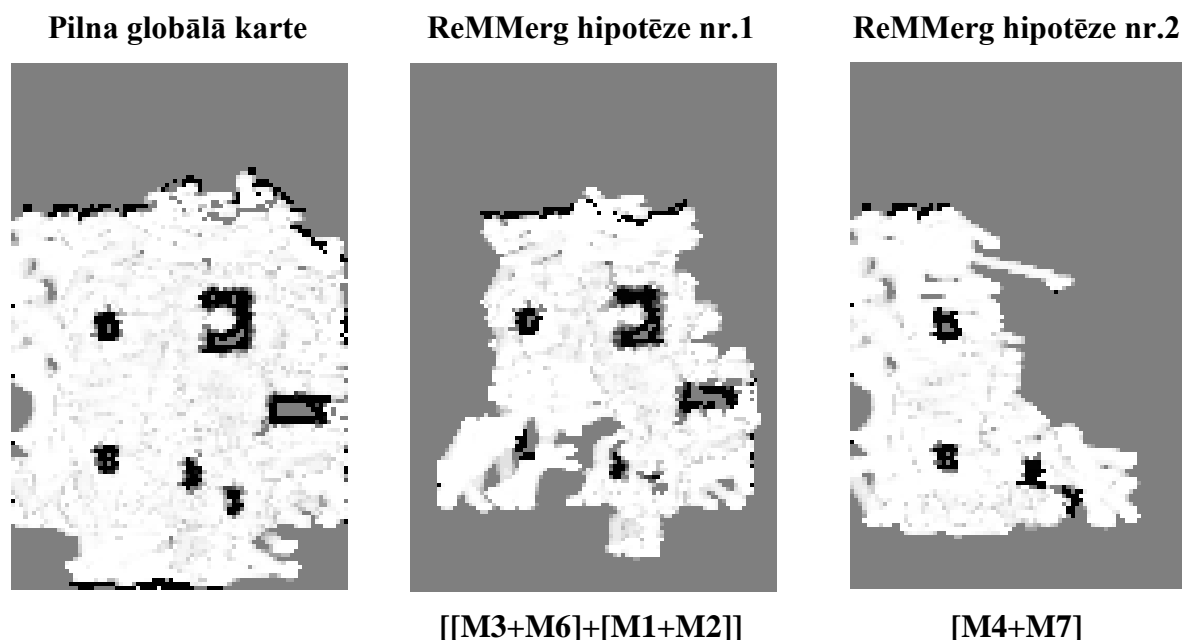
Izmantojot šo pašu programmatūras sistēmas saskarni, uzskatāmības nolūkam tika sastādītas arī pilnas globālās kartes, izmantojot autorei zināmās attiecības starp robotu sastādītajām lokālajām kartēm.



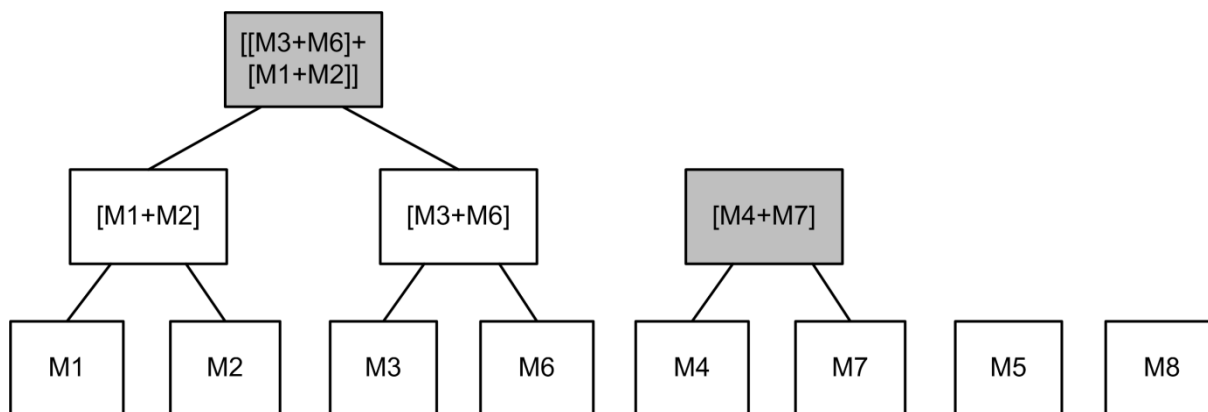
5.8. att. Programmatūras sistēmas saskarnes individuālu karšu apvienošanai ekrānattēls

Eksperimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.1):

Kā minēts 5.2. nodaļā, vides konfigurācijai nr.1 tika sastādītas 8 daļējas kartes (visu karšu gala versijas redzamas 5.2. attēlā). Īstenojot karšu apvienošanu, ReMMerg ir izvirzījusi divas augstākā līmeņa hipotēzes (to vizuālais salīdzinājums ar pilnu globālo karti 5.9. attēlā) - $[[M3+M6]+[M1+M2]]$ un $[M4+M7]$. Kā redzams 5.10. attēlā – hipotēžu kokā –, divas kartes (**M5** un **M8**) nav iekļautas nevienā no hipotēzēm. Nav arī iegūta viena globālās kartes hipotēze, bet tikai divas augstākā līmeņa hipotēzes, no kurām lielākā satur 4 lokālās kartes, bet mazākā – 2 lokālās kartes.



5.9. att. Vides konfigurācija nr.1: manuāli sastādīta pilna globālā karte (kreisajā pusē) un ReMMerg sastādītās augstākā līmeņa hipotēzes (labajā pusē)



5.10. att. Vides konfigurācija nr.1: ReMMerg sastādītais hipotēžu koks

Lielākā augstākā līmeņa hipotēze iekļauj tikai 50% no lokālajām kartēm, kas ir vājš rezultāts, tomēr ir vairāki no globālās karšu apvienošanas metodes neatkarīgi faktori, kas neļauj sasniegt labākus rezultātus:

1. **Lokālās karšu apvienošanas metodes ierobežojumi.** Karšu apvienošanai, izmantojot Hjū transformāciju, tāpat kā jebkurai citai metodei, ir ierobežojumi un trūkumi. Konkrētā metode vislabāk darbojas apvienojot kartes, kurās ir daudz paralēlas un perpendikulāras līnijas, bet vājāk darbojas apvienojot kartes ar nelieliem regulāras formas objektiem, kas ir raksturīgi vides konfigurācijai nr.1. Analizējot lokālo apvienojumu iespējamību tabulu (5.4. tabula), var redzēt, ka izmantotā metode nespēj apvienot karti **M8** ne ar vienu citu lokālo karti. Arī

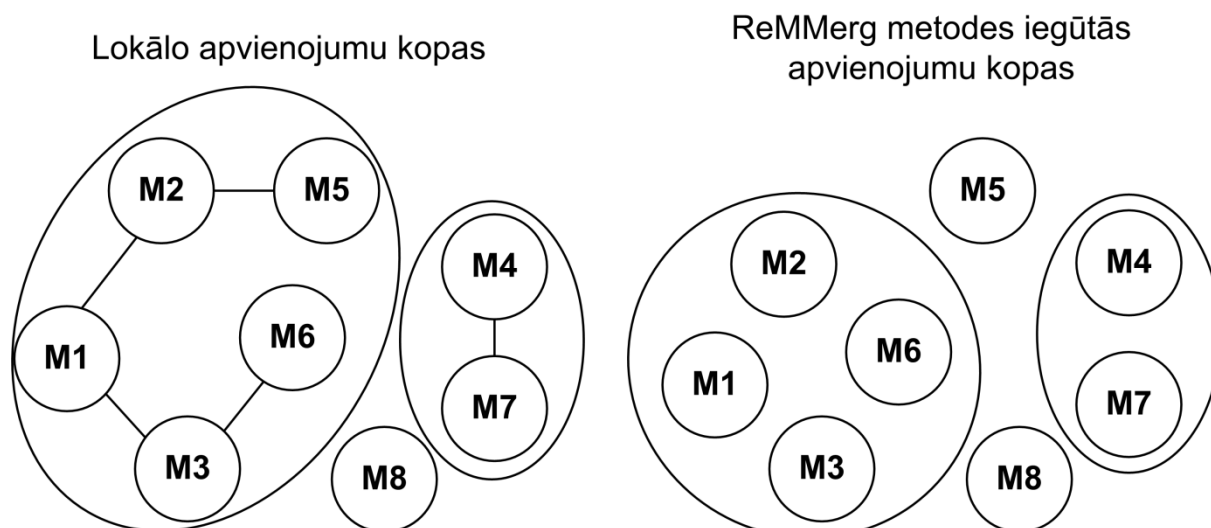
kartes **M4** un **M7** tā var apvienot tikai savā starpā, kas ir atbilstoši iegūtajai augstākā līmeņa hipotēzei **M4+M7**.

2. **Globālas neprecizitātes vienā no kartēm.** Kaut arī, balstoties uz lokālo apvienojumu iespējamību tabulu, vienā apvienojumu kopā (5.11. attēls) iekļaujas kartes **M1**, **M2**, **M3**, **M5**, **M6**, tomēr no šīm kartēm tiek sastādīta hipotēze no 4 kartēm – $[[\mathbf{M3+M6}]+[\mathbf{M1+M2}]]$. Tas ir izskaidrojams ar to, ka lokālās kartes **M3** fragments ir globāli neprecīzs, kas neļauj hipotēzi $[[\mathbf{M3+M6}]+[\mathbf{M1+M2}]]$, kurā ir iekļauta **M3**, apvienot ar karti **M5**, jo to kopīgajā daļā ir pārāk lielas nesakritības.

5.4. tabula. Vides konfigurācija nr.1: Lokālo apvienojumu iespējamību tabula

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
M1		+++	+++	-	-	-	-	-
M2	+++		-	-	+++	-	-	-
M3	+++	-		-	-	+++	-	-
M4	-	-	-		-	-	+++	-
M5	-	+++	-	-		-	-	-
M6	-	-	+++	-	-		-	-
M7	-	-	-	+++	-	-		-
M8	-	-	-	-	-	-	-	

Ar ‘+++’ ir apzīmētas apvienojamas, bet ar ‘-’ neapvienojamas lokālās kartes.



5.11. att. Vides konfigurācija nr.1: apvienojumu kopas.

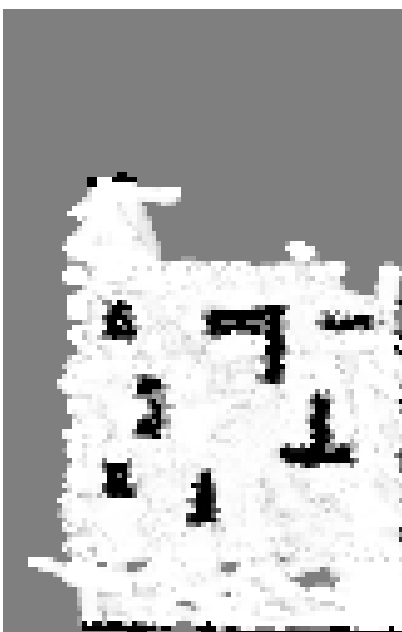
Lokālo apvienojumu kopās iespējamie lokālo karšu apvienojumi ir attēloti ar saitēm starp karšu virsotnēm. ReMMerg metodes iegūtajās kopās saites nav attēlotas; tās var aplūkot hipotēžu kokā augstāk.

Ņemot vērā minētos faktorus, ir jāsecina, ka, sastādot globālo karti vides konfigurācijai nr.1, ReMMerg metodei ir sasniegusi labākos rezultātus, kas ir iespējami pie esošās daļējo karšu precizitātes un lokālās karšu apvienošanas metodes ierobežojumiem.

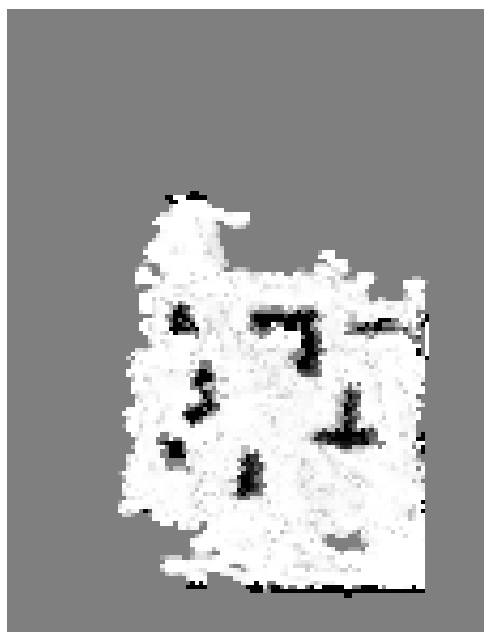
Eksperimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.2):

Vides konfigurācijai nr.2 tika sastādītas 9 daļējas kartes (visu karšu gala versijas atrodamas 5.3. attēlā). Globālās karšu apvienošanas rezultātā ReMMerg ir izvirzījusi vienu globālās kartes hipotēzi (tās salīdzinājums ar pilnu globālo karti redzams 5.12. attēlā) - $[M9+[[M2+[M4+M8]]+[M7+[M6+[M1+M5]]]]$. 5.13. attēlā – hipotēžu kokā – ir redzams, ka karte **M3** nav iekļauta globālās kartes hipotēzē.

Pilna globālā karte

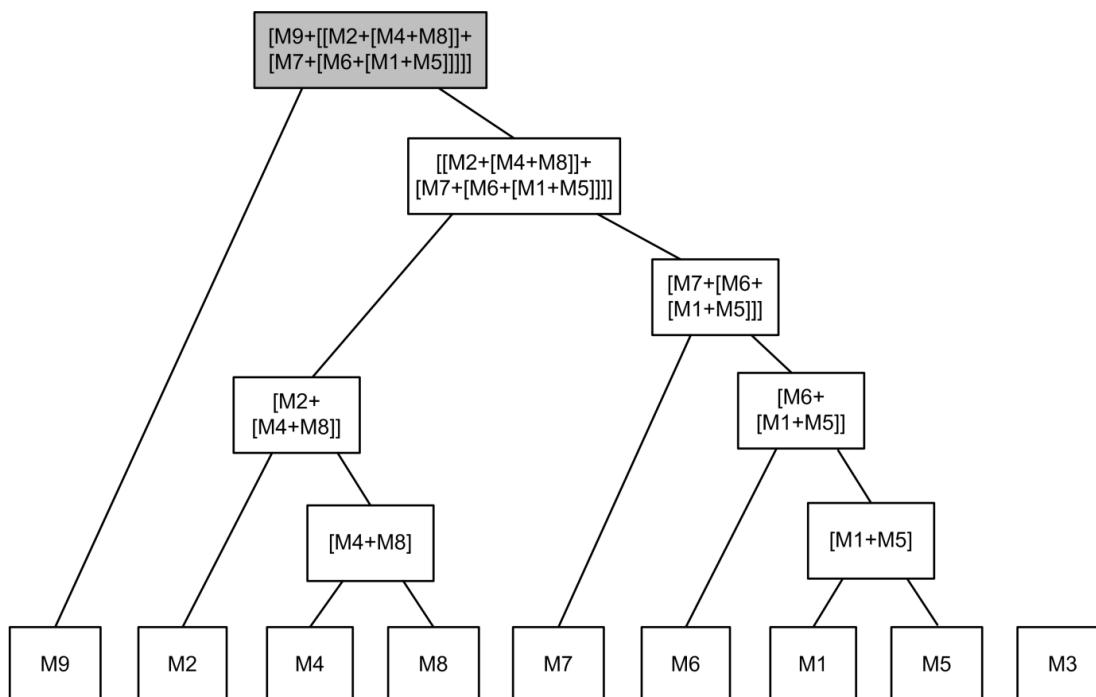


ReMMerg hipotēze



$$[M9+[[M2+[M4+M8]]+[M7+[M6+[M1+M5]]]]$$

5.12. att. Vides konfigurācija nr.2: manuāli sastādīta pilna globālā karte (kreisajā pusē) un ReMMerg sastādītā augstākā līmeņa hipotēze (labajā pusē)



5.13. att. Vides konfigurācija nr.2: ReMMerg sastādītais hipotēžu koks

Vides konfigurācijā nr.2 vienīgā augstākā līmeņa hipotēze iekļauj 8 no 9 lokālajām kartēm, un šis rezultāts ir daudz labāks nekā ReMMerg metode sasniedz vides konfigurācijā nr.1.

Vienīgā karte, kas nav iekļauta globālās kartes hipotēzē, ir **M3**. Karte **M3**, kā attēlo lokālo apvienojumu iespējamību tabula (5.5. tabula) un lokālo apvienojumu kopa (5.14. attēls), ir apvienojama ar divām citām kartēm – **M1** un **M6**, kas nozīmē, ka šajā gadījumā nav vainojama lokālā karšu apvienošanas metode. Arī globālās neprecizitātes nevienā no vides konfigurācijas nr.2 lokālajām kartēm nav sastopamas. Tas nozīmē, ka problēma ir radusies, apvienojot augstāka līmeņa hipotēzes. Šādus rezultātus varētu izraisīt viens no diviem iemesliem:

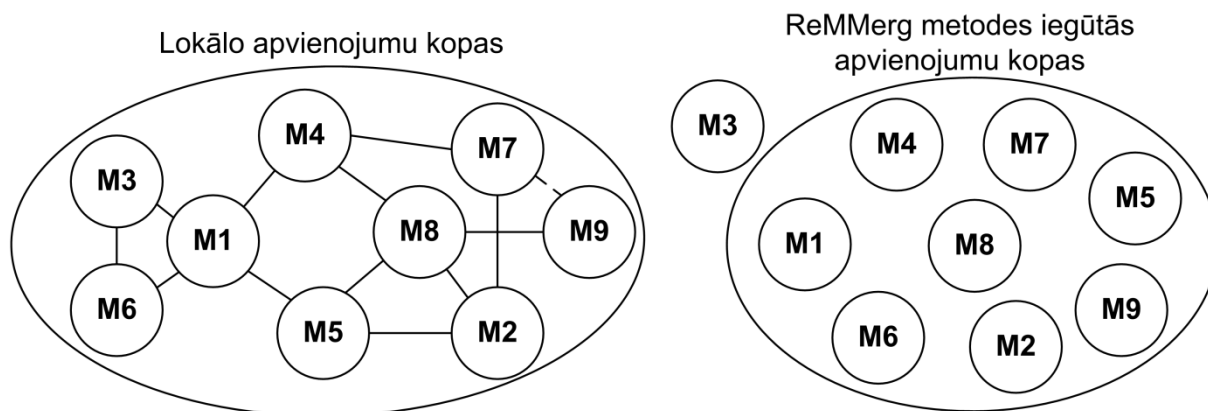
- Izmantotā lokālo karšu apvienošanas metode spēj savā starpā apvienot lokālās kartes, bet nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no šīm kartēm.
- Izmantotā lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, kas veidotas no apvienojamām lokālajām kartēm, bet lielāka trokšņu līmeņa dēļ izvirzītajai hipotēzei ir pārāk zems novērtējums un tā netiek pieņemta.

5.5. tabula. Vides konfigurācija nr.2: Lokālo apvienojumu iespējamību tabula

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
M1		-	+++	+++	+++	+++	-	-	-
M2	-		-	-	+++	-	+++	+++	-
M3	+++	-		-	-	+++	-	-	-
M4	+++	-	-		-	-	+++	+++	-
M5	+++	+++	-	-		-	-	+++	-
M6	+++	-	+++	-	-		-	-	-
M7	-	+++	-	+++	-	-		-	+
M8	-	+++	-	+++	+++	-	-		+++
M9	-	-	-	-	-	-	+	+++	

Ar '+++’ ir apzīmētas apvienojamas, bet ar ‘-’ neapvienojamas lokālās kartes.

‘+’ apzīmē kartes, kuras ir apvienojamas tikai agrīnā stadijā (beigu kartes nav apvienojamas).



5.14. att. Vides konfigurācija nr.2: apvienojumu kopas

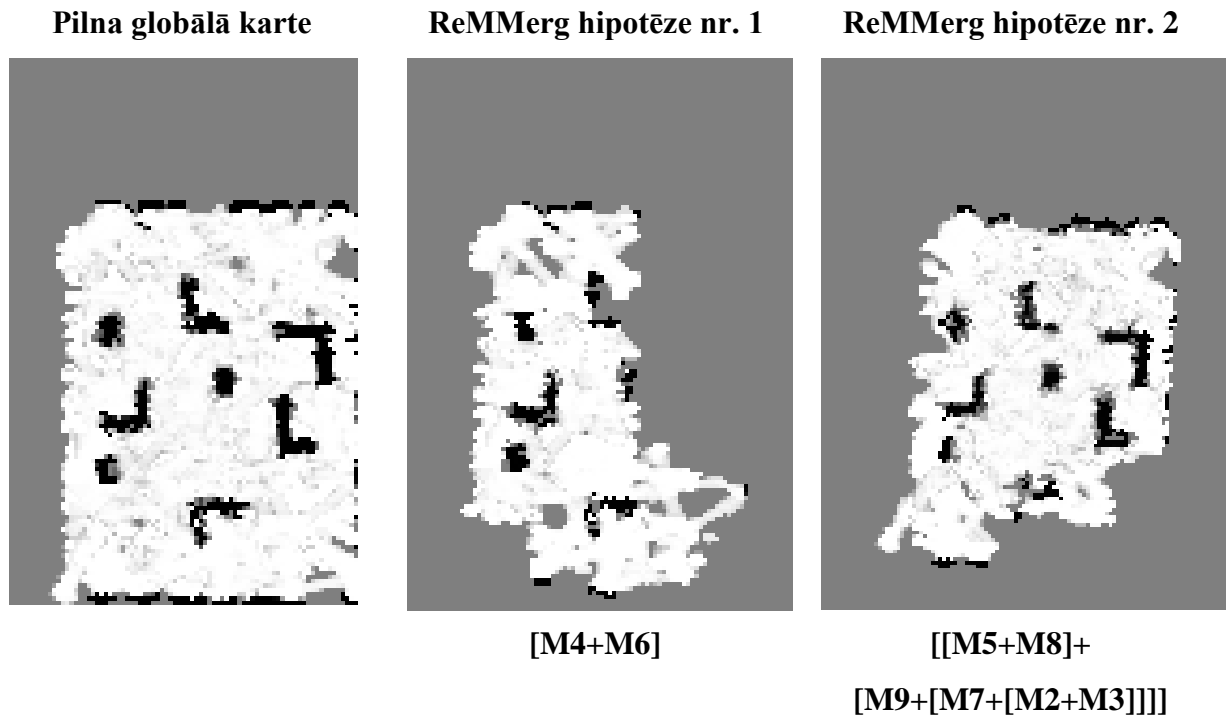
Lokālo apvienojumu kopās iespējamie lokālo karšu apvienojumi ir attēloti ar saitēm starp karšu virsotnēm. ReMMerg metodes iegūtajās kopās saites nav attēlotas; tās var aplūkot hipotēžu kokā augstāk.

Vides konfigurācijā nr.2 ReMMerg metode sasniedz salīdzinoši labus rezultātus un tikai viena karte nav iekļauta globālās kartes hipotēzē. Tas ir izskaidrojams ar to, ka nevienā no šīs konfigurācijas lokālajām kartēm nav globālu neprecizitāšu, un vides konfigurācijas nr.2 struktūra ir piemērotāka izmantotajai lokālo karšu apvienošanas metodei – karšu apvienošanai, izmantojot Hjū transformāciju. Vides objekti ir lielāki nekā vides konfigurācijā nr.1, un to formas ir atšķirīgas, kas padara lokālās kartes vieglāk apvienojamas.

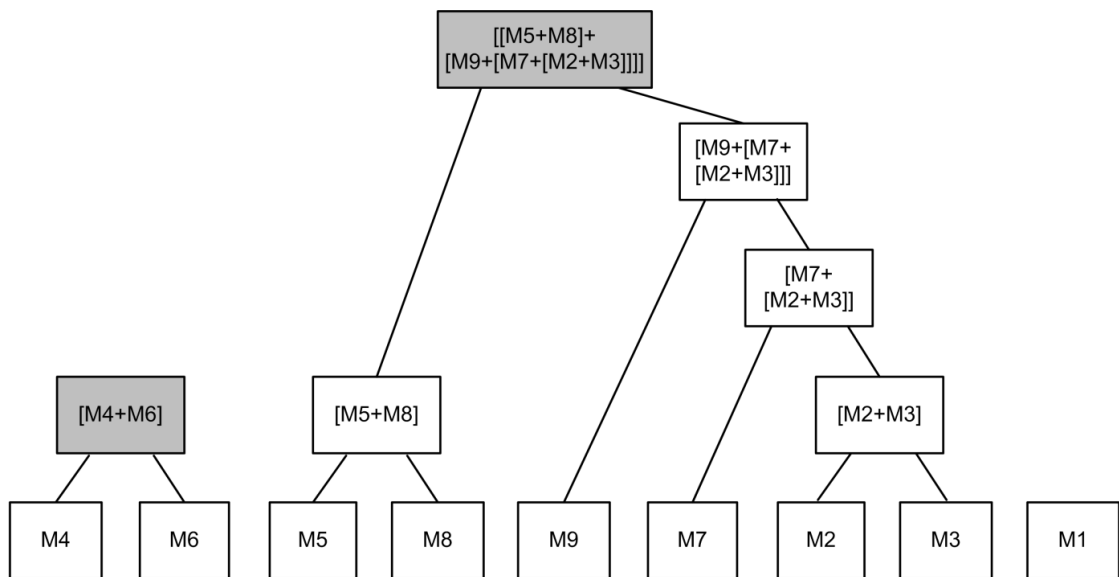
Ekspierimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.3):

Vides konfigurācijai nr.3 ir sastādītas 9 daļējas kartes (visu karšu gala versijas redzamas 5.4. attēlā). Izmantojot šīs daļējās kartes, ReMMerg metode ir izvirzījusi divas augstākā

līmeņa hipotēzes (tās un pilna globālā karte ir redzamas 5.15. attēlā) – $[M4+M6]$ un $[[M5+M8]+[M9+[M7+[M2+M3]]]]$. Hipotēžu kokā (5.16. attēls) var redzēt, ka karte **M1** nav iekļauta nevienā no hipotēzēm. Diemžēl nav arī iegūta viena globālās kartes hipotēze, bet tikai divas augstākā līmeņa hipotēzes, no kurām lielākā satur 6 lokālās kartes, bet mazākā – 2 lokālās kartes.



5.15. att. Vides konfigurācija nr.3: manuāli sastādīta pilna globālā karte (kreisajā pusē) un ReMMerg sastādītās augstākā līmeņa hipotēzes (labajā pusē)



5.16. att. Vides konfigurācija nr.3: ReMMerg sastādītais hipotēžu koks

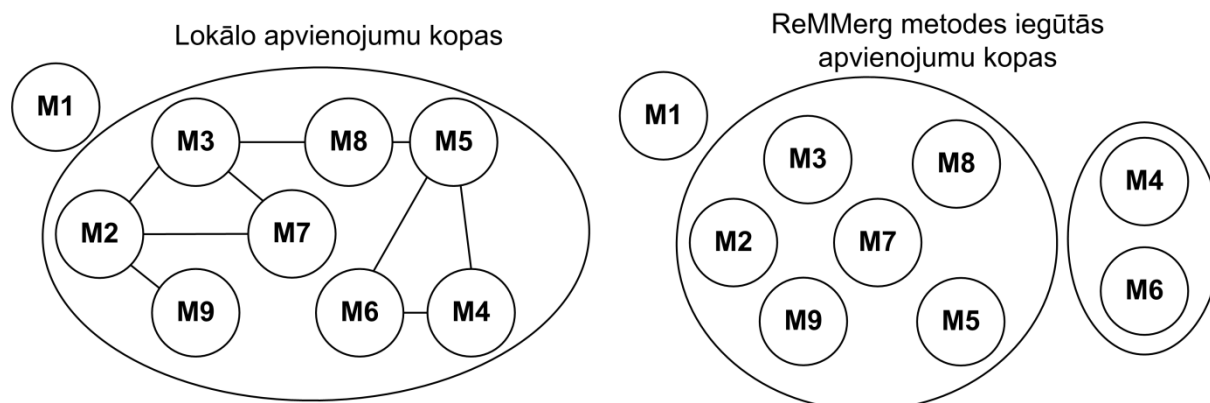
Lokālo apvienojumu tabula vides konfigurācijai nr.3 (5.6. tabula), kā arī lokālo un ReMMerg metodes iegūto apvienojumu kopu salīdzinājums (5.17. attēls) demonstrē, ka izvirzītās divas augstākā līmeņa hipotēzes $[M4+M6]$ un $[[M5+M8]+[M9+[M7+[M2+M3]]]]$ ir iespējamās lokālo apvienojumu kopas divas daļas. Karte **M1** nevienā hipotēzē nav iekļauta, jo tā nav apvienojama ne ar vienu citu lokālo karti.

Līdzīgi, kā vides konfigurācijas nr.2 gadījumā rezultāti var tikt izskaidroti ar vienu no diviem iemesliem: a) izmantotā lokālo karšu apvienošanas metode nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no savā starpā apvienojamām lokālajām kartēm vai b) Lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, bet augstāka trokšņu līmeņa dēļ hipotēze netiek pieņemta.

5.6. tabula. Vides konfigurācija nr.3: Lokālo apvienojumu iespējamību tabula

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
M1		-	-	-	-	-	-	-	-
M2	-		+++	-	-	-	+++	-	+++
M3	-	+++		-	-	-	+++	+++	-
M4	-	-	-		+++	+++	-	-	-
M5	-	-	-	+++		+++	-	+++	-
M6	-	-	-	+++	+++		-	-	-
M7	-	+++	+++	-	-	-		-	-
M8	-	-	+++	-	+++	-	-		-
M9	-	+++	-	-	-	-	-	-	

Ar '+++’ ir apzīmētas apvienojamas, bet ar ‘-’ neapvienojamas lokālās kartes.



5.17. att. Vides konfigurācija nr.3: apvienojumu kopas

Lokālo apvienojumu kopās iespējamie lokālo karšu apvienojumi ir attēloti ar saitēm starp karšu virsotnēm. ReMMerg metodes iegūtajās kopās saites nav attēlotas; tās var aplūkot hipotēžu kokā augstāk.

Vides konfigurācijā nr.3 ReMMerg metode izvirza divas augstākā līmeņa hipotēzes, kuras būtu apvienojamas, ja tiktu apvienotas to zemākā līmeņa komponentes – lokālās kartes. Tomēr, līdzīgi kā vides konfigurācijas nr.2 gadījumā, metodei neizdodas sasniegt rezultātu, kas varētu būt iespējams, spriežot pēc lokālo apvienojumu iespējamības tabulas.

Rezultātu interpretācija un secinājumi:

Nevienā no trim aplūkotajiem globālās kartes sastādīšanas gadījumiem netiek sastādīta pilna globālā karte. Visās vides konfigurācijās, spriežot pēc lokālo apvienojumu iespējamības tabulām, ir iespējams iegūt globālās kartes, kurās ir iekļauts lielāks skaits lokālo karšu, bet tikai vides konfigurācijai nr.1 šo rezultātu traucē sasniegt viena globāli neprecīza lokālā karte.

Vides konfigurācijā nr.1, balstoties uz lokālo apvienojumu iespējamības tabulu un vienas lokālās kartes globālajām neprecizitātēm, ir iegūtas lielākās augstākā līmeņa hipotēzes, ko ir iespējams sastādīt, izmantojot lokālo karšu apvienošanu ar Hjū transformāciju.

5.3.2. Globālās kartes hipotēžu izvirzīšana

Eksperimenta mērķis:

Eksperimenta mērķis ir pārbaudīt, vai izstrādātā metode ReMMerg izvirza maksimāli lielākās iespējamās hipotēzes pie esošajiem karšu neprecizitāšu un lokālās karšu apvienošanas metodes ierobežojumiem.

Eksperimenta realizācija:

Lai pārbaudītu, vai ReMMerg metode sastāda lielākās iespējamās hipotēzes, visām trim vides konfigurācijām tika iegūtas visas iespējamās karšu apvienošanas hipotēzes (karšu apvienošanas metodes parametri ir $[d_{max}=2; h_{val_{min}}=0.95; h_{set}=16]$). Sākotnēji tika izmēģinātas visas iespējamās lokālo karšu apvienošanas kombinācijas, izvirzot hipotēzes, kas sastāv no divām lokālajām kartēm, piemēram, M1+M2 (apstiprinātas un tālākā karšu apvienošanā ir izmantotas tikai tās hipotēzes, kuru novērtējums pārsniedz hipotēžu apstiprināšanas sliekšni $h_{val_{min}}=0.95$). Otrajā iterācijā tika pārbaudīta visu karšu apvienojumu, kas sastāv no trīs lokālajām kartēm, iespējamība, izmantojot gan lokālās kartes, gan jau iepriekš izvirzītās hipotēzes. Līdzīgā veidā karšu apvienošana tika turpināta, līdz tika sasniegts maksimālais iespējamais karšu skaits hipotēzēs – 8 kartes vides konfigurācijai nr.1 un 9 kartes vides konfigurācijām nr. 2 un 3.

Eksperimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.1):

Visu iespējamo karšu apvienošanas hipotēžu apkopojums vides konfigurācijā nr.1 ir redzams 5.7. un 5.8. tabulās. Tabulas atspoguļo, cik daudz (5.7. tabula)/bieži (5.8. tabula) konkrētas lokālās kartes ir sastopamas dažādos hipotēžu līmeņos, kur hipotēžu līmeņi nozīmē hipotēzēs iekļauto lokālo karšu skaitu.

5.7. tabula. Vides konfigurācija nr.1: Karšu skaits hipotēzēs

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	Kopā
2	2	2	2	1	1	1	1	0	5
3	0	1	1	0	0	1	0	0	1
4	1	1	1	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kopā	3	4	4	1	1	3	1	0	7

5.8. tabula. Vides konfigurācija nr.1: Karšu skaits hipotēzēs (%)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
2	40	40	40	20	20	20	20	0
3	0	100	100	0	0	100	0	0
4	100	100	100	0	0	100	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
Kopā	42,86	57,14	57,14	14,28	14,28	42,86	14,28	0

Kā liecina iegūtie dati 5.7. un 5.8. tabulās, lielākā hipotēze, kuru ir iespējams sastādīt vides konfigurācijā nr.1, izmantojot lokālo karšu apvienošanu ar Hjū transformāciju [Car 2008], sastāv no četrām lokālajām kartēm – **M1**, **M2**, **M3** un **M6**. Karte **M8** nav iekļauta nevienā hipotēzē, bet kartes **M4**, **M5** un **M7** parādās tikai hipotēzēs, kas sastāv no divām lokālajām kartēm.

Balstoties uz iegūtajiem rezultātiem, var secināt, ka vides konfigurācijā nr.1 ir iegūtas pie izmantotās lokālo karšu apvienošanas metodes un izvēlētajiem metodes parametriem labākie iespējamie rezultāti, kas ir divas augstākā līmeņa hipotēzes $[[\mathbf{M3}+\mathbf{M6}]+[\mathbf{M1}+\mathbf{M2}]]$ un $[\mathbf{M4}+\mathbf{M7}]$.

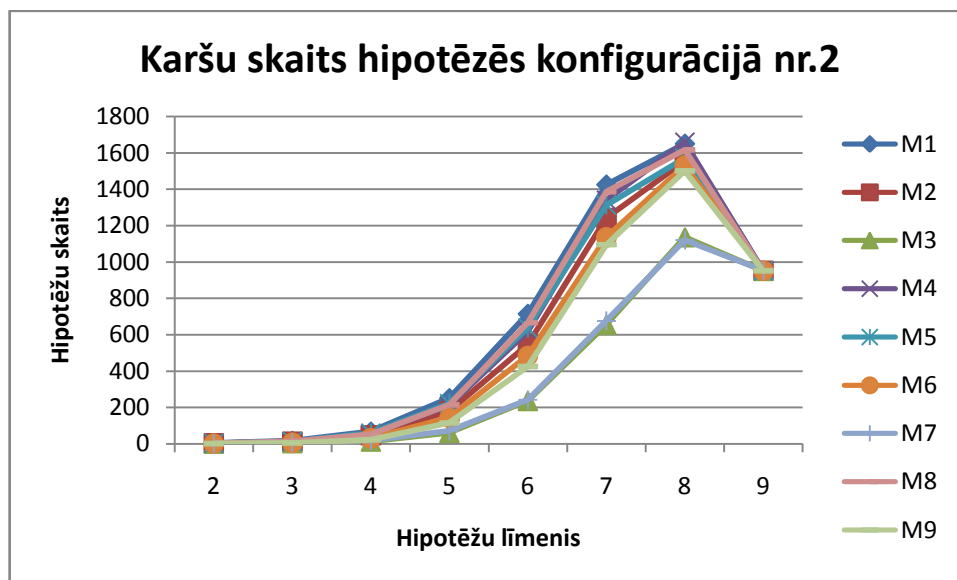
Eksperimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.2):

Visu iespējamo karšu apvienošanas hipotēžu apkopojums vides konfigurācijā nr.2 ir redzams 5.9. un 5.10. tabulās, kā arī 5.18. un 5.19. attēlos. Tabulas un attēli atspoguļo, cik daudz (5.9. tabula un 5.18. attēls)/bieži (5.10. tabula un 5.19. attēls) konkrētas lokālās kartes ir sastopamas dažādos hipotēžu līmeņos, kur hipotēžu līmeņi nozīmē hipotēzēs iekļauto lokālo karšu skaitu.

Kā liecina iegūtie dati, vides konfigurācijā nr.2 ir iespējams iegūt 952 dažādas augstākā līmeņa jeb globālās kartes hipotēzes, kuras sastāv no visām deviņām lokālajām kartēm.

5.9. tabula. Vides konfigurācija nr.2: Karšu skaits hipotēzēs

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	Kopā
2	4	3	2	2	3	2	2	3	1	11
3	16	12	4	12	13	6	5	14	5	29
4	67	47	13	51	59	31	17	53	22	90
5	251	179	61	210	221	143	71	214	115	293
6	715	546	236	619	638	484	242	666	426	762
7	1426	1241	655	1341	1313	1136	676	1386	1095	1467
8	1651	1555	1137	1660	1572	1531	1120	1617	1501	1668
9	952	952	952	952	952	952	952	952	952	952
Kopā	5082	4535	3060	4847	4771	4285	3085	4905	4117	5272



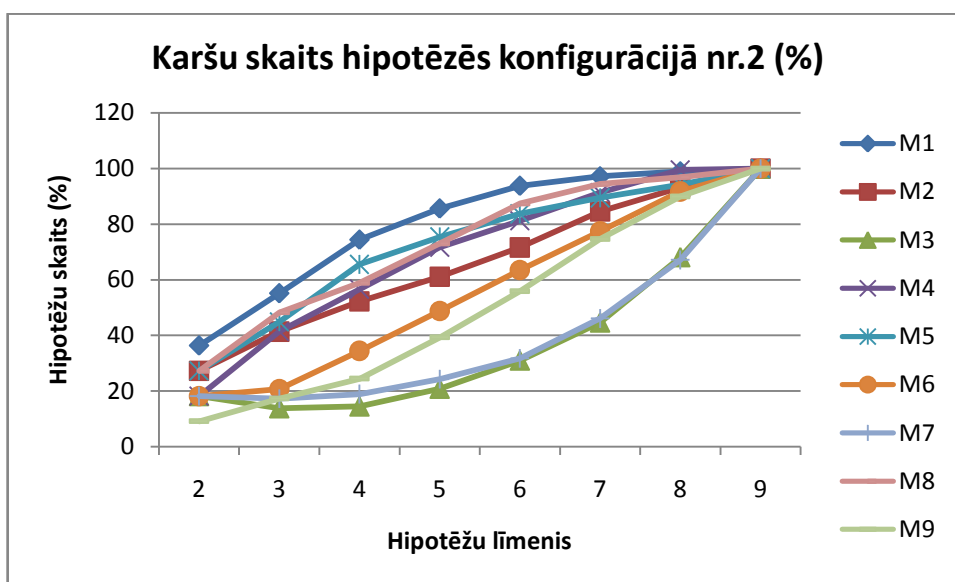
5.18. att. Vides konfigurācija nr.2: Karšu skaits hipotēzēs

Kaut arī eksistē ceļi, kā iegūt hipotēzes no 9 lokālajām kartēm, globālās karšu apvienošanas metode ReMMerg ir izvirzījusi hipotēzi, kas sastāv tikai no 8 lokālajām kartēm

– $[M9+[[M2+[M4+M8]]+[M7+[M6+[M1+M5]]]]]$ un kura nesatur karti **M3**. Kā redzams 5.10. tabulā un 5.19. attēlā, tieši lokālā karte **M3** hipotēzēs tiek iekļauta visretāk (tā ir sastopama tikai 58,04% hipotēžu).

5.10. tabula. Vides konfigurācija nr.2: Karšu skaits hipotēzēs (%)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
2	36,36	27,27	18,18	18,18	27,27	18,18	18,18	27,27	9,09
3	55,17	41,37	13,79	41,38	44,83	20,69	17,24	48,27	17,24
4	74,44	52,22	14,44	56,67	65,55	34,44	18,89	58,89	24,44
5	85,66	61,09	20,82	71,67	75,43	48,8	24,23	73,04	39,25
6	93,83	71,65	30,97	81,23	83,73	63,52	31,76	87,4	55,9
7	97,2	84,59	44,65	91,41	89,5	77,44	46,08	94,48	74,64
8	98,98	93,22	68,16	99,52	94,24	91,78	67,15	96,94	89,99
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Kopā	96,40	86,02	58,04	91,94	90,49	81,28	58,52	93,04	78,09



5.19. att. Vides konfigurācija nr.2: Karšu skaits hipotēzēs (%)

Ņemot vērā to, ka teorētiski vides konfigurācijā nr.2 ir iespējams izvirzīt globālās kartes hipotēzi, kura iekļauj visas 9 lokālās kartes, bet ReMMerg metode to nav izdarījusi, var secināt, ka karšu apvienošana ir sasniegusi strupceļu – stāvokli, kurā visas izvirzītās hipotēzes ir derīgas, bet tās savā starpā vairs neizdodas apvienot.

Eksperimenta rezultāti (vides konfigurācija nr.3):

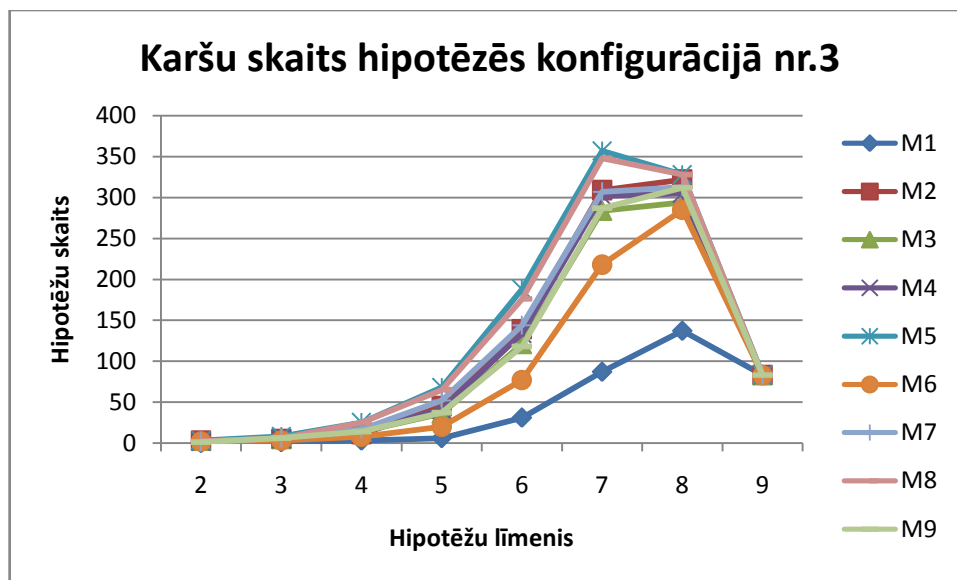
Visu iespējamo karšu apvienošanas hipotēžu apkopojums vides konfigurācijā nr.3 ir redzams 5.11. un 5.12. tabulās, kā arī 5.20. un 5.21. attēlos. Tabulas un attēli atspoguļo, cik

daudz (5.11. tabula un 5.20. attēls)/bieži (5.12. tabula un 5.21. attēls) konkrētas lokālās kartes ir sastopamas dažādos hipotēžu līmeņos, kur hipotēžu līmeņi nozīmē hipotēzēs iekļauto lokālo karšu skaitu.

Kā liecina iegūtie dati, vides konfigurācijā nr.3 ir iespējams iegūt 83 dažādas augstākā līmeņa jeb globālās kartes hipotēzes, kuras sastāv no visām deviņām lokālajām kartēm.

5.11. tabula. Vides konfigurācija nr.3: Karšu skaits hipotēzēs

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	Kopā
2	0	3	3	2	3	2	2	2	1	9
3	1	5	5	5	8	3	6	6	6	15
4	3	11	14	15	25	8	17	25	14	33
5	6	45	36	41	68	20	52	65	37	74
6	31	139	121	134	188	77	144	176	118	188
7	87	309	284	302	357	218	307	348	287	357
8	137	322	294	305	328	285	313	328	312	328
9	83	83	83	83	83	83	83	83	83	83
Kopā	348	917	840	887	1060	696	924	1033	858	1087

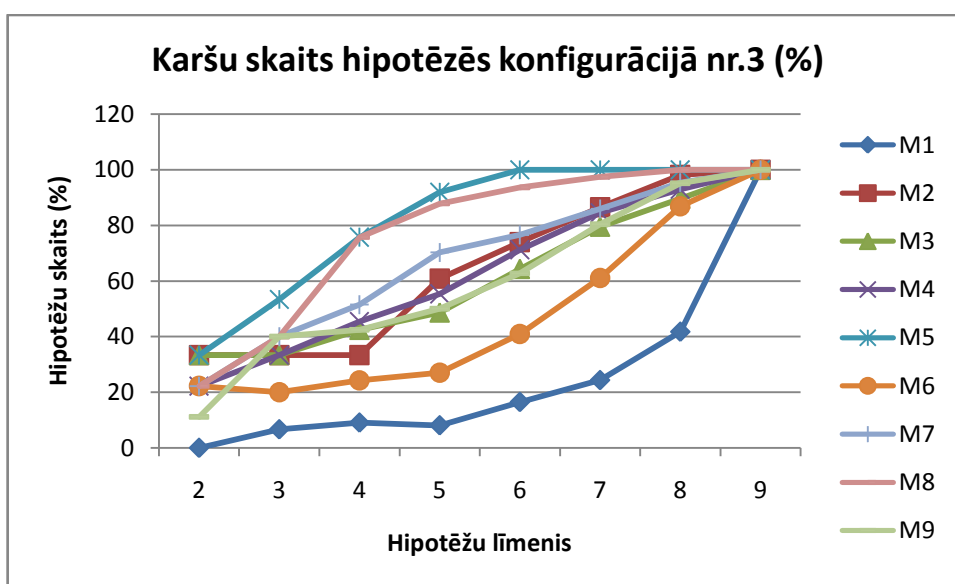


5.20. att. Vides konfigurācija nr.3: Karšu skaits hipotēzēs

Kaut arī eksistē ceļi, kā iegūt hipotēzes no 9 lokālajām kartēm, globālās karšu apvienošanas metode ReMMerg ir izvirzījusi hipotēzes, kas sastāv no 6 un 2 lokālajām kartēm – $[[M5+M8]+[M9+[M7+[M2+M3]]]]$ un $[M4+M6]$. Neviena no hipotēzēm nesatur karti M1, kura, kā liecina dati 5.12. tabulā un 5.21. attēlā, ir visretāk sastopamā karte hipotēzēs (to satur tikai 32.01% hipotēžu).

5.12. tabula. Vides konfigurācija nr.3: Karšu skaits hipotēzēs (%)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
2	0	33,33	33,33	22,22	33,33	22,22	22,22	22,22	11,11
3	6,67	33,33	33,33	33,33	53,33	20	40	40	40
4	9,09	33,33	42,42	45,45	75,76	24,24	51,51	75,75	42,42
5	8,11	60,81	48,65	55,4	91,89	27,03	70,27	87,84	50
6	16,49	73,94	64,36	71,28	100	40,96	76,59	93,62	62,76
7	24,37	86,55	79,55	84,59	100	61,06	85,99	97,48	80,39
8	41,77	98,17	89,63	92,99	100	86,89	95,43	100	95,12
9	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Kopā	32,01	84,36	77,28	81,60	97,52	64,03	85,00	95,03	78,93



5.21. att. Vides konfigurācija nr.3: Karšu skaits hipotēzēs

Teorētiski vides konfigurācijā nr.3 ir iespējams izvirzīt globālās kartes hipotēzi, kura iekļauj visas 9 lokālās kartes, bet ReMMerg metodei, tāpat kā vides konfigurācijā nr.2, tas nav izdevies. Līdz ar to arī šajā gadījumā karšu apvienošana ir sasniegusi strupceļu – stāvokli, kurā visas izvirzītās hipotēzes ir derīgas, bet tās savā starpā apvienot neizdodas.

Rezultātu interpretācija un secinājumi:

Salīdzinot ReMMerg iegūtos rezultātus ar visu iespējamo hipotēžu kopu katrā konfigurācijā, tika secināts, ka ne visos gadījumos ir izvirzītas maksimāli lielākās iespējamās hipotēzes. Vienīgā vides konfigurācija, kurā tas ir sasniegts, ir vides konfigurācija nr.1, bet abās pārējās vides konfigurācijās nav sasniegts pie dotajiem ierobežojumiem optimāls rezultāts.

Vides konfigurācijās nr.2 un nr.3 globālā karšu apvienošanas metode ReMMerg nonāk strupceļā izvēlēta karšu apvienojuma ceļa dēļ – visas izvirzītās hipotēzes ir pieņemamas, bet tās savā starpā vairs neizdodas apvienot. Tam ir divi izskaidrojumi:

- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj savā starpā apvienot lokālās kartes, bet nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no šīm kartēm. Piemēram, lokālo karšu apvienošanas metode spēj apvienot kartes M1 un M2, bet nespēj apvienot hipotēzes M1+M3 un M2+M4.
- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, bet lielāka trokšņu līmeņa dēļ izvirzītajai hipotēzei ir pārāk zems novērtējums un tā netiek pieņemta.

5.3.3. Globālās kartes hipotēžu izvirzīšana ar adaptīvu hipotēžu apstiprināšanas sliekšni

Eksperimenta mērķis:

Eksperimenta mērķis ir pārbaudīt, vai izstrādātā metode ReMMerg spēj izvirzīt maksimāli lielākās iespējamās hipotēzes pie esošajiem karšu neprecizitāšu un lokālās karšu apvienošanas metodes ierobežojumiem vai vismaz uzlabot iepriekš uzrādītos rezultātus, veicot izmaiņas hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanā (detalizētu izmaiņu aprakstu skatīt sadaļā „Eksperimenta realizācija”).

Iepriekšējā apakšnodaļā tika secināts, ka ne visās konfigurācijās ReMMerg metode izvirza maksimāli iespējamās hipotēzes. Tika minēti divi iespējamie problēmas iemesli, kuriem ir piedāvāti risinājumi, kas varētu vismaz daļēji uzlabot rezultātus:

1. **Nespēja apvienot augstākā līmeņa hipotēzes.** Izmantotā lokālo karšu apvienošanas metode spēj savā starpā apvienot lokālās kartes, bet nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no šīm kartēm.

Iespējamais risinājums: Apvienojot divas hipotēzes, ir iespējams apvienot ne tikai tām atbilstošās gala kartes, bet arī to komponentes – individuālas kartes, kuras ir iekļautas hipotēžu sastāvā. Tomēr, izmantojot šādu pieeju, karšu apvienošana aizņemtu daudzkārt vairāk laika un tā vairs nebūtu praktiski izmantojama telpas izpētei reālā laikā (piemēram, eksperimenta karšu iegūšanai izmantotajā daudzu robotu sistēmā [RTU 2013]), tāpēc šis risinājums netiks tālāk apskatīts. Piemēram, apvienojot hipotēzes, kas sastāv no 2 un 3 lokālajām kartēm, būtu nepieciešami $2 * 3$

+ 1 = 7 (visas lokālo karšu kombinācijas + augstākā līmeņa hipotēžu apvienojums) lokālie apvienojumi.

- Hipotēzes neapstiprināšana.** Izmantotā lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, kas veidotas no apvienojamām lokālajām kartēm, bet lielāka trokšņu līmeņa dēļ izvirzītajai hipotēzei ir pārāk zems novērtējums un tā netiek pieņemta.

Iespējamais risinājums: Liels skaits potenciāli derīgu hipotēžu ir noraidītas pārāk zema hipotēzes novērtējuma dēļ, tomēr daudzos gadījumos šis novērtējums ir tikai nedaudz zemāks nekā uzstādītais hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis $h_{val_{min}}=0.95$. Sākotnējiem lokālo karšu apvienojumiem ir būtiski uzstādīt hipotēžu apstiprināšanas sliekšni augstāku, lai nodrošinātu precīzākas karšu apvienošanas hipotēzes tālākās karšu apvienošanas stadijās, bet apvienojot augstāka līmeņa hipotēzes, var ņemt vērā karšu apvienošanā radušos trokšni kartēs un samazināt hipotēžu apstiprināšanas sliekšni $h_{val_{min}}$, balstoties uz karšu skaitu hipotēzēs, piemēram, par 0.002 par katru karti apvienojamās hipotēzēs, kas pārsniedz minimālo skaitu '2'.

Eksperimenta realizācija:

Eksperimenta īstenošanai tika modificēta programmatūras sistēma, ieviešot izmaiņas hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa $h_{val_{min}}$ pielietojumā. Divu lokālo karšu apvienojuma apstiprināšanai kā sliekšnis ir izmantots uzstādītais sliekšnis $h_{val_{min}}=0.95$, bet apvienojot hipotēzes, kas sastāv no vairākām kartēm, hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis ir samazināts atbilstoši lokālo karšu skaita summai abās hipotēzēs (5.13. tabula).

5.13. tabula. Hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa izmaiņas atbilstoši lokālo karšu skaitam hipotēzēs

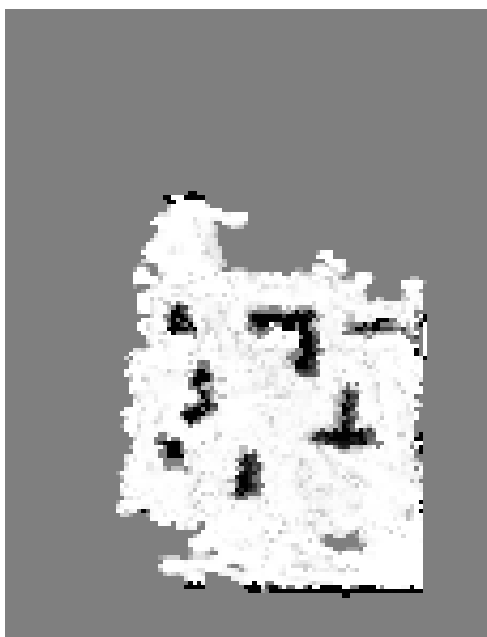
Lokālo karšu skaits hipotēzēs	Hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis $h_{val_{min}}$	Piemērs
2	0.95	M1 un M2
3	0.948	M1+2 un M3
4	0.946	M1+2 un M3+4 M1 un M2+M3+M4
5	0.944	M1+2 un M3+M4+M5
6	0.942	M1+M2+M3 un M4+M5+M6
7	0.940	M1+M2+M3 un M4+M5+M6+M7
8	0.938	M1+M2+M3 un M4+M5+M6+M7+M8
9	0.936	M1+M2+M3+M4+M5 un M6+M7+M8+M9

Ar šīm izmaiņām hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa $hval_{min}$ pielietojumā tika veikta atkārtota globālās kartes sastādīšana visām trim vides konfigurācijām pie metodes parametriem [$d_{max}=2$; $hval_{min}=0.95$; $hset=16$].

Eksperimenta rezultāti:

Veicot atkārtotu globālās kartes sastādīšanu vides konfigurācijā nr.1, hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanas izmaiņas nemaina iegūto rezultātu – izvirzītās hipotēzes. Atkārtota globālās kartes sastādīšana vides konfigurācijā nr.2 atgriež atšķirīgu hipotēžu koku (hipotēzes un tām atbilstošās kartes redzamas 5.22. attēlā), tomēr vēl arvien globālās kartes hipotēzē ir iekļautas tikai 8 no 9 robotu lokālajām kartēm (abos gadījumos nav iekļauta karte M3).

Sākotnējā hipotēze



$[M9+[[M2+[M4+M8]]+
[M7+[M6+[M1+M5]]]]]$

Hipotēze pēc izmaiņām

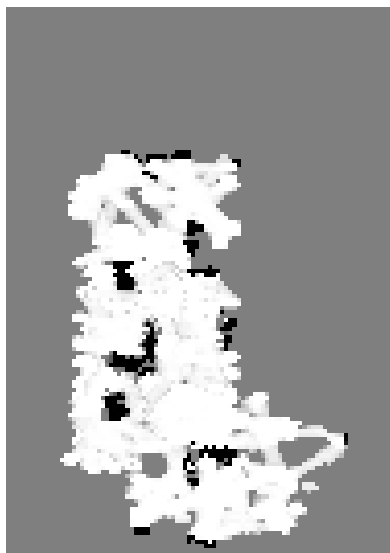


$[M9+[[M6+[M1+M5]]+
[M7+[M2+[M4+M8]]]]]$

5.22. att. Vides konfigurācija nr.2: Sākotnēji sastādītā hipotēze (kreisajā pusē) un pēc hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanā veiktajām izmaiņām (labajā pusē)

Atšķirībā no pirmajām divām vides konfigurācijām, hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa samazināšana atkarībā no apvienošanā iesaistītā lokālo karšu skaita vides konfigurācijā nr.3 palielina lokālo karšu skaitu globālās kartes hipotēzē līdz maksimāli iespējamām 9 lokālajām kartēm (5.23. attēls), kas ir ievērojams uzlabojums, salīdzinot ar sākotnējiem rezultātiem – hipotēzēm, kas satur 2 un 6 lokālās kartes.

Sākotnējā hipotēze nr. 1



[M4+M6]

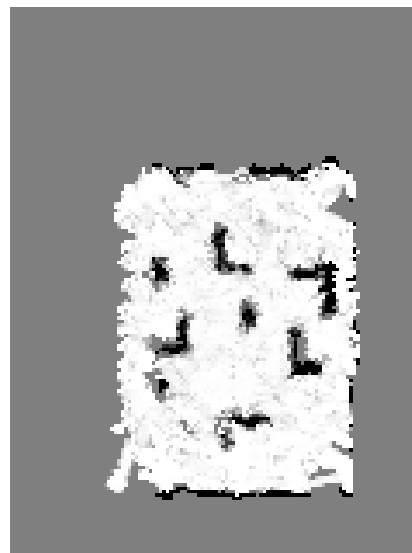
Sākotnējā hipotēze nr. 2



[[M5+M8]+

[M9+[M7+[M2+M3]]]]

Hipotēze pēc izmaiņām



[M1+[[M4+M6]+[[M5+M8]

+[M9+[M7+[M2+M3]]]]]]

5.23. att. Vides konfigurācija nr.3: Sākotnēji sastādītā hipotēze (divas hipotēzes kreisajā pusē) un pēc hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanā veiktajām izmaiņām (hipotēze labajā pusē)

Augstāk aprakstītie rezultāti liecina, ka adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa ieviešana uzlabo globālās kartes sastādīšanas rezultātus vienā konkrētā gadījumā – vides konfigurācijā nr.3. Lai novērtētu to, vai tā ir likumsakarība vai nejaušs gadījums, tika analizēti dati par visām iespējamām derīgajām hipotēzēm visās vides konfigurācijās.

Tabula 5.14. atspoguļo hipotēžu skaitu un strupceļu skaitu/biežumu dažādos hipotēžu līmeņos vides konfigurācijā nr.1, kur hipotēžu līmeņi nozīmē hipotēzēs iekļauto lokālo karšu skaitu. Strupceļi atspoguļo to hipotēžu skaitu/biežumu, kuras nav iekļautas nevienā globālās kartes hipotēzē – hipotēzē, kas sastāv no visām lokālajām kartēm. Kā redzams 5.14. tabulā, pēc adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa ieviešanas nav notikušas nekādas izmaiņas hipotēžu un strupceļu skaitā.

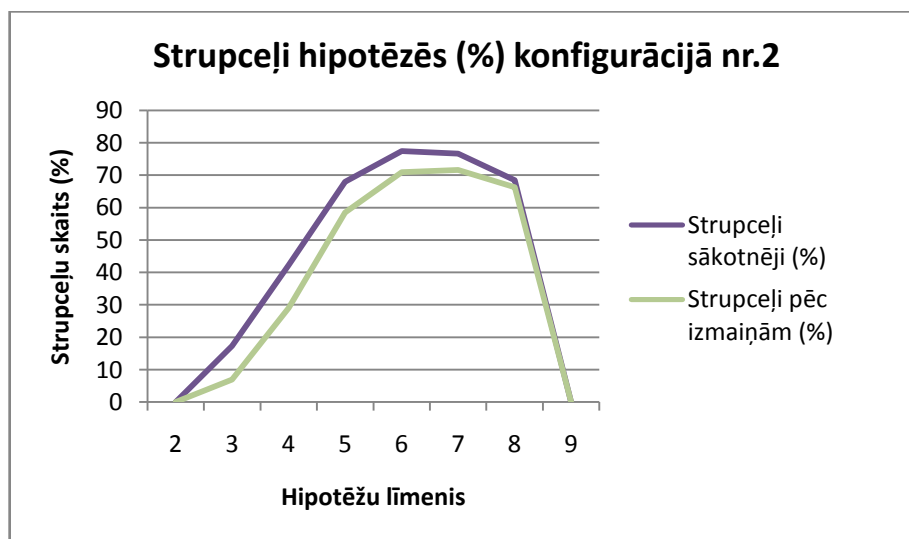
5.14. tabula. Vides konfigurācija nr.1: Strupceļi pirms un pēc izmaiņām

Karšu skaits hipotēzē	Hipotēzes sākotnēji	Strupceļi sākotnēji	Strupceļi sākotnēji (%)	Hipotēzes pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām (%)
2	5	5	100	5	5	100
3	1	1	100	1	1	100
4	1	1	100	1	1	100
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
Kopā	7	7	100	7	7	100

Cita situācija ir novērojama 5.15. tabulā un 5.24. attēlā, kura atspoguļo hipotēžu skaitu un strupceļu skaitu/biežumu dažādos hipotēžu līmeņos vides konfigurācijā nr.2. Kā redzams 5.15. tabulā, hipotēžu skaits ir palielinājies no 4320 līdz 5046 (šajā skaitā nav iekļautas globālās kartes hipotēzes, kuras satur visas 9 lokālās kartes). Ir palielinājies arī kopējais strupceļu skaits, tomēr to attiecība pret kopējo hipotēžu skaitu ir samazinājusies par 4.51%, kas nozīmē, ka varbūtība nonākt līdz globālās kartes hipotēzei, kas satur visas 9 lokālās kartes, ir palielinājusies.

5.15. tabula. Vides konfigurācija nr.2: Strupceļi pirms un pēc izmaiņām

Karšu skaits hipotēzē	Hipotēzes sākotnēji	Strupceļi sākotnēji	Strupceļi sākotnēji (%)	Hipotēzes pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām (%)
2	11	0	0	11	0	0
3	29	5	17,24	29	2	6,90
4	90	38	42,22	93	27	29,03
5	293	199	67,92	311	182	58,52
6	762	590	77,43	836	593	70,93
7	1467	1125	76,69	1719	1231	71,61
8	1668	1141	68,40	2047	1356	66,24
Kopā	4320	3098	71,71	5046	3391	67,20



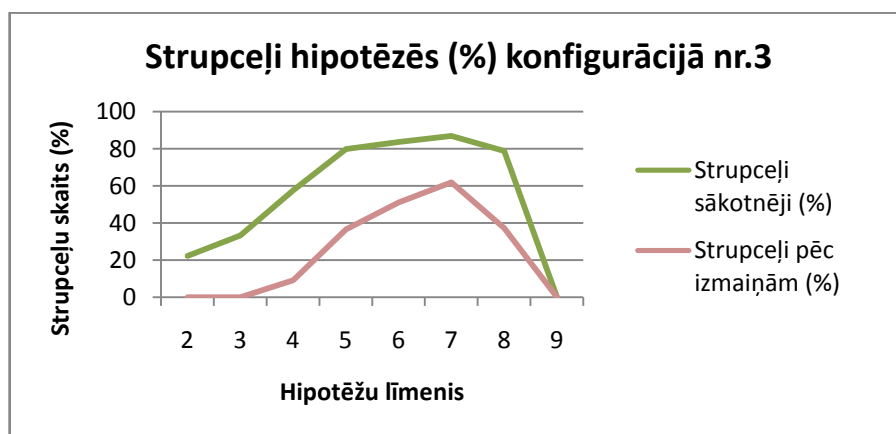
5.24. att. Vides konfigurācija nr.2: Strupceļi pirms un pēc izmaiņām

Vēl uzskatāmāks adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa ieguvums ir vides konfigurācijā nr.3. 5.16. tabulā un 5.25. attēlā, kas atspoguļo hipotēžu skaitu un strupceļu skaitu/biežumu dažādos hipotēžu līmeņos vides konfigurācijā nr.3., redzams, ka hipotēžu skaits ir palielinājies no 1004 līdz 1053 (šajā skaitā nav iekļautas globālās kartes hipotēzes,

kuras satur visas 9 lokālās kartes) un ir palielinājies arī kopējais strupceļu skaits, bet to attiecība pret kopējo hipotēžu skaitu ir samazinājusies par 33.96%, kas nozīmē, ka varbūtība nonākt līdz globālās kartes hipotēzei, kas satur visas 9 lokālās kartes, ir ievērojami palielinājusies.

5.16. tabula. Vides konfigurācija nr.3: Strupceļi pirms un pēc izmaiņām

Karšu skaits hipotēzē	Hipotēzes sākotnēji	Strupceļi sākotnēji	Strupceļi sākotnēji (%)	Hipotēzes pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām	Strupceļi pēc izmaiņām (%)
2	9	2	22,22	9	0	0
3	15	5	33,33	15	0	0
4	33	19	57,57	33	3	9,09
5	74	59	79,73	74	27	36,49
6	188	157	83,51	192	98	51,04
7	357	310	86,83	375	232	61,87
8	328	258	78,66	355	132	37,18
Kopā	1004	810	80,68	1053	492	46,72



5.25. att. Vides konfigurācija nr.3: Strupceļi pirms un pēc izmaiņām

Rezultātu interpretācija un secinājumi:

Kā iepriekš minēts, liels skaits potenciāli derīgu hipotēžu ir noraidītas pārāk zema hipotēzes novērtējuma dēļ, tomēr daudzos gadījumos šis novērtējums ir tikai nedaudz zemāks nekā uzstādītais hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis $h_{val_{min}} = 0.95$.

Iegūtie rezultāti demonstrē, ka adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa izmantošana uzlabo iegūtos rezultātus (lielākajā globālās kartes hipotēzē iekļauto lokālo karšu skaitu) un samazina iespēju nonākt strupceļos (vides konfigurācijā nr.3 strupceļa hipotēžu skaits samazinās pat par 33.96%), bet vēl arvien var būt gadījumi, kuros neizdodas sastādīt lielāko

iespējamo globālās kartes hipotēzi. Reālās dzīves situācijās, kad roboti kopīgi pēta vidi, autore iesaka šo problēmu risināt kādā no sekojošiem veidiem:

- **Turpināt telpas izpēti.** Izpētes laikā katra robota lokālā karte tiek nepārtraukti papildināta un ir liela iespēja, ka pienāks brīdis, kad līdz šim neapvienojamas hipotēzes vēlākā laika brīdī būs iespējams apvienot.
- **Veikt papildus karšu apvienošanas mēģinājumus.** Ja vides izpēte ir beigusies vai ja robotiem ir pieejami pietiekami daudz skaitļošanas resursu, var izmēģināt visas hipotēžu apvienošanas kombinācijas un/vai, apvienojot hipotēzes, izmēģināt arī to komponentu (lokālo karšu) apvienošanu.

5.3.4. Karšu apvienošanas atgriezeniskums

Eksperimenta mērķis:

Eksperimenta mērķis ir pārbaudīt metodes spēju turpināt globālo kartes sastādīšanu pēc kļūdainas hipotēzes izvirzīšanas.

Eksperimenta realizācija:

Eksperimentam ir izmantoti dati, kas tika iegūti 5.2. apakšnodaļā, veicot 108 globālās kartes sastādīšanas mēģinājumus 36 dažādām karšu apvienošanas metodes parametru kombinācijām trīs vides konfigurācijās.

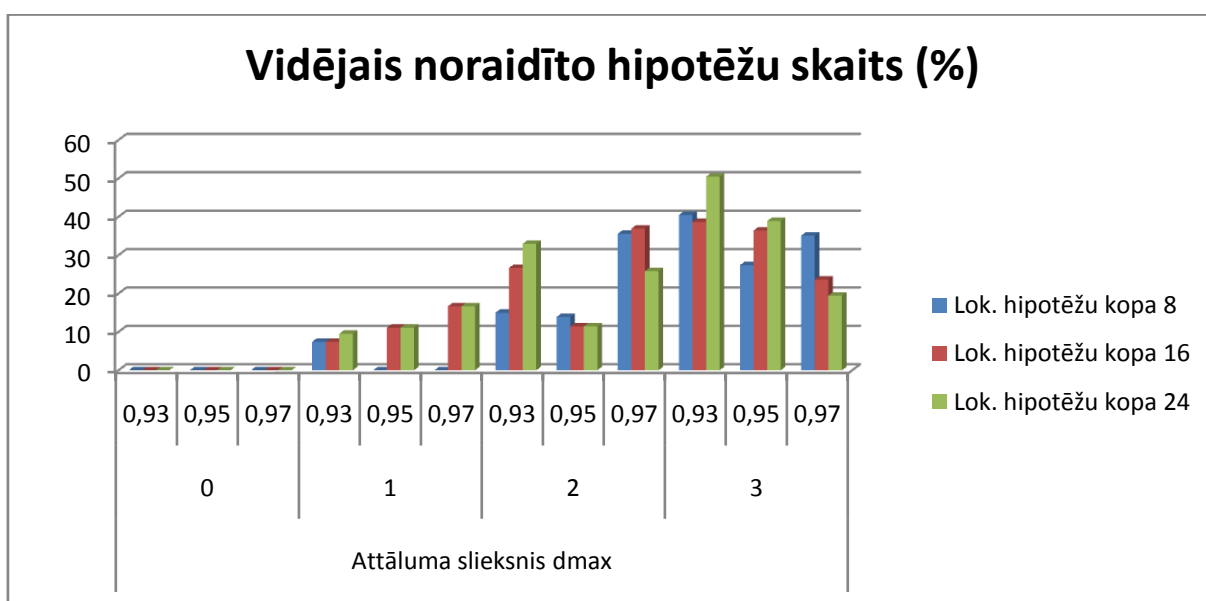
Eksperimenta rezultāti:

Tā kā karšu apvienošanā nav izslēgta kļūdainas hipotēzes izvirzīšana, karšu sastādīšanas laikā var atklāties, ka līdz šim korekta hipotēze ir nepareiza. Šādā situācijā karšu apvienošanas metodei ir jāizvirza jaunas hipotēzes, ņemot vērā iepriekš uzkrāto pieredzi.

Ja robotu lokālās kartes tiek apvienotas agrā vides izpētes stadijā, tad kļūdainas karšu apvienošanas hipotēzes ir gandrīz neizbēgamas – jo agrāka ir apvienošana, jo lielāka ir varbūtība, ka hipotēze būs nepareiza. Eksperimentos izmantotās kartes atspoguļo tikai pēdējos 20-40% no karšu sastādīšanas procesa, bet, kā redzams 5.17. tabulā un 5.26. attēlā, noraidīto hipotēžu daudzums ir ievērojams (vienā konfigurācijā ir noraidītas pat 50.43% hipotēzes, bet 0% noraidīto hipotēžu ir tikai parametru konfigurācijās, kurās nav izdevies izvirzīt nevienu hipotēzi).

5.17. tabula. Vidējais noraidīto hipotēžu skaits (%)

		Attāluma sliekšnis d_{max}											
		0			1			2			3		
		0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97
Lok. hipotēžu kopa	8	0	0	0	7,41	0	0	15	13,89	35,55	40,47	27,38	35,08
	16	0	0	0	7,41	11,11	16,67	26,67	11,43	36,9	38,65	36,41	23,61
	24	0	0	0	9,52	11,11	16,67	32,94	11,43	25,83	50,43	38,89	19,44

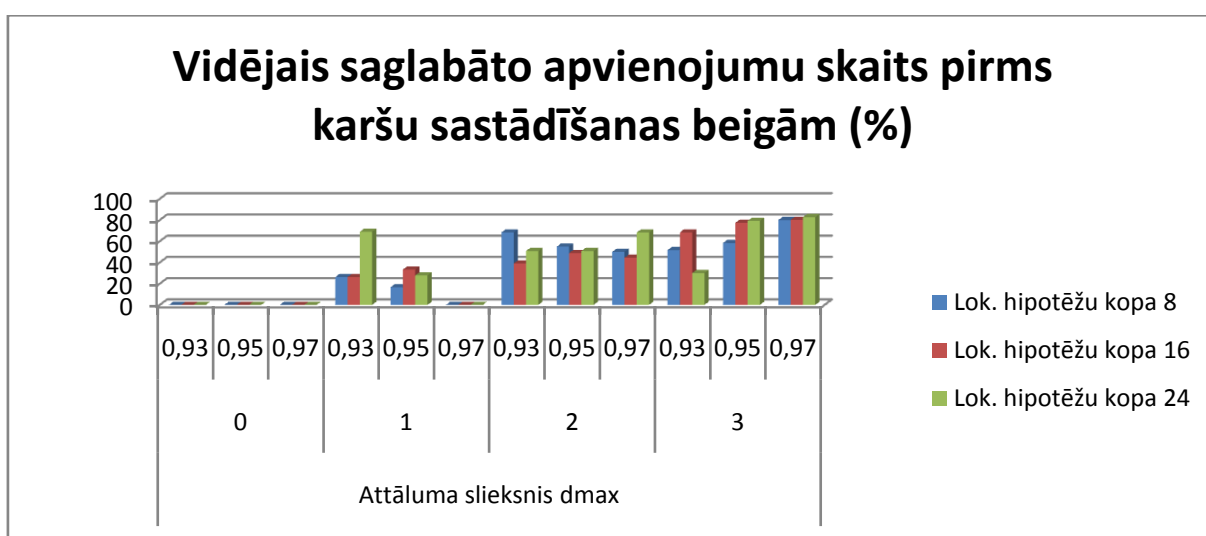


5.26. att. Vidējais noraidīto hipotēžu skaits (%)

Viens veids, kā risināt kļūdainu hipotēžu problēmu, ir apvienot kartes tikai, kad vides izpēte ir beigusies. Tomēr šāda pieeja liedz iespēju izmantot citu robotu iegūto informāciju par vidi jau telpas izpētes laikā. 5.18. tabula un 5.27. attēls (atspoguļo hipotēžu skaitu procentos, kas ir izvirzītas pirms un saglabātas līdz telpas izpētes beigām) liecina, ka arī agrākās vides izpētes stadijās ir iespējams izvirzīt hipotēzes, kuru novērtējums pārsniedz hipotēžu novērtēšanas sliekšni arī telpas izpētes beigās.

5.18. tabula. Vidējais saglabāto apvienojumu skaits pirms karšu sastādīšanas beigām (%)

		Attāluma sliekšnis d_{max}											
		0			1			2			3		
		0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97	0,93	0,95	0,97
Lok. hipotēžu kopa	8	0	0	0	26,19	16,67	0	68,25	54,92	50	51,67	58,33	80
	16	0	0	0	26,19	33,33	0	39,05	48,81	44,44	68,33	77,38	80,16
	24	0	0	0	68,89	27,78	0	50,79	50,79	68,25	30	79,17	82,74



5.27. att. Vidējais saglabāto apvienojumu skaits pirms karšu sastādīšanas beigām (%)

Rezultātu interpretācija un secinājumi:

Visi 5. nodaļā aprakstītie eksperimenti ir īstenoti, izmantojot laikā mainīgas robotu lokālās kartes, un iepriekš iegūtie rezultāti liecina, ka, izvēloties atbilstošus ReMMerg metodes parametrus, ir iespējams iegūt vismaz daļējas globālās kartes hipotēzes, kurās nav iekļauti kļūdaini apvienojumi, kaut arī agrākās karšu apvienošanas stadijās tādi ir bijuši.

Ir divas iespējas, kā risināt nepareizi izvirzītu hipotēžu problēmu:

1. Apvienot robotu lokālās kartes tikai karšu sastādīšanas beigās, pieņemot, ka tādā gadījumā netiek izvirzītas kļūdainas hipotēzes (ja tādas tiek izvirzītas, tad tās nav iespējams identificēt automātiski bez cilvēka iejaukšanās).

2. Apvienot robotu lokālās kartes jau karšu sastādīšanas laikā (laikā mainīgas kartes) un paredzēt iespēju atgriezties iepriekšējā stāvoklī, ja izvirzītās hipotēzes izrādās kļūdainas – nodrošināt karšu apvienošanas atgriezeniskumu.

Pirmais variants nodrošina to, ka hipotēzes netiek noraidītas, jo robotu lokālās kartes netiek papildinātas. Būtisks trūkums ir tas, ka roboti telpas izpētes laikā nevar izmantot citu robotu iegūto informāciju. Šādā gadījumā ieguvums no karšu apvienošanas ir tikai nākamajā reizē, kad robotu komanda darbojas tajā pašā vidē.

Otra varianta galvenais trūkums ir nepieciešamība nodrošināt karšu apvienošanas atgriezeniskumu, bet tiek iegūta iespēja izmantot citu robotu iegūto informāciju jau vides izpētes laikā. Šajā apakšnodaļā iegūtie rezultāti demonstrē, ka lielākajā daļā metodes parametru konfigurāciju ir noraidīta vismaz daļa no hipotēzēm (konfigurācijā [$d_{\max}=2$; $hval_{\min}=0.95$; $hset=16$] noraidītas ir vidēji 11.43% hipotēzes), kas nozīmē, ka kļūdainu apvienojumu risks pastāv, un šajos gadījumos ir nepieciešams atgriezties iepriekšējā stāvoklī.

Kaut arī apvienot kartes pirms telpas izpētes beigām ir sarežģītāk, jo jāņem vērā kļūdas iespēja, eksperimentu rezultāti liecina, ka ieguvums ir ievērojams – daudzos gadījumos ir iespējams iegūt pareizas karšu apvienošanas hipotēzes vēl pirms karšu sastādīšanas beigām. Piemēram, konfigurācijā [$d_{\max}=2$; $hval_{\min}=0.95$; $hset=16$], kas ir eksperimentāli atzīta par vienu no labākajām metodes parametru konfigurācijām, 48.81% no visām hipotēzēm, kuras eksperimenta beigās nav noraidītas, ir izvirzītas pirms karšu sastādīšanas beigām – tas ir, apvienojumi ir bijuši veiksmīgi, izmantojot daļēji sastādītas lokālās kartes.

5.4. Kopsavilkums

Šajā nodaļā ir aprakstīta izstrādātā eksperimentālā sistēma, veiktie eksperimenti, un to rezultāti, kas ļauj spriest par izstrādātās karšu apvienošanas metodes darbību, kā arī tās efektivitāti un praktisko pielietojumu.

Izstrādātā karšu apvienošanas metode ReMMerg ir realizēta programmatūras sistēmā, un kā eksperimentu izejas dati ir izmantotas daudzu robotu sistēmas sastādītās kartes. Sistēma pilnībā realizē visas 3. nodaļā definētās datu struktūras un procesus.

Hipotēžu novērtēšanas metodes izvēlēšanās

Ekspertu rezultāti liecina, ka piedāvātā globālās kartes apvienošanas metode spēj sastādīt daļējas globālās kartes un daļā gadījumu pilnas globālās kartes, bet labāko rezultātu sasniegšanai ir rūpīgi jāizvēlas metodes parametri. Salīdzinot izstrādāto hipotēžu novērtēšanas metodi EvaLIM ar literatūrā biežāk izmantotot metodi – tiešo šūnu salīdzināšanu [Bir 2006], kas ir EvaLIM speciālgadījums pie attāluma sliekšņa $d_{max}=0$, ir secināts, ka EvaLIM darbojas ievērojami labāk trokšņainu karšu gadījumā, ja attāluma sliekšnis ir izvēlēts atbilstošs izmantotās robotu sistēmas īpašībām. Augstāku attāluma sliekšņu d_{max} izmantošana iegūst lielākas globālās kartes hipotēzes, bet arī nepareizu apvienojumu risks ir augstāks. Lai uzstādītu piemērotāko attāluma sliekšni d_{max} daudzu robotu sistēmā, ir jāņem vērā divas vērtības:

- Troksnis kartēs – cik ļoti var atšķirties šķēršļa novietojums kartē un realitātē.
- Kartes šūnu izmērs.

Attāluma sliekšņa d_{max} vērtībai ir jābūt aptuveni vienādai ar attālumu, kurā ir lielākā daļa kļūdu, atbilstoši šūnu izmēriem. No vairākām iespējamām vērtībām rekomendācija ir izmantot augstāko attāluma sliekšni, kas nodrošina konkrētajai sistēmai pieņemami zemu nepareizu apvienojumu skaitu.

ReMMerg spēja dinamiski sastādīt globālo karti

Novērtējot ReMMerg metodes spēju patstāvīgi un dinamiski sastādīt globālo karti, ekspertu rezultāti parādīja, ka nevienā no aplūkotajiem globālās kartes sastādīšanas gadījumiem netiek sastādīta pilna globālā karte. Visās vides konfigurācijās, spriežot pēc lokālo apvienojumu iespējamības tabulām, ir iespējams iegūt globālās kartes, kurās ir iekļauts lielāks skaits lokālo karšu. Tikai vienai vides konfigurācijai šo rezultātu traucē sasniegt viena globāli neprecīza lokālā karte un tai ir iegūtas lielākās augstākā līmeņa hipotēzes, ko ir iespējams sastādīt, izmantojot lokālo karšu apvienošanu ar Hjū transformāciju.

Lai pārbaudītu, vai ReMMerg metode sastāda lielākās iespējamās hipotēzes, visām trim vides konfigurācijām tika iegūtas visas iespējamās karšu apvienošanas hipotēzes un veikta to analīze un salīdzinājums ar metodes sastādītajām hipotēzēm. Salīdzinot ReMMerg iegūtos rezultātus ar visu iespējamo hipotēžu kopu katrā konfigurācijā, tika secināts, ka ne visos gadījumos ir izvirzītas maksimāli lielākās iespējamās hipotēzes. Tam iemesls ir globālās karšu apvienošanas metodes nonākšana strupceļā izvēlētajā karšu apvienojuma ceļa dēļ – visas

izvirzītās hipotēzes ir pieņemamas, bet tās savā starpā vairs neizdodas apvienot. Tam ir divi izskaidrojumi:

- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj savā starpā apvienot lokālās kartes, bet nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no šīm kartēm.
- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, bet lielāka trokšņu līmeņa dēļ izvirzītajai hipotēzei ir pārāk zems novērtējums un tā netiek pieņemta.

Ar mērķi uzlabot metodes darbību tika veiktas izmaiņas hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanā. Liels skaits potenciāli derīgu hipotēžu ir noraidītas pārāk zema hipotēzes novērtējuma dēļ, tomēr daudzos gadījumos šis novērtējums ir tikai nedaudz zemāks nekā uzstādītais hipotēžu apstiprināšanas sliekšnis. Sākotnējiem lokālo karšu apvienojumiem ir būtiski uzstādīt hipotēžu apstiprināšanas sliekšni augstāku, lai nodrošinātu precīzākas karšu apvienošanas hipotēzes tālākās karšu apvienošanas stadijās, bet apvienojot augstāka līmeņa hipotēzes, var ņemt vērā karšu apvienošanā radušos troksni kartēs un samazināt hipotēžu apstiprināšanas sliekšni, balstoties uz karšu skaitu hipotēzēs. Eksperimentu rezultāti liecina, ka adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa izmantošana uzlabo iegūtos rezultātus (lielākajā globālās kartes hipotēzē iekļauto lokālo karšu skaitu), bet vēl arvien var būt gadījumi, kuros neizdodas sastādīt lielāko iespējamo globālās kartes hipotēzi. Reālās dzīves situācijās, kad roboti kopīgi pēta vidi, autore iesaka šo problēmu risināt kādā no sekojošiem veidiem: turpināt telpas izpēti vai veikt papildus karšu apvienošanas mēģinājumus.

Karšu apvienošanas atgriezeniskums:

Tā kā karšu apvienošanā nav izslēgta kļūdainas hipotēzes izvirzīšana, karšu sastādīšanas laikā var atklāties, ka līdz šim korekta hipotēze ir nepareiza. Šādā situācijā karšu apvienošanas metodei ir jāizvirza jaunas hipotēzes, ņemot vērā iepriekš uzkrāto pieredzi. Eksperimentālie rezultāti liecina, ka, izvēloties atbilstošus ReMMerg metodes parametrus, ir iespējams iegūt vismaz daļējas globālās kartes hipotēzes, kurās nav iekļauti kļūdaini apvienojumi, kaut arī agrākās karšu apvienošanas stadijās tādi ir bijuši.

Ja robotu lokālās kartes tiek apvienotas agrā vides izpētes stadijā, tad kļūdainas karšu apvienošanas hipotēzes ir gandrīz neizbēgamas – jo agrāka ir apvienošana, jo lielāka ir varbūtība, ka hipotēze būs nepareiza. Eksperimenti apstiprina, ka noraidīto hipotēžu daudzums ir ievērojams (no 7.41% līdz pat 50.43% noraidītām hipotēzēm; 0% noraidītu hipotēžu ir tikai gadījumos, kad neviena hipotēze nav izvirzīta). Tomēr karšu apvienošana

tikai telpas izpētes beigās, kas nodrošinātu tikai pareizu hipotēžu izvirzīšanu (pie pieņēmuma, ka nepareizas hipotēzes ir identificējamās), nav labs risinājums, jo tas izslēdz iespēju izmantot citu robotu iegūto informāciju par vidi jau telpas izpētes laikā. Daudzos gadījumos ir iespējams iegūt pareizas karšu apvienošanas hipotēzes vēl pirms karšu sastādīšanas beigām. Piemēram, konfigurācijā [$d_{\max}=2$; $hval_{\min}=0.95$; $hset=16$], kas ir eksperimentāli atzīta par vienu no labākajām metodes parametru konfigurācijām, 48.81% no visām hipotēzēm, kuras eksperimenta beigās nav noraidītas, ir izvirzītas pirms karšu sastādīšanas beigām – tas ir, apvienojumi ir bijuši veiksmīgi, izmantojot daļēji sastādītas lokālās kartes.

6. SECINĀJUMI UN REZULTĀTI

Promocijas darbā tika izvirzīts **darba mērķis** izstrādāt un realizēt metodi globālas kartes iegūšanai daudzu robotu sistēmās, kas spēj nodrošināt robotu karšu apvienošanas atgriezeniskumu un dinamiskumu karšu sastādīšanas laikā. Mērķa sasniegšanai tika īstenoti šādi uzdevumi:

- Tika analizēta esošā situācija karšu sastādīšanā ar robotu komandām un jāidentificē esošie daļējie risinājumi promocijas darbā aplūkotajā problēmsfērā – metrisku karšu sastādīšanā un apvienošanā.
- Definēta promocijas darbā aplūkotā problēma un prasības pret izstrādājamo karšu apvienošanas metodi.
- Izstrādāta metode daudzu robotu karšu apvienošanai, kura risina gan lokāla, gan globāla līmeņa karšu apvienošanas problēmu pie nezināma robotu relatīvā novietojuma.
- Izstrādāta karšu sastādīšanas metode eksistējošai daudzu robotu sistēmai, kura spēj sastādīt apkārtējās vides karti.
- Realizēta izstrādātā karšu apvienošanas metode programmatūrā un ar to veikti praktiski eksperimenti, lai novērtētu metodes priekšrocības un trūkumus, kā arī analizētu tās praktiskā pielietojuma iespējas.
- Sniegts izstrādātās metodes darbības un iespējamā praktiskā pielietojuma novērtējums.

Darbā ir apkopotas un analizētas karšu apvienošanas metodes daudzu robotu sistēmās. Analīzes rezultātā ir definētas karšu apvienošanas metožu īpašības, kas jāņem vērā karšu apvienošanas metodes izstrādē: robotu relatīvās koordināšu sistēmas, karšu tips, karšu apvienošanā izmantotā informācija, karšu apvienošanai nepieciešamais laiks un sastādīto karšu precizitāte.

Balstoties uz eksistējošo karšu apvienošanas metožu apskatu, iedalot tās pēc robotu relatīvajām koordināšu sistēmām, ir secināts, ka lielākā daļa metožu aplūko gadījumu, kad robotiem ir sākotnēji zināmas savstarpējās pozīcijas vai arī pozīcijas tiek noskaidrotas telpas

izpētes laikā, kaut arī šī nosacījuma izpildīšanai ir nepieciešama īpaša robotu izvietošana pirms telpas izpētes vai robotiem jāspēj vienam otru atpazīt un novērtēt savstarpējās pozīcijas.

Salīdzinot ar karšu apvienošanu, kas izmanto robotu pozicionālo informāciju, karšu apvienošanā ar heuristikām ir daudz lielāka varbūtība, ka tiks izvirzīta nepatiesa karšu apvienošanas hipotēze. No tā izriet, ka karšu apvienošanas lēmumam ir jābūt atceļamam jeb atgriezeniskam, un īpaši svarīgi tas ir pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām.

Atgriezeniska karšu apvienošana ir aktuāla un iespējama tikai, aplūkojot karšu apvienošanu tās globālajā aspektā – kā daudzu robotu karšu sastādīšanas komponenti. Karšu apvienošanas metožu analīzē tika secināts, ka eksistē dažādas metodes, kā veikt lokālo karšu apvienošanu dažādiem karšu veidiem, bet gandrīz neskarts karšu apvienošanas literatūrā ir jautājums, kā īstenot globālu karšu apvienošanu pie nezināmām robotu relatīvajām pozīcijām.

Lai risinātu atgriezeniskas karšu apvienošanas problēmu, autore promocijas darba ietvaros ir izstrādājusi vairāku robotu karšu apvienošanas metodi ReMMerg. Šo metodi var izmantot dinamiskai karšu apvienošanas hipotēžu izvirzīšanai un noraidīšanai, nezaudējot informāciju, kas ir iegūta pēc karšu apvienošanas. Metode nodrošina arī tikai tādu hipotēžu izvirzīšanu, kuras ir ticamas (to novērtējums ir augstāks par iepriekš noteiktu sliekšni).

6.1. ReMMerg metodes darbības novērtējums

Novērtējot izstrādātās metodes darbību ar Rīgas Tehniskajā universitātē izstrādātas daudzu robotu sistēmas sastādītām kartēm, ir secināts, ka metode spēj sastādīt vismaz daļējas globālas kartes, kad robotu relatīvās koordināšu sistēmas ir nezināmas un kā kartes tiek izmantoti lokāli neprecīzi aizņemtības režģi. Metode ir spējīga atkopties no kļūdainiem karšu apvienojumiem, noraidot kļūdaino karšu apvienošanas hipotēzi un sastādīt jaunu globālo karti, balstoties uz iepriekšējo karšu apvienošanas pieredzi.

Hipotēžu novērtēšanas metode EvaLIM

Eksperimentu rezultāti liecina, ka piedāvātā globālās kartes apvienošanas metode spēj sastādīt daļējas globālās kartes un daļā gadījumu pilnas globālās kartes, bet labāko rezultātu sasniegšanai ir rūpīgi jāizvēlas metodes parametri. Salīdzinot izstrādāto hipotēžu novērtēšanas metodi EvaLIM ar literatūrā biežāk izmantotot metodi – tiešo šūnu salīdzināšanu [Bir 2006], kas ir EvaLIM speciālgadījums pie attāluma sliekšņa $d_{max}=0$, ir secināts, ka EvaLIM darbojas ievērojami labāk trokšņainu karšu gadījumā, ja attāluma sliekšnis ir izvēlēts atbilstošs

izmantotās robotu sistēmas īpašībām. Lai uzstādītu piemērotāko attāluma sliekšni d_{max} daudzu robotu sistēmā, ir jāņem vērā divas vērtības: a) troksnis kartēs – cik ļoti var atšķirties šķēršļa novietojums kartē un realitātē un b) kartes šūnu izmērs. d_{max} vērtībai ir jābūt aptuveni vienāgai ar attālumu, kurā ir lielākā daļa kļūdu, atbilstoši šūnu izmēriem. No vairākām iespējamām vērtībām rekomendācija ir izmantot augstāko attāluma sliekšni, kas nodrošina konkrētajai daudzu robotu sistēmai pieņemami zemu nepareizu apvienojumu skaitu.

ReMMerg spēja dinamiski sastādīt globālo karti

Novērtējot ReMMerg metodes spēju patstāvīgi un dinamiski sastādīt globālo karti pie izvēlētiem parametriem [$d_{max}=2$; $hval_{min}=0.95$; $hset=16$], sākotnēji nevienā no aplūkotajiem globālās kartes sastādīšanas gadījumiem netika sastādīta pilna globālā karte. Salīdzinot rezultātus ar pilnu iespējamo hipotēžu kopu visās vides konfigurācijās, tika noskaidrots, ka globālās kartes hipotēzes ir iespējams iegūt divos gadījumos, bet vienā gadījumā ir iegūts labākais rezultāts, kas iespējams, izmantojot lokālo karšu apvienošanu ar Hjū transformāciju [Car 2008].

Galvenais iemesls, kas var traucēt izvirzīt lielākās iespējamās hipotēzes, ir globālās karšu apvienošanas metodes nonākšana strupceļā izvēlētajā karšu apvienojuma ceļa dēļ – visas izvirzītās hipotēzes ir derīgas, bet tās savā starpā vairs neizdodas apvienot. Tam ir divi izskaidrojumi:

- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj savā starpā apvienot lokālās kartes, bet nespēj apvienot visas augstākā līmeņa hipotēzes, kas ir sastādītas no šīm kartēm.
- Lokālo karšu apvienošanas metode spēj atrast pareizo transformāciju starp augstākā līmeņa hipotēzēm, bet lielāka trokšņu līmeņa dēļ izvirzītajai hipotēzei ir pārāk zems novērtējums un tā netiek pieņemta.

Ar mērķi uzlabot metodes darbību tika veiktas izmaiņas hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa pielietošanā. Eksperimentu rezultāti liecina, ka adaptīva hipotēžu apstiprināšanas sliekšņa izmantošana uzlabo iegūtos rezultātus (lielākajā globālās kartes hipotēzē iekļauto lokālo karšu skaitu), bet vēl arvien var būt gadījumi, kuros neizdodas sastādīt lielāko iespējamo globālās kartes hipotēzi. Reālās dzīves situācijās, kad roboti kopīgi pēta vidi, autore iesaka šo problēmu risināt kādā no sekojošiem veidiem: turpināt telpas izpēti vai veikt papildus karšu apvienošanas mēģinājumus.

Karšu apvienošanas atgriezeniskums:

Tā kā karšu apvienošanā nav izslēgta kļūdainas hipotēzes izvirzīšana, karšu sastādīšanas laikā var atklāties, ka līdz šim korekta hipotēze ir nepareiza. Šādā situācijā karšu apvienošanas metodei ir jāizvirza jaunas hipotēzes, ņemot vērā iepriekš uzkrāto pieredzi. Eksperimentālie rezultāti liecina, ka, izvēloties atbilstošus ReMMerg metodes parametrus, ir iespējams iegūt vismaz daļējas globālās kartes hipotēzes, kurās nav iekļauti kļūdaini apvienojumi, kaut arī agrākās karšu apvienošanas stadijās tādi ir bijuši.

Ja robotu lokālās kartes tiek apvienotas agrā vides izpētes stadijā, tad kļūdainas karšu apvienošanas hipotēzes ir gandrīz neizbēgamas – jo agrāka ir apvienošana, jo lielāka ir varbūtība, ka hipotēze būs nepareiza. Eksperimenti apstiprina, ka noraidīto hipotēžu daudzums ir ievērojams (no 7.41% līdz pat 50.43% noraidītām hipotēzēm; 0% noraidītu hipotēžu ir tikai gadījumos, kad neviena hipotēze nav izvirzīta). Tomēr karšu apvienošana tikai telpas izpētes beigās, kas nodrošinātu tikai pareizu hipotēžu izvirzīšanu (pie pieņēmuma, ka nepareizas hipotēzes ir identificējamās), nav labs risinājums, jo tas izslēdz iespēju izmantot citu robotu iegūto informāciju par vidi jau telpas izpētes laikā. Daudzos gadījumos ir iespējams iegūt pareizas karšu apvienošanas hipotēzes vēl pirms karšu sastādīšanas beigām. Piemēram, konfigurācijā [$d_{\max}=2$; $h_{\text{val}_{\min}}=0.95$; $h_{\text{set}}=16$], kas ir eksperimentāli atzīta par vienu no labākajām metodes parametru konfigurācijām, 48.81% no visām hipotēzēm, kuras eksperimenta beigās nav noraidītas, ir izvirzītas pirms karšu sastādīšanas beigām – tas ir, apvienojumi ir bijuši veiksmīgi, izmantojot daļēji sastādītas lokālās kartes.

Vispārīgie secinājumi par ReMMerg metodi:

Piedāvātā globālās kartes apvienošanas metode ReMMerg spēj sastādīt daļējas globālās kartes un daļā gadījumu pilnas globālās kartes, bet labāko rezultātu sasniegšanai ir rūpīgi jāizvēlas metodes parametri. Jo ilgāk tiek veikta telpas izpēte, jo lielāka ir iespēja, ka tiks sastādīta pilna globālā karte.

ReMMerg metodes darbības efektivitāte ir cieši saistīta ar izmantoto lokālo karšu apvienošanas metodi. Ja lokālās karšu apvienošanas metode nespēj apvienot atsevišķas robotu lokālās kartes, tad izstrādātā metode nespēs iegūt globālo karti. Darba ietvaros metodē realizētā lokālo karšu apvienošana, izmantojot Hjū transformāciju, ir paredzēta tādu karšu apvienošanai, kurās ir sastopamas taisnas līnijas. Attiecīgi lokālā karšu apvienošana un arī izstrādātā metode vājāk darbojas gadījumos, ja robotu sastādītās kartes nesatur izteiktas taisnas līnijas. Darbā izmantotās lokālo karšu apvienošanas metodes vietā [Car 2008] var

izmantojot jebkuru citu aizņemtības režģu karšu lokālo karšu apvienošanas metodi, nemainot ReMMerg darbības principus.

ReMMerg metode spēj identificēt kļūdainus karšu apvienojumus un atgriezties iepriekšējā stāvoklī, noraidot visas nepareizas hipotēzes, ja ir izvēlēti atbilstoši metodes parametri. Attiecīgi ir iespējams iegūt vismaz daļējas globālās kartes hipotēzes, kurās nav iekļauti kļūdaini apvienojumi, kaut arī agrākās karšu apvienošanas stadijās tādi ir bijuši.

Uz doto brīdi ReMMerg metode ir paredzēta daudzu robotu sistēmām, kurās ir viens centrālais skaitļotājs, kas veiktu globālās kartes sastādīšanu. Tomēr, ja metode tiktu papildināta ar robotu lokālu hipotēžu koku apvienošanas komponenti, kas risinātu konfliktus starp atšķirīgiem hipotēžu kokiem, to varētu izmantot arī decentralizētās daudzu robotu sistēmās.

6.2. Darba teorētiskie rezultāti

Darba izstrādes gaitā ir sasniegti sekojoši teorētiskie rezultāti:

- Apkopotas un analizētas karšu apvienošanas metodes daudzu robotu sistēmās, un, balstoties uz analīzi, definētas karšu apvienošanas metožu īpašības, kas jāņem vērā karšu apvienošanas metodes izstrādē: robotu relatīvās koordināšu sistēmas, karšu tips, karšu apvienošanā izmantotā informācija, karšu apvienošanai nepieciešamais laiks un sastādīto karšu precizitāte.
- Balstoties uz karšu apvienošanas metožu analīzi, ir identificēti un definēti divi karšu apvienošanas aspekti – lokālā karšu apvienošana un globālā karšu apvienošana -, un pamatota abu nozīmība karšu sastādīšanas sistēmā. Lokālā karšu apvienošana risina savstarpējā novietojuma meklēšanas, karšu apvienošanas, izmantojot atrasto transformāciju, un rezultāta novērtēšanas problēmas. Globālā karšu apvienošanā jāņem vērā arī tas, cik bieži kartes tiks apvienotas un kādā veidā tiks izvēlētas apvienojamās kartes. Šajā gadījumā rodas iespēja turpmākā telpas izpētē noraidīt karšu apvienošanas hipotēzi un apvienot kartes vairākas reizes, balstoties uz iepriekšējo pieredzi.
- Pamatota un eksperimentāli pierādīta globālās karšu apvienošanas nepieciešamība karšu apvienošanā pie nezināmām robotu savstarpējām pozīcijām.

- Uz lokālās un globālās karšu apvienošanas jēdzienu pamata ir definēts uzticamas karšu apvienošanas jēdziens. Uzticama karšu apvienošana ir tāda karšu apvienošana, kura nodrošina karšu apvienošanas atgriezeniskumu – jebkurā brīdī ir iespējams atgriezties stāvoklī pirms karšu apvienošanas, nezaudējot pēc karšu apvienošanas iegūto informāciju par apkārtējo vidi robotu lokālajās kartēs un kurā divu robotu lokālo karšu apvienošanas lēmums tiek pieņemts tikai tādā gadījumā, ja karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums pārsniedz iepriekš empīriski noteiktu sliekšni jeb ja karšu apvienošanas hipotēze ir ticama.
- Ir izstrādāts aizņemtības režģu karšu apvienošanas hipotēzes novērtējums, kas ņem vērā to, ka robotu kartes ir lokāli neprecīzas.
- Galvenais teorētiskais rezultāts ir karšu apvienošanas metode, kas ir veidota, pamatojoties uz uzticamas karšu apvienošanas kritērijiem. Metode citu vidū izceļas ar to, ka tās ietvaros ir definētas struktūras karšu apvienošanas atgriezeniskuma nodrošināšanai – hipotēžu atspoguļojums, hipotēžu koki, noraidīto hipotēžu saraksts, karšu apvienošanas vēsture -, kā arī ir definēti procesi, kā šīs struktūras uzturēt. Rezultātā izstrādātā metode ir atgriezeniska un dinamiska karšu apvienošanas metode.

6.3. Darba praktiskie rezultāti

Darba izstrādes gaitā ir sasniegti sekojoši praktiskie rezultāti:

- Izstrādāta karšu apvienošanas programmatūras sistēma, kas ir balstīta uz izstrādāto karšu apvienošanas metodi un realizē visas tās datu struktūras un procesus. Ir eksperimentāli pierādīta tās spēja sastādīt vismaz daļēju globālo karti, ja visām kartēm ir kopīgs apgabals ar vismaz vienu citu karti, un lokālās karšu apvienošanas metode spēj šo kopīgo apgabalu atrast.
- Ir izstrādāta karšu sastādīšanas metode, kura ļauj sastādīt kartes ar robotiem, kuriem ir pieejami tikai tuva attāluma sensori pie nosacījuma, ka robotam ir zināma tā globālā pozīcija.
- Ir izstrādāts aizņemtības režģu karšu apvienošanas hipotēzes novērtēšanas veids, kas ņem vērā to, ka robotu kartes ir lokāli neprecīzas. Salīdzinājums ar literatūrā visplašāk sastopamo hipotēzes novērtējumu – tiešo šūnu salīdzināšanu - liecina, ka

korektas parametra d_{\max} uzstādīšanas gadījumā piedāvātais novērtējums labāk strādā situācijās, kad kartes ir ievērojami lokāli neprecīzas vai hipotēžu transformācijām ir nelielas, bet pieļaujamas kļūdas.

6.4. Turpmāko pētījumu virzieni

Iespējamie turpmāko pētījumu virzieni ir:

- Individuālu hipotēžu koku sastādīšana katram robotam. Šobrīd metode ir paredzēta karšu apvienošanai, kur apvienošanu veic viens centrālais aģents (robots vai programmatūras aģents). Lai metodi varētu izmantot decentralizētā veidā, ir nepieciešams izstrādāt divu dažādu robotu hipotēžu koku apvienošanas algoritmu.
- Vairāku lokālo karšu apvienošanas metožu izmantošana karšu apvienošanā. ReMMerg lokālā karšu apvienošanas daļa ir nodalīta no globālās karšu apvienošanas daļas. Ja nepieciešams, lokālajai karšu apvienošanai var izmantot citas metodes un iespējams pat vairākas metodes paralēli. Ja metode spētu automātiski noteikt, kāda lokālo karšu apvienošanas metode ir piemērota konkrētajām kartēm, tas varētu nozīmīgi uzlabot karšu apvienošanas metodes efektivitāti.

Literatūras saraksts

- [Adl 2008] Adluru N. et. al. Merging maps of multiple robots. 19th International Conference on Pattern Recognition, December 2008. – Tampa: IEEE, 2008, pp. 1-4.
- [Aln 2010] G. Alnounou; Hudas, J. Overholt, and M. Krishnan, “Occupancy Grid Map Merging Using Feature Maps,” 2010.
- [Ami 2005] Amigoni F., Gasparini S., Gini M. Merging Partial Maps Without Using Odometry. Multi-Robot Systems. From Swarms to Intelligent Automata. – Netherlands: Springer, 2005, III vol., pp. 133-144.
- [And 2009] Andersone I. Exploration with multiple agents. Master’s thesis. – Riga, 2009, 83 p.
- [And 2010] Andersone I.: The Characteristics of the Map Merging Methods: A Survey. In the Scientific Journal of Riga Technical university, 5th Series, Applied Computer Systems, volume 43, RTU, Riga, 2010, pp. 113-121.
- [And 2011] Andersone I.: Multi-Robot Map Merging in the Context of Image Processing. In the Scientific Journal of Riga Technical university, 5th Series, Applied Computer Systems, RTU, Riga, 2011 (to be published)
- [Bal 1982] Ballard D.H., Brown C.M. Computer Vision, Prentice Hall, New Jersey, 1982, 544 p.
- [Ber 2009] Bergasa P. et. al. SLAM and Map Merging. Journal of Physical Agents. – 2009, 3. vol., No. 1
- [Bal 2010] Ballesta M., Gil A., Reinoso O., Julia M., Jimenez L.M., „Multi-robot Map Alignment in Visual SLAM”, WSEAS Transactions on Systems, Volume 9, Issue 2, 2010, pp. 213-222.
- [Bir 1996] Birk A. „Learning Geometric Concepts with an Evolutionary Algorithm”, Evolutionary programming V, The MIT Press, 1996
- [Bir 2006] Birk A., Carpin S. Merging Occupancy Grid Maps From Multiple Robots. Proceedings of the IEEE. – IEEE, 2006, 94. vol., pp. 1384-1397.
- [Bis 2002] Biswas R., Limketkai B., Sanner S., Thrun S. Towards Object Mapping in Non-Stationary Environments With Mobile Robots // In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and System, 2002, pp. 1014-1019.

- [Bra 2006] Braunl T. *Embedded Robotics. Mobile Robot Design and Applications with Embedded Systems.* – Springer, Germany, 2006
- [Bro 1992] Brown L.G. A survey of image registration techniques, *ACM Computing Surveys* 24, 1992, pp. 326-376.
- [Bur 2000] W. Burgard, M. Moors, and D. Fox, “Collaborative multi-robot exploration,” *and Automation, 2000*, 2000.
- [Bur 2002] Burgard W., Moors M., Schneider F. Collaborative Exploration of Unknown Environments with Teams of Mobile Robots. *Lecture Notes in Computer Science.* – Berlin/Heidelberg: Springer, 2002, 2466. vol., pp. 187-215.
- [Bur 2005] Burgard W., Moors M., Stachniss C., Schneider F. Coordinated Multi-Robot Exploration // In *IEEE Transactions on Robotics*, vol.21, 2005, pp. 376-386.
- [Car 2005] Carpin S., Birk A. Stochastic Map Merging in Rescue Environments. *Lecture Notes in Computer Science.* – Berlin/Heidelberg: Springer, 2005, 3276. vol., pp. 483-490.
- [Car 2008] Carpin S. Fast and accurate map merging for multi-robot systems. *Autonomous Robots.* – USA: Kluwer Academic Publishers, 2008, 25. vol., pp. 305-316.
- [Cec 2006] Ceccarelli N. et. al. Set Membership Localization and Map Building for Mobile Robots. *Systems & Control: Foundations & Applications.* – Boston: Birkhauser, 2006, Part III, pp. 289-308.
- [Che 2003] Chen Z. Bayesian filtering: from Kalman filters to Particle filters, and beyond. *Statistics*, 2003, pp. 1-69.
- [Che 2007] Chen Z., Samarabandu J., Rodrigo R. Recent advances in simultaneous localization and map-building using computer vision, *Advanced Robotics*, Vol. 21, No. 3-4, 2007, pp. 233-265
- [Ded 2000] Dedeoglu G., Sukhatme G. Landmark-based Matching Algorithm for Cooperative Mapping by Autonomous Robots. *Distributed Autonomous Robotics Systems*, October 2000. – USA: Springer, 2000, pp. 251-260.
- [Dem 1977] Dempster A. P., Laird N. M., Rubin D. B. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 39, no. 1, 1977, pp. 1-38.

- [DiM 2001] Di Marco M., Garulli A., Lacroix S., Vicino A. Set Membership Localization and Mapping for Autonomous Navigation, *Int. J. Robust Nonlinear Control* 11, 2001, pp. 709-734.
- [DiM 2003] Di Marco M., Garulli A., Giannitrapani A., Vicino A. Simultaneous Localization and Map Building for a Team of Cooperating Robots: a Set Membership Approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, 2003, pp. 238-249.
- [Dud 1972] Duda R., Hart P. Use of the hough transformation to detect lines and curves in the pictures. *Communications of the ACM*, 15(1), 1972, pp. 11-15.
- [Dur 2006] H. Durrant-Whyte, T. Bailey, Simultaneous Localisation and Mapping (SLAM): Part I The Essential Algorithms, *Robotics and Automation Magazine*, 2006
- [Eri 2012] Erinc, G.; Carpin, S., Anytime merging of appearance based maps, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2012, pp.1656-1662
- [Fen 2002] Fenwick J. W., Newman P. M., Leonard J. J. Cooperative Concurrent Mapping and Localization. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, may 2002. – Washington: IEEE, 2002, pp. 1810-1817.
- [Fit 2000] Fitzpatrick J. M., Hill D. L. G., Maurer Jr. C. R., Image registration, Chapter 8 of *Handbook of Medical Imaging*, SPIE Press, 2000
- [Fox 2000] D. Fox, W. Burgard, and H. Kruppa, “A probabilistic approach to collaborative multi-robot localization,” *Autonomous Robots*, vol. 8, no. 3, 2000.
- [Fra 2009] A. Franchi, G. Oriolo, and P. Stegagno, “Mutual localization in a multi-robot system with anonymous relative position measures,” *Intelligent Robots and Systems*, pp. 3974–3980, Oct. 2009.
- [Fuj 1996] Fujimura K., Singh K., Planning Cooperative Motion for Distributed Mobile Agents // In *Journal of Robotics and Mechatronics*, 1996
- [Gar 2005] A. Garulli, A. Giannitrapani. Mobile robot SLAM for line-based environment representation. *Decision and Control*, 2005
- [Gue 2010] A. Guez, J. Pineau, Multi-tasking SLAM. *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 377-384, 2010

- [Guo 2008] R. Guo, Y. Li, and W. Chen, “Adaptive genetic algorithm for occupancy grid maps merging,” 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, pp. 5716–5720, 2008.
- [Gon 2002] Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. Second Edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 2002
- [Gra 2002] Grabowski R., Navarro-Serment L. E., Paredis C. J.J., Khosla P. K. Heterogeneous Teams of Modular Robots // Robot Teams (editors Balch T., Parker L. E.), A K Peters, Ltd., Canada, 2002
- [Hah 2002] Hahnel D., Schulz D., Burgard W. Map Building with Mobile Robots in Populated Environments // In Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2002
- [Ham 1950] R. Hamming, “Error detecting and error correcting codes,” *Bell System technical journal*, 1950.
- [Ho 2005] Ho K., Newman P. Multiple Map Intersection Detection using Visual Appearance. 3rd International Conference on Computational Intelligence, December 2005. – Singapore, 2005
- [How 1999] A. Howard, “Cooperative localisation and mapping,” International Conference on Field and Service, vol. 1999, pp. 1–6, 1999.
- [How 2004] Howard A., Sukhatme G. S., Matarie M. J. Multi-robot mapping using manifold representations. IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 2004. – New Orleans: IEEE, 2004, 4. vol., pp. 4198-4203.
- [How 2006] Howard A. Multi-Robot Simultaneous Localization and Mapping using Particle Filters. The International Journal on Robotics Research. – Sage science press, 2006, 25. vol., No. 12, pp. 1243-1256.
- [How 2006a] Howard A., Parker L. E., Sukhatme G. S. Experiments with a Large Heterogenous Mobile Robot Team: Exploration, Mapping, Deployment and Detection // In the International Journal of Robotics Research, Vol. 25, No. 5-6, 2006, pp. 431-447.
- [Hua 2005] Huang W., Beevers K. Topological Map Merging. The International Journal on Robotics Research. – Sage science press, 2005, 24. vol., No. 8, pp. 601-613.
- [Hut 1993] D. Huttenlocher, “Comparing images using the Hausdorff distance,” *Pattern Analysis and Recognition*, 1993.

- [iRo 2012] iRobot. Internets: <http://www.irobot.com/us/robots/home/roomba.aspx>, aplūkots: 16.08.2012.
- [Ish 1993] Ishioka K., Hiraki K., Anzai Y. Cooperative Map Generation by Heterogeneous Autonomous Mobile Robots. IJCAI'93 Workshop on Dynamically Interacting Robots, august 1993. – Chambery, 1993, pp. 57-67.
- [Jen 1999] Jennings C., Murray D., Little J. J. Cooperative Robot Localization with Vision-based Mapping // In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999, pp. 2659-2665.
- [Kan 2010] J.-G. Kang, , S.-Y. An, S. Kim, S.-Y. Oh, Sonar-Based Simultaneous Localization and Mapping Using a Neuro-Evolutionary Optimization. *Advanced Robotics*, 24(8-9), 1257-1289, 2010
- [Ko 2003] Ko J. et. al. A practical decision-theoretic approach to multi-robot mapping and exploration. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 2003. – Nevada, 2003, pp. 3232-3238.
- [Kon 2003] Konolige K. et. al. Map merging for distributed robot navigation. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 2003. – Nevada, 2003, pp. 212-217.
- [Lak 2005] Lakaemper R., Latecki L. J., Wolter D. Incremental multi-robot mapping. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, august 2005. – Edmonton, 2005, pp. 3846-3851.
- [Lee 1996] Lee D. The Map-Building and Exploration Strategies of a Simple Sonar-Equipped Mobile Robot. – Distinguished Dissertations in Computer Science, Cambridge University Press, United Kingdom, 1996, 228 p.
- [Mad 2002] Madhavan R., Fregene K., Parker L. E. Distributed Heterogeneous Outdoor Multi-robot Localization. IEEE International Conference on Robotics and Automation may 2002. – Washington, 2002, pp. 374-381.
- [Mar 2005] Martinelli, A.; Pont, F.; Siegwart, R., "Multi-Robot Localization Using Relative Observations," *Robotics and Automation*, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on , vol., no., pp.2797,2802, 18-22 April 2005
- [Mar 2009] A. Marjovi, J. G. Nunes, L. Marques, and A. de Almeida, "Multi-robot exploration and fire searching," 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 1929–1934, Oct. 2009.

- [Mei 2005] Meier D., Stachniss C., Burgard W. Coordinating Multiple Robots during Exploration under Communication with limited Bandwidth // In Proceedings of the IEEE Transactions on Robotics, 2005, pp. 26-31.
- [Neh 2003] Nehmzow U. Mobile Robotics. A Practical Introduction, 2nd Edition. – Springer-Verlag, London, 2003, 280 p.
- [Nik 2013] Nikitenko A., Liekna A., Ekmanis M., Kulikovskis G., Andersone I. Single Robot Localisation Approach for Indoor Robotic Systems through Integration of Odometry and Artificial Landmarks. Scientific Journal of Riga Technical University, Computer Sciences, 2013
- [Par 2000] Parker L. E. Current State of the Art in Distributed Autonomous Mobile Robotics. 5th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems, October 2000. – Knoxville: Springer, 2000, pp. 3-12.
- [Pei 2010] Y. Pei, M. W. Mutka, and Xi N., “Coordinated multi-robot real-time exploration with connectivity and bandwidth awareness,” 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 5460–5465, May 2010.
- [Pol 2007] Poli R., Kennedy J., and Blackwell T., “Particle swarm optimization,” *Swarm Intelligence*, vol. 1, no. 1, pp. 33–57, Aug. 2007.
- [Rad 2003] Robotics Data Set Repository (Radish), Andrew Howard and Nicholas Roy, 2003, <http://radish.sourceforge.net/>
- [Rao 2000] Rao N. S. V. Terrain Model Acquisition by Mobile Robot Teams and n-Connectivity. 5th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems, October 2000. – Knoxville: Springer, 2000, pp. 231-240.
- [Rou 2002] Roumeliotis S. I., Bekey G. A. Distributed multirobot localization. IEEE Transactions on Robotics and Automation. – IEEE, 2002, 18. vol., issue 5, pp. 781-795.
- [Rod 2004] Rodriguez-Losada D., Matia F., Jimenez A. Local maps fusion for real time multirobot indoor simultaneous localization and mapping. IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 2004. - New Orleans: IEEE, 2004, 2. vol., pp. 1308-1313.
- [Rus 2003] Russel J.S. and Norvig P. Artificial Intelligence A Modern Approach. Second Edition- New Jersey: Pearson Education International, 2003,pp. 375-461.

- [Rek 1999] Rekleitis I., Dudek G., Milios E. M. On Multiagent Exploration // In Proceedings of International Conference in Robotics and Automation, 1999
- [Rek 2002] Rekleitis I. M., Dudek G., Milios E. Multi-Robot Cooperative Localization: A Study of Trade-offs between Efficiency and Accuracy // In Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Volume 3, 2002, pp. 2690-2695.
- [Rek 2003] Rekleitis I. M., Dudek G., Milios E. Graph-Based Exploration using Multiple Robots // In Proceedings of 5th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems, Springer, USA, 2003, pp. 241-250.
- [Rou 2002] S. Roumeliotis and G. Bekey, "Distributed multirobot localization," *Robotics and Automation, IEEE*, vol. 18, no. 5, pp. 781–795, 2002.
- [Roy 2000] Roy N., Dudek G. Collaborative Robot Exploration and Rendezvous: Algorithms, Performance Bounds and Observations. *Autonomous Robots*. – US: Springer, 2000, 11. vol., pp. 117-136.
- [RTU 2013] Par projektu „Daudzaģentu robotizētas intelektuālas sistēmas tehnoloģijas izstrāde”, Internets: <http://www.rtu.lv/content/view/5226/1867/lang.lv/>, pēdējoreiz aplūkots 01.09.2013.
- [Rus 2002] Russel S., Norvig P. *Artificial Intelligence: Modern Approach*, 2nd edition. Prentice Hall, 2002, 1132 p.
- [Sie 2004] R. Siegwart and I.R. Nourbakhsh, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The MIT Press, 2004
- [Sim 1992] P. Simard, Y. LeCun, and J. Denker, "Efficient pattern recognition using a new transformation distance," *Advances in Neural Information*, 1992.
- [Sim 2000] Simmons R. et. al. Coordination for Multi-Robot Exploration and Mapping. *AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, August 2000. – Austin: AAAI, 2000
- [Thr 1998] S. Thrun and W. Burgard, "A probabilistic approach to concurrent mapping and localization for mobile robots," *Autonomous Robots*, vol. 25, pp. 1–25, 1998.
- [Thr 2000] Thrun S., Burgard W., Fox D. A real-time algorithm for mobile robot mapping with applications to multi-robot and 3D mapping. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April 2000. – San Francisco: IEEE, 2000, pp. 321-328.

- [Thr 2001] Thrun S. A Probabilistic Online Mapping Algorithm for Teams of Mobile Robots. *International Journal of Robotics Research*. - Sage science press, 2001, 20. vol., pp. 335-363.
- [Thr 2002] Thrun S. *Robotic Mapping: A Survey*. Exploring Artificial Intelligence in the New Millennium. – Morgan Kaufmann, 2002, pp. 1-35.
- [Thr 2005] Thrun S. *Probabilistic robotics*. The MIT Press, 2005
- [Top 2010] Topal S., Erkmen E., Erkmen A. M.: A Novel Map Merging Methodology for Multi-Robot Systems. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science, Vol I*, 2010, pp. 383-387.
- [Tra 2009] N. Trawny, “Cooperative multi-robot localization under communication constraints,” *Robotics and Automation*, no. ii, pp. 4394–4400, 2009.
- [Wan 2005] L. Wang, Y. Zhang, and J. Feng, “On the Euclidean distance of images.,” *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 27, no. 8, pp. 1334–9, Aug. 2005.
- [Wan 2010] Y.-T. Wang, M.-C. Lin, R.-C. Ju. Visual SLAM and Moving-object Detection for a Small-size Humanoid Robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 7(2), 2010
- [Wil 2002] Williams S. B., Dissanayake G., Durrant-Whyte H. *Towards Multi-Vehicle Simultaneous Localisation and Mapping*. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 2002. – Washington: IEEE, 2002, pp. 27-43.
- [Zha 2010] Zhang Y., Liu J., Hoffmann G. Real-time indoor mapping for mobile robots with limited sensing. *Workshop on Mobile Robots*, 636-641, 2010
- [Zit 2003] Zitova B., Flusser J. *Image registration methods: a survey*. *Image and vision computing*, 21, 2003, pp. 977-1000.