

**RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE**

Mašīnzinību, transporta un aeronautikas fakultāte

Mehānikas un mašīnbūves institūts

**Mārtiņš Irbe**

Doktora studiju programmas “Inženiertehnika, mehānika un mašīnbūve” doktorants

**ENERĢIJAS IEGŪŠANAS NO FLUĪDU PLŪSMAS  
IEKĀRTU DINAMIKAS ANALĪZE UN VADĪBAS  
OPTIMIZĀCIJA**

**Promocijas darbs**

Zinātniskie vadītāji:

profesors *Dr. habil. sc. ing.*

**JĀNIS VĪBA**

profesors *Dr. sc. ing.*

**IGORS TIPĀNS**

RTU Izdevniecība

Rīga 2020

## ANOTĀCIJA

Reālā fluīda (gaisa vai ūdens) plūsmā daļiņu ātrums nav konstants, bet mainās laika un telpas apgabalā. Objektam mijiedarbojoties ar fluīdu, rodas kustība, kura var būt vairāk vai mazāk efektīva, atkarībā no izvēlēta mērķa (kritērija). Šī darba pirmās nodaļas mērķis ir analizēt mijiedarbības (kontakta elastību, virsmas profilu, ledus un aerodinamisko pretestību) parametrus, kas samazina fluīda ietekmi uz objektu kā, piemēram, skeletoņa sportā. Izmantojot mehānikas likumus, tiek izstrādāta jauna metode, ar kuru iespējams analītiski noteikt ledus berzes un kustīgā objekta aerodinamiskās pretestības koeficientus (parametrus). Tam ir plašas pielietojuma iespējas treniņu un sacensību procesā. Papildus ir apskatīta vibrāciju pozitīvā vai negatīvā ietekme skeletonam slīdot pa ledus virsmu. Šajos pētījumos optimizācijas kritērijs ir enerģijas ekonomija sacensību trasē.

Savukārt enerģijas ieguves uzdevumu risināšanā (darba otrajā daļā) tiek izstrādāta jauna metode (teorija), kas palīdz vienkāršoti veikt analīzes, optimizācijas un sintēzes uzdevumus objektu mijiedarbībai ar šķidrumiem, ja ir objektiem translācijas, rotācijas vai komplāna kustība. Teoriju var attiecināt uz jebkuras sarežģītības formas ķermeņiem fluīdā (šķidrumā, gāzē), ja tiem ir iespējams matemātiski aprakstīt mijiedarbības virsmas. Metode pārbaudīta ar datorprogrammām un eksperimentiem vēja tunelī "Armfield".

Darba trešajā daļā ir apskatīti vairāki citi fluīda dinamikas pētījumi, tai skaitā: – izpētīts robotizētas zivs kustības piedziņas aktuators; – analizēta un sintezēta enerģijas ieguves iekārta no robotizētas zivs astes spuras svārstībām; – veikta parametriskā formas optimizācija SUP (Stand up paddleboarding) piedziņas spuras motora vākam; – veikti praktiski eksperimenti dubultsvārstam vēja tunelī un tie salīdzināti (validēti) ar matemātisko modeli.

## АННОТАЦИЯ

В реальном потоке жидкости (воздуха или воды) скорость частиц не постоянна, а меняется во времени. Когда объект взаимодействует с жидкостью, создается движение, которое может быть более или менее эффективным, в зависимости от выбранной цели (критерия). Целью первой главы этой работы является анализ параметров взаимодействия, которые уменьшают влияние жидкости на объект, например, в спорте со скелетонами. На основе законов механики разработан новый метод, позволяющий аналитически определять коэффициенты (параметры) трения льда и аэродинамического сопротивления движущегося объекта. Он имеет широкий спектр применения в тренировочном и соревновательном процессе. Кроме того, учитывается положительное или отрицательное влияние вибрации на каркас, когда он скользит по поверхности льда. В этих исследованиях критерием оптимизации является экономия энергии на гоночной трассе.

В свою очередь, при решении задач извлечения энергии (во второй части работы) разрабатывается новый метод (теория), который помогает легко выполнять задачи анализа, оптимизации и синтеза для взаимодействия объекта с жидкостями, при наличии поступательного, вращательного или полного движения объектов. Фигурные тела в жидкости (жидкости, газе), если можно математически описать поверхности взаимодействия. Метод апробирован с помощью компьютерных программ и экспериментально в аэродинамической трубе «Армфилд».

Третья часть работы посвящена ряду других исследований гидродинамики, в том числе: – изучен актуатор движения роботизированной рыбы; – проанализировано и синтезировано оборудование для выработки энергии из колебаний хвостового плавника робота; – выполнена параметрическая оптимизация формы крышки электродвигателя приводного ребра платы SUP; – были проведены практические эксперименты для двойного клапана в аэродинамической трубе, и они были сравнены (подтверждены) с математической моделью.

## ABSTRACT

In a real fluid flow (air or water), the particle velocity is not constant but varies over time. When an object interacts with a fluid, a motion is created that can be more or less effective, depending on the chosen target (criterion). The aim of the first chapter of this work is to analyze the interaction parameters that reduce the effect of fluid on an object, such as in skeleton sports. Using the laws of mechanics, a new method is developed, with which it is possible to analytically determine the coefficients (parameters) of ice friction and aerodynamic drag of a moving object. It has a wide range of applications in the training and competition process. In addition, the positive or negative effects of vibrations on the skeleton as it slides over the ice surface are considered. In these studies, the optimization criterion is energy savings on the race track.

In turn, in solving energy extraction problems (in the second part of the work) a new method (theory) is developed, which helps to easily perform analysis, optimization and synthesis tasks for object interaction with liquids, if there is translational, rotational or complete motion of objects. shaped bodies in a fluid (liquid, gas), if it is possible to mathematically describe the interaction surfaces. The method was tested with computer programs and experimentally in the wind tunnel "Armfield".

The third part of the work deals with several other studies of fluid dynamics, including: – studied the actuator of robotic fish movement; – energy production equipment from robotic fish tail fin oscillations was analyzed and synthesized; – parametric shape optimization for SUP board drive fin motor cover was performed; – practical experiments were performed for a double valve in a wind tunnel and they were compared (validated) with a mathematical model.



## **PATEICĪBAS VĀRDI**

Darba autors izsaka sirsnīgu pateicību zinātniskajam vadītājam Dr. habil. sc. ing., profesoram Jānim Vībam par nenovērtējamo atbalstu 10 studiju gadu periodā, veicinot darba autora zinātnisko izaugsmi un attīstību. Pateicība par ieguldīto laiku un enerģiju apmācot, konsultējot un diskutējot darba izstrādes procesā un ārpus tā.

Paldies pa finansiālo atbalstu, Rīgas Tehniskās universitātes Doktorantūras grantu programmai, ERAF praktiskās ievirzes pētījuma projektam “Virsmas īpašību ietekmes uz slīdamību pa ledu pētījumi” Nr.1.1.1.1/16/A/129 un “Ūdens transporta piedziņas sistēmas izpēte un risinājumu izstrāde”, RTU Platformu grantu projekts ZI-2020/3.

# SATURS

TĒMAS AKTUALITĀTE .....	9
DARBA MĒRĶIS UN GALVENIE UZDEVUMI .....	9
PĒTĪJUMA OBJEKTS.....	10
PĒTĪJUMA HIPOTĒZES .....	10
ZINĀTNISKĀ NOVITĀTE .....	11
DARBA REZULTĀTU PRAKTISKĀ IZMANTOŠANA.....	11
PUBLIKĀCIJU SARAKSTS.....	12
AUTORA IEGULDĪJUMS PUBLIKĀCIJĀS.....	14
DARBA STRUKTŪRA UN GALVENIE REZULTĀTI.....	15
AIZSTĀVĒŠANAI IZVIRZĪTĀS TĒZES .....	16
IEVADS .....	17
01. Sintēzes problēmas jaunas tehnikas ieviešanā .....	17
02. Fluīdu sistēmas optimālas sintēzes algoritms.....	18
03. Darba izstrādes etapi ar dinamisku iekārtu analīzi, optimizācijas un sintēzes algoritmu .....	22
1. SKELETONS (GAISA PLŪSMA, ŪDENS ZEM SLIECĒM).....	24
1.1. Eksperimenti trasē skeletonam ar braucēju.....	25
1.2. Matemātiskais modelis skeletonam ar braucēju.....	26
1.2.1. Slīdes kustības modelēšana pa ledus virsmu ar MathCad.....	27
1.2.2. Slīdes kustības modelēšana rezultāti .....	28
1.3. Pretestības koeficientu noteikšanas analītiskās metodes izveide .....	29
1.3.1. Analītiskās metodes izveide ar ieejas datiem pie dažādiem laikiem (pirmā metode).....	30
1.3.2. Analītiskās metodes izveide ar ieejas datiem pie dažādiem pārvietojumiem (otrā metode) .....	31
1.3.3. Pretestības koeficientu noteikšanas analītiskās metodes eksperimentālā pārbaude un rezultāti .....	32
1.4. Skeletoņa kamanu slīdes kustības pa ledus virsmu un konstrukcijas vibrāciju analīze.....	34
1.4.1. 3D frekvenču analīze ar SolidWorks Frequency Simulation .....	34
1.4.2. pašsvārstības frekvenču noteikšana ar matemātisko ķēdes modeli.....	35
1.4.3. Konstrukcijas svārstību frekvenču analīzes rezultāti un secinājumi.....	36
1.5. Secinājumi par nodaļu .....	38
2. FLUĪDA (GAISA) PLŪSMA .....	39
2.1. Vienkāršas formas objekta analīze nestacionārā fluīda plūsmā .....	40
2.1.1. 2D plūsmas modelēšana ar SolidWorks Flow.....	42
2.1.2. Mijiedarbības koeficienta $C$ noteikšana .....	42
2.1.3. Plakanas plāksnes pārvietojuma modelēšana .....	43
2.1.4. Plakanas plāksnes parametriskā optimizācija .....	45
2.1.5. Secinājumi par apakšnodaļu.....	46

2.2. Plakanas un perforētas plāksnes vibrāciju analīze nestacionārā fluīda plūsmā .....	46
2.2.1. Plakanas plāksnes mijiedarbības modelis .....	47
2.2.2. 2D plakanas plāksnes kustības analīzi ar MathCad .....	49
2.2.3. Perforētas plāksnes mijiedarbības modelis .....	49
2.2.4. 2D perforētas plakanas plāksnes kustības analīzi ar MathCad .....	51
2.2.5. Secinājumi par apakšnodaļu.....	52
2.3. Formas optimizācija un mijiedarbības analīze simetriskai prizmai gaisa plūsmā.....	52
2.3.1. Izliekts laužas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis.....	54
2.3.2. Ieliekts laužas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis.....	55
2.3.3. Formas optimizācijas piemērs četrstūru prizmai ar MatCad.....	56
2.3.4. Formas optimizācijas piemērs diskveida formas maiņas plāksnei ar MatCad.....	56
2.3.5. Secinājumi par apakšnodaļu.....	57
2.4 Enerģijas ieguves optimizācija noteiktas ģeometriskās formas prizmām no gaisa plūsmas.....	58
2.4.1. Izvirzītās hipotēzes uzdevuma vienkāršošanai.....	60
2.4.2. Stacionārs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā.....	60
2.4.3. Kustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā .....	60
2.4.4. Trīsstūrveida prizmas optimizēšana translācijas kustībā gaisa plūsmā.....	61
2.4.5. Enerģijas ieguves sintēzes un optimizācijas uzdevums .....	63
2.4.6. Modelēšanas rezultāti un secinājumi prizmai ar maināmu laukumu gaisa plūsmā .....	64
2.5. Secinājumi par nodaļu .....	65
3. CITI FLUĪDA DINAMIKAS PĒTĪJUMI.....	66
3.1. Mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijas šķidrums enerģijas ieguvei .....	67
3.1.1. Astes spuras translācijas kustības sistēma ar lineāru atsperi.....	67
3.1.2. Astes spura ar lineāru atsperi translācijas kustības 2D modelēšana.....	69
3.1.3. Astes spuras plaknes rotācijas kustības sistēma ar nelineāru atsperi .....	70
3.1.4. Astes spura rotācijas kustība ar nelineāru atsperi 2D modelēšana.....	71
3.1.5. Secinājumi par apakšnodaļu.....	72
3.2. Dubultā pievada modelis mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijām šķidrums enerģijas ieguvei.....	72
3.2.1. Dubultā darbības pievada izpildmehānisma darbības niršanas un uzlādes pozīcijās.....	72
3.2.2. Robota vienas astes horizontālās kustības matemātiskais modelis šķidrums .....	73
3.2.3. Skaitliskās 2D modelēšanas rezultāti taisnvirziena robotizētas zivs kustībai šķidrums .....	75
3.2.4. Matemātiskais modelis zivs robota barošanas bloka uzlādēšanai ar vienu spuras izpildmehānismu .....	76
3.2.5. Secinājumi par apakšnodaļu.....	78
3.3. Dubultplāksnes vibrāciju analīze fluīda plūsmā.....	78
3.3.1. Dubultplāksnes modeļa eksperimenti vēja tunelī.....	78
3.3.2. Dubultplāksnes analītiskais modelis .....	82

3.3.3. Šķidruma plūsmas mijiedarbības aprēķini .....	83
3.3.4. Kustības diferenciālvienādojumi .....	85
3.3.5. Modelēšanas piemērs ar MathCAD un WorkingModel.....	86
3.3.6. Secinājumi par apakšnodaļu.....	88
3.4. Ūdens pretestības pētījums motorizēta SUP dēļa piedziņas spuras formai.....	88
3.4.1. 3D motorizētās spuras plūsmas analīzes eksperimentālā daļa .....	90
3.4.2. 3D motorizētās spuras plūsmas analīzes rezultāti .....	91
3.4.3. Secinājumi par apakšnodaļu.....	93
3.5. Secinājumi par nodaļu .....	93
SECINĀJUMI .....	95
AVOTU UN IZMANOTĀS LITERATŪRAS SARAKSTS.....	97
PIELIKUMI .....	102
Zinātniskās publikācijas .....	103
1. pielikums .....	104
2. pielikums .....	117
3. pielikums .....	126
4. pielikums .....	139

## TĒMAS AKTUALITĀTE

Fluīda (šeit: gaiss, ūdens) plūsmas mijiedarbība ar objektiem tehnikā, tehnoloģiskajos procesos, transportā, sadzīvē, sportā un dabā ir sastopama ik uz soļa. Viena no šo mijiedarbību lietderīgas izmantošanas jomām ir iespēja no mijiedarbības iegūt enerģiju. Tas iespējams tad, ja fluīds kustas pret objektu, objekts kustas fluīdā vai kustas gan fluīds, gan objekts, piemēram, vēja ģenerators vai hidrauliskā turbīna. Ar jēdzienu “iegūt enerģiju” plašākā mērogā apzīmē papildu darbības, kas saistītas ar enerģijas ekonomiju dažādos procesos, piemēram, degvielas ekonomija, atkarība no auto virsbūves formas, skeletoņa kustības finiša laiks.

Promocijas darbu kopa aptver autora un viņa kolēģu pētījumus trīs mijiedarbību jomās: a) skeletoņa mijiedarbību ar ledu un gaisu; b) gaisa plūsmas un objektu gaisā mijiedarbības; c) ūdens plūsmas un objekta ūdenī mijiedarbības. Tēmas aktualitāte ir saistīta ar pētījumiem “zaļās” enerģijas jomā: ekonomēt vai iegūt enerģiju no zemeslodes aptverošā fluīda plūsmas.

## DARBA MĒRĶIS UN GALVENIE UZDEVUMI

Darba mērķis ir izstrādāt metodes un metodikas, lai varētu veikt fundamentālus pētījumus enerģijas ekonomēšanas jomā objektam kustoties fluīdā vai iegūt enerģiju no fluīda plūsmas, izmantojot optimālās sintēzes teoriju. Papildus tam izstrādātas procesu modelēšanas datorprogrammas un veikti eksperimentālie pētījumi vēja tunelī un dabā, kas apliecina teorijas validāciju.

Darbā veikti pētījumi trīs galvenajos virzienos, tas izstrādāts kā tematiski vienota zinātnisko publikāciju kopa.

### 1. Skeletoņa pētījumi.

- 1.1. Pielāgota un pārbaudīta optimālās sintēzes teorija “zaļās” enerģijas jomā: ekonomēt vai iegūt enerģiju no zemeslodes aptverošā fluīda plūsmas.
- 1.2. Veikti skeletoņa eksperimentālie pētījumi Siguldas bobsleja un kamaniņu trasē.
- 1.3. Izveidots skeletoņa un dažāda ledus mehānisko parametru ledus (ūdens slāņa) matemātiskais modelis. Veikti modeļa skaitliskie testi.
- 1.4. Izstrādāts skeletoņa un ledus–gaisa lokālo mijiedarbību modelis, kas pārbaudīts skaitliski (ar datormodelēšanu) un eksperimentāli (Siguldas bobsleja un kamaniņu trasē).

### 2. Objektu un gaisa mijiedarbības pētījumi.

- 2.1. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **nekustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar kustīgu** fluīdu.
- 2.2. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **kustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar nekustīgu** fluīdu.
- 2.3. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **kustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar kustīgu** fluīdu.
- 2.4. Veikti 2D datormodelēšanas pētījumi mijiedarbību parametriskai identifikācijai.
- 2.5. Veikta dažāda veida vēja enerģijas iegūšanas reālu modeļu parametriskā optimizācija.

- 2.6. Veikti 3D eksperimentālie pētījumi vēja tunelī.
- 2.7. Izstrādāts, izprojektēts un izgatavots jauns vēja enerģijas iegūšanas rotācijas tipa prototips.
- 2.8. Veikts gaisa plūsmas mijiedarbību izstrādātās teorijas un prakses rezultātu noformējums zinātniskā grāmatā.

### **3. Objektu un ūdens mijiedarbību pētījumi.**

- 3.1. Izmantota un pilnveidota fluīdu mijiedarbības teorija ūdens plūsmām.
- 3.2. Izstrādāta teorija robotizētas zivs astes enerģijas ieguvei no mainīga laukuma vibrācijām šķidrumā.
- 3.2. Izstrādāta teorija un metodika dubultplāksnes svārstību analīzei fluīda plūsmā.
- 3.3. Veikti 3D eksperimentālie pētījumi vēja tunelī dubultplāksnes modelim.
- 3.4. Veikta motorizētās SUP dēļa spuras motora vāka parametriskā optimizācija.
- 3.5. Izstrādāts patenta pieteikums fluīda plūsmas inducētu svārstību enerģijas ieguvei ar lineāru ģeneratoru.

## **PĒTĪJUMA OBJEKTS**

Galvenais pētījuma objekts ir fluīda (ar bezgalīgu brīvības pakāpju skaitu) modeļa mijiedarbība ar cietiem ķermeņiem. Ar mijiedarbību šeit jāsaprot **tuvās mijiedarbības spēki** starp cieta ķermeņa bezgalīgi daudziem virsmas punktiem un bezgalīgi daudzām fluīda daļiņām. Redukcijas gaitā jānoskaidro spēku sistēmas galvenais vektors un to galvenais moments jebkurā punktā, piemēram, masas centrā. Tas atļauj tālāk sastādīt cietā objekta kustības aptuvenos diferenciālos vienādojumus un tos integrēt skaitliski. Ja tas ir paveikts, kaut aptuveni – ar pieņemtām hipotēzēm, nav nepieciešams izmantot darba ietilpīgus “telpas un laika” modeļus, kas arī ir aptuveni.

## **PĒTĪJUMA HIPOTĒZES**

Darba galvenā hipotēze balstās uz Ņūtona mehānikas pamata hipotēzēm:

- par fluīda daļiņu sistēmas kustības daudzuma izmaiņu diferenciālā formā;
- par fluīda daļiņu trieciena mijiedarbību ar cietu objektu spiediena zonā;
- par fluīda daļiņu veidoto spiedienu sūkšanas zonā;
- par viskozitātes ignorēšanu.

Minētās hipotēzes ir pierādītas datoreksperimentos un pārbaudītas praksē.

Tā rezultātā sāka jaunas, aptuvenas zinātniskas teorijas veidošana. Jaunā teorija atšķiras no esošajām teorijām ar to, ka pirms fluīdu dinamiskiem analīzes un sintēzes aprēķiniem nav nepieciešams veikt eksperimentus fluīda tuneļos (lai atrastu empīriskus “*Drag*” un “*Lift*” koeficientus).

## ZINĀTNISKĀ NOVITĀTE

Nepārtrauktas vides – fluīda dinamikas pētījumos ir problēmas aprakstīt bezgalīgu brīvības pakāpju ( $\infty$  BP) sistēmas kustību ap cietu vai deformējamu ķermeni, ievērojot visus citus ķermeņus un to plūsmas sākuma noteikumus. Tāpēc praksē tiek izmantotas aptuvenas metodes, piemēram, *RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations)*, nekustīgu ķermeņu labirintu, uz kuru no noteikta attāluma sāk plūst daļiņu paralēlu ātrumu fluīds. Sākumā ir pārejas process, pēc kura (ievērojot viskozitāti) iestājas stacionāra plūsma. Šāds process var ilgt pat sekundi vai tās daļas. Nav saprotams, kā plūsmas kustības laikā mainīt fluīda tīklojumu, ja ķermenis sāk kustēties. Protams, iespējams nepārtraukti, pēc dažiem soļiem mainīt mijiedarbības ģeometrisko konfigurāciju un uzdot iepriekšējos beigu noteikumus. Tas ir darbietilpīgs process.

Piedāvātajā metodē (teorijā) un metodikās ir ierosināts izmantot klasiskās mehānikas metodes bezgalīgu daļiņu plūsmai un mijiedarbībai ar cietu ķermeņa virsmu, neņemot vērā viskozitāti. Tā rezultātā ir iespējams iegūt izkliedētu spēku redukcijā to galveno vektoru un galveno momentu sistēmas masas centrā. Iegūtie lielumi ļauj veidot objekta kustības diferenciālos vienādojumus, kas attiecīgi skaitliski integrējas. Ar integrēšanu ir iespējams veikt parametrisko optimizāciju ar datoru un sintezēt: jaunas, efektīvas sistēmas enerģijas lietderīgai izmantošanai pie kustības pa fluīdu; vai radīt jaunas “zaļās” enerģijas ieguves sistēmas no fluīda plūsmas ap cietu objektu

## DARBA REZULTĀTU PRAKTISKĀ IZMANTOŠANA

Galvenie praktiskās izmantošanas rezultāti

1. Siguldas bobsleja un kamaniņu trasē iegūtie eksperimentālie rezultāti un to aproksimācija izmantojami esošo konstrukciju modernizācijā un jaunu skeletonu projektēšanā.
2. Izveidotais skeletona un dažāda ledus mehānisko parametru (ūdens slāņa) matemātiskais modelis izmantojams rezultātu uzlabošanai sacensībās.
3. Izstrādātais skeletona un ledus–gaisa lokālo mijiedarbību modelis izmantojams citu renes sporta veidu (kamaniņu, bobsleja) kustības modelēšanā.
4. Izstrādātā teorija un metodika 2D objektu mijiedarbībai ar fluīdu trīs gadījumos (nekustīgs objekts, nekustīgs fluīds, abi objekti kustas) lietojami jaunu “zaļās” enerģijas objektu sintezē, kā arī lidojošu aparātu projektēšanā.
5. Izstrādātā metodika un 2D datormodelēšanas modeļi dažādas formas prizmu (rombam, trīsstūrim, zvaigznei) mijiedarbības analīzei lietojami objektu formas optimizācijā.
6. Izstrādātā metodika un izgatavotās iekārtas izmantojamas jaunu iekārtu pārbaudei vēja tunelī.
7. Izstrādātā teorija robotizētas zivs astes aktuātorā piedziņai izmantojama objekta kustības piedziņai un enerģijas atjaunošanai tā apstāšanās fāzē.
8. Izstrādāts, izprojektēts un izgatavots jauns vēja enerģijas iegūšanas rotācijas tipa prototips.

9. Izstrādāts patenta pieteikums fluīda plūsmas inducētu svārstību enerģijas ieguvei ar lineāru ģeneratoru.
10. Veikts gaisa plūsmas mijiedarbību izstrādātās teorijas un prakses rezultātu noformējums zinātniskā grāmatā.

## PUBLIKĀCIJU SARAKSTS

Nodaļa zinātniskajā grāmatā, kas indeksēta *Web of Science* un/vai *Scopus* datubāzē.

1. Viba J., Beresnevich V. and Irbe M., 2020, Synthesis and Optimization of Wind Energy Conversion Devices *Design Optimization of Wind Energy Conversion Systems with Applications* vol. I, ed. Maalawi Karam Y. (IntechOpen) p. 17.

Zinātniskais raksts, kas indeksēts *Web of Science* un/vai *Scopus* datubāzē.

2. Tipans I., Viba J., Irbe M. and Vutukuru S. K., 2020, Investigation of dual varying area flapping actuator of a robotic fish with energy recovery *Agron. Res.* vol. 18, pp. 1046–55.
3. Tipans I., Viba J., Irbe M. and Vutukuru S. K., 2019, Analysis of non-stationary flow interaction with simple form objects *Agron. Res.* vol. 17, pp. 1227–34.

Publikācijas konferenču materiālos, kas indeksētas *Web of Science* un/vai *Scopus* datubāzē.

4. Vutukuru S. K., Tipans I., Viba J. and Irbe M., 2020, Form optimization and interaction analysis of plane symmetry prism in AIR *Engineering for Rural Development* vol. 19, pp. 739–46.
5. Spade K., Vaicis I., Vutukuru S. K. and Irbe M., 2020, Analysis of granule layer impact interaction on vibrating 2D prism *Engineering for Rural Development* vol. 19, pp. 1463–9.
6. Irbe M., Cerpinska M. and Gross K. A., 2019, *Investigation of vibration induced by sliding down an ice plane* vol. 800, KEM.
7. Irbe M., Gross K. A., Viba J. and Cerpinska M., 2019, Modelling of stiffness variability of skeleton sled on inclined ice plane *Engineering for Rural Development* vol. 18, pp. 1215–20.
8. Vutukuru S., Viba J., Tipans I., Viksne I and Irbe M., 2019, Analysis of flat plate vibrations by varying frontal area to the flow *Engineering for Rural Development* vol. 18, pp. 1408–14.
9. Gulbis J., Viba J., Irbe M. and Spade K., 2019, Experimental optimization of annealing of cylindrical brass casings *Engineering for Rural Development* vol. 18, pp. 852–7.
10. Cerpinska M., Irbe M. and Elmanis-Helmanis R., 2019, Swirling flow in Francis turbines depending on guide vanes opening position *Engineering for Rural Development* vol. 18, pp. 1435–40.
11. Tipans I., Viba J., Vutukuru S. K. and Irbe M., 2019, Vibration analysis of perforated plate in non-stationary motion *Vibroengineering Procedia* vol. 25, pp. 48–53.



12. Irbe M., Gross K. A., Viba J. and Cerpinska M., 2018, Analysis of acceleration and numerical modeling of skeleton sled motion *Engineering for Rural Development* vol. 17, pp. 1401–6.
13. Cerpinska M., Irbe M. and Elmanis-Helmanis R., 2018, Displacement of shaft during hydropower generator air gap measurements *Engineering for Rural Development* vol. 17, pp. 1673–8.
14. Cerpinska M., Irbe M. and Elmanis-Helmanis R., 2018, Vibration of foundation for rotary screw compressors installed on skid mounting *Engineering for Rural Development* vol. 17, pp. 1997–2002.
15. Cerpinska M. and Irbe M., 2017, Specifics of natural frequency measurements for floor vibration *Engineering for Rural Development* vol. 16, pp. 162–6.
16. Viba J., Beresnevich V., Irbe M. and Dobelis J., 2017, The control of blades orientation to air flow in wind energetic device *Energy Procedia* vol. 128, pp. 302–8.
17. Viba J., Beresnevich V., Noskovs S. and Irbe M., 2016, Investigations of rotating blade for energy extraction from fluid flow *Vibroengineering Procedia* vol. 8, pp. 312–5.
18. Viba J., Eiduks M. and Irbe M., 2015, Double pendulum vibration motion in fluid flow *Engineering for Rural Development* vol. 14, pp. 434–9.

Raksti konferenču tēžu krājumā

19. Jansons E., Irbe M., Kalniņa I., Gross K., The Influence of Environmental Conditions on Sliding Over Ice: an Experimental Study from the Bobsled Push-Start Facility *ECOTRIB 2019 7th European Conference on Tribology*, Austria, Vienna, 12–14 June, 2019, pp. 247–247.
20. Irbe M., Jansons E., Plūduma L., Gross K., The Effect of Runner Tension on Sliding over Ice at Different Ice Conditions *ECOTRIB 2019 7th European Conference on Tribology*, Austria, Vienna, 12–14 June, 2019, pp. 180–180.

Iesniegti trīs zinātniskie raksti, kas indeksēti *Web of Science* un/vai *Scopus* datubāzē.

21. Žurnālā “*Tribology international*” raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba pirmajā nodaļā, ar nosaukumu – *Unveiling Ice Friction and Air Drag for Faster Sliding in Winter Sports*.
22. Žurnālā “*Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*” raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba otrajā nodaļā, ar nosaukumu – *Optimization of Energy Extraction Using Ddefine Geometry Prisms in Air*.
23. Žurnālā “*Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*” raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba trešajā nodaļā, ar nosaukumu – *Resistance Estimation for Propulsion System of a Motorized SUP Board Equipped with Waterjet*.

Iesniegtas publikācijas konferenču materiālos, kas indeksētas *Web of Science* un/vai *Scopus* datubāzē.

24. “*14th International Conference on Vibration Problems 2019*” konferences raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba pirmajā nodaļā, ar nosaukumu – *Analysis of*

*the Skeleton Sled with Different Runner Stiffnesses Sliding Motion Induced Vibrations on an Inclined Ice Track.*

25. “43rd National Systems Conference on Innovative and Emerging Trends in Engineering Systems 2019” konferences raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba trešajā nodaļā, ar nosaukumu – *Varying Area Vibrating Structure in a Fluid for Energy Gain.*

Izgudrojums

26. LR patents Nr. 14978, 20.02.2015. Rīgas Tehniskā Universitāte, “Vienmasas vibrovesera uz elastīgas piekares darba režīma vadības paņēmieni”, līdzautors.

## AUTORA IEGULDĪJUMS PUBLIKĀCIJĀS

Visas zinātniskās publikācijas tapušas sadarbībā ar promocijas darba vadītājiem profesoru Jāni Vību un profesoru Igoru Tipānu (līdzautori vai konsultanti). Darbs pie zinātniskajām publikācijām ir autoru kopīgi plānots un realizēts. Autora ieguldītais pētnieciskais darba apjoms zinātniskajās publikācijās procentuāli parādīts 1. tabulā.

1. tabula

Ieguldījums zinātnisko publikāciju izstrādē

Publikācijas nr.	Aktivitātes publikācijā	Ieguldījums
1.	Eksperimentālās iekārtas projektēšana, prototipēšana, eksperimenti vēja tunelī, objekta kustības analīze un datu apstrāde.	25 %
2.	Literatūras izpēte, vienkāršas formas objekta analīze, skaitliskā modelēšana un grafiskais atainojums.	25 %
3.	Literatūras izpēte, projektēšana, prototipēšana, 2D plūsmas simulācijas un kustības analīze, eksperimenti vēja tunelī, datu apstrāde un grafiskais atainojums.	35 %
4.	Formas ģeometrijas optimizācijas analīze šķidrums un ķermeņa mijiedarbībām.	25 %
5.	Granulētas frakcijas kustības modelēšana izmantojot aptuveno spēku noteikšanas metodi spiediena un vākuma zonām.	15 %
6.	Literatūras izpēte, eksperimenti klimata simulācijas kamerā, 3D slīdes kustības modeļošana, datu apstrāde, grafiskais atainojums un apkopošana.	75 %
7.	Literatūras izpēte, eksperimenti starta estakādē, 2D slīdes kustības analīze modelim ar 8BP, datu apstrāde, grafiskais atainojums un apkopošana.	75 %
8.	Nestacionāra šķidrums un ķermeņa mijiedarbības analīze, optimizācija un sintēze, eksperimenti vēja tunelī, skaitliskā modelēšana.	25 %
9.	Parametriskā optimizācija.	5 %
10.	Datu analīze.	10 %

11.	Nestacionāra šķidrums un ķermeņa mijiedarbības analīze, optimizācija un sintēze, eksperimenti vēja tunelī, skaitliskā modelēšana.	25 %
12.	Literatūras izpēte, eksperimenti starta estakādē, matemātiskā modelēšana, datu apstrāde, grafiskais atainojums, validēšana un apkopošana.	75 %
13.	Datu analīze.	10 %
14.	Pašsvārstību frekvenču noteikšana ar SolidWorks Simulation.	10 %
15.	Vibrāciju mērījumi.	10 %
16.	Eksperimentālās iekārtas projektēšana, prototipēšana, eksperimenti vēja tunelī, datu apstrāde.	30 %
17.	Eksperimentālās ierīces projektēšana, prototipēšana, eksperimenti vēja tunelī, objekta kustības analīze.	25 %
18.	Eksperimentālā modeļa izveide, eksperimenti vēja tunelī, datu apstrāde, grafiskais atainojums, skaitliskā modelēšana.	40 %
19.	Eksperimenti starta estakādē	10 %
20.	Literatūras izpēte, eksperimenti starta estakādē, 2D modelēšana, datu apstrāde, grafiskais atainojums, validēšana un apkopošana.	80 %
21.	Literatūras izpēte, eksperimenti starta estakādē, 2D modelēšana, datu apstrāde, apkopošana un grafiskais atainojums, metodes validēšana.	60 %
22.	2D plūsmas simulācijas, skaitliskā modelēšana un grafiskais atainojums.	25 %
23.	3D plūsmas simulācijas, datu apstrāde un grafiskais atainojums.	40 %
24.	Literatūras izpēte, eksperimenti starta estakādē, 3D modeļa projektēšana, konstrukcijas svārstību simulācijas, datu apstrāde, grafiskais atainojums, validēšana un apkopošana.	80 %
25.	Literatūras izpēte, skaitliskā modelēšana un grafiskais atainojums.	25 %
26.	Eksperimentālā modeļa izveide.	10 %

## DARBA STRUKTŪRA UN GALVENIE REZULTĀTI

Promocijas darba (kā tematiski vienotas zinātnisko publikāciju kopas) struktūra apkopota trīs nodaļās.

Pirmajā nodaļā ir veikti skeletoņa pētījumi, kas apkopoti 6., 7., 12., 14., 15., 19., 20., 21. un 24. zinātniskajā publikācijā, tajās apskatīti trīs galvenie temati:

- 1) objekta slīdes kustību uz ledus (ūdens slāņa) virsmas ar dažādiem ledus mehānisko īpašību parametriem un aerodinamisko pretestību;
- 2) pretestības ledus (ūdens slāņa) un aerodinamiskā (gaisa) pretestības koeficienta noteikšanas analītiskās metodes izveide un pārbaude, izmantojot skeletoņa kamanas Siguldas bobsleja un kamanīņu trases starta ieskrējiena estakādē;
- 3) skeletoņa kamanu slīdes kustības un konstrukcijas vibrāciju analīze.

Otrajā nodaļā ir apkopotas fluīda (gaiss) plūsmas zinātniskās publikācijas (1., 3., 4., 5., 8., 11., 16., 17. un 22.), tajās apskatīti četri galvenie temati:

- 1) vienkāršas formas objekta analīze nestacionārā fluīda plūsmā;
- 2) plakanas un perforētas plāksnes vibrāciju analīze nestacionārā fluīda plūsmā;
- 3) formas optimizācija un mijiedarbības analīze simetriskai prizmai gaisa plūsmā;
- 4) enerģijas ieguves optimizācija noteiktas ģeometriskās formas prizmām no gaisa plūsmas.

Trešajā nodaļā ir apkopoti citi fluīda dinamikas pētījumi (2., 9., 10., 13., 18., 23. un 25. zinātniskā publikācija), šajās zinātniskajās publikācijās apskatīti četri galvenie temati:

- 1) mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijas šķidrumā enerģijas ieguvei;
- 2) dubultā pievada modelis mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijām šķidrumā enerģijas ieguvei un zivs robota vienas astes horizontālās kustības matemātiskais modelis šķidrumā;
- 3) dubultplāksnes svārsta tipa modeļa vibrāciju analīze fluīda plūsmā;
- 4) ūdens pretestības pētījums motorizēta *SUP* dēļa piedziņas spuras formai.

## **AIZSTĀVĒŠANAI IZVIRZĪTĀS TĒZES**

1. Fluīda un cieta ķermeņa mijiedarbības literatūrā sastopamie standarta skaidrojumi nav precīzi: darbā pierādīts, ka ne vienmēr pie vizuāli garākās fluīda plūsmas līnijas (t. i., it kā lielākais lokālais ātrums) rodas mazākais spiediens (*lifting force*). Patiesībā eksistē sūkšanas parādība, kas arī samazina spiedienu.
2. Fluīda un cieta ķermeņa mijiedarbības analīzē inženieru aprēķinos var neņemt vērā viskozitāti. Tas ir attaisnojams, jo visas datormodelēšanas programmas (kas ievēro viskozitāti) arī ir aptuvenas.
3. Gaisa un cieta ķermeņa mijiedarbības analīzē nestacionārās plūsmas vai relatīvās kustībās var izmantot superpozīcijas principu, t. i., mijiedarbību var iedalīt divās zonās: spiediena zonā un sūkšanas zonā. Abās zonās lietojami klasiskās mehānikas likumi, ietverot daļiņu Brauna haotisko kustību.
4. Inženieru aptuvenos aprēķinos ūdens un cieta ķermeņa mijiedarbības aprakstam var izmantot aptuveno teoriju, kas iegūta gaisa un cieta ķermeņa mijiedarbības aprakstā, jo, pieaugot viskozitātei, ievērojami pieaug arī blīvums (līdz ~ 1000 reizēm).
5. Darbā iegūtie fluīda un cieta ķermeņa mijiedarbības diferenciālie vienādojumi izmantojami analīzes, optimizācijas un sintēzes problēmu risināšanā, nelietojot sarežģītas un laikietilpīgas “telpas laika” programmēšanas aptuvenās metodes.

## IEVADS

Promocijas darbs kā tematiski vienota zinātnisko publikāciju kopa ir izstrādāta piedaloties dažādos, pētnieciskajos virzienos. Pirmā daļa veidojusies, no dalības ERAF praktiskās ievirzes pētījumu projekta “Virsmas īpašību ietekmes uz slīdamību pa ledu pētījumi” veicot vibrāciju pētījumus. Otrā daļa izstrādāta pateicoties profesora Jāņa Vības jaunajai teorijai par cieta ķermeņa mijiedarbību ar nestacionāru plūsmu. Kur, izmantojot klasiskās mehānikas principus, izstrādātas vienkāršotas, analītiskas sakarības šķidrums un cieta ķermeņa mijiedarbībai plūsmā, un veikti analīzes un optimizācijas uzdevumi. Darba trešā daļa ir papildinājums otrajai daļai ar lielāku uzsvāri uz praktiskiem pētījumiem. Darba ievadā apskatīta literatūra par dinamisku iekārtu analīzi, optimizācijas un sintēzes algoritmu teorētisko izklāstu, kas ir par pamatu darba struktūras koncepcijai [1].

### 01. Sintēzes problēmas jaunas tehnikas ieviešanā

Lai paaugstinātu ražošanas iekārtu un mehānismu produktivitāti, efektivitāti un ilgzinātību, kas ir galvenais ražošanas efektivitātes mērķis, ir nepieciešamība pēc jaunām metodēm un teorijām jaunas tehnikas ieviešanā. Jaunās tehnoloģijas efektivitātes uzlabošanas attīstība ir viena no sociālekonomiskās rūpniecības attīstības pamatproblēmām.

Jaunas tehnikas meklējumi ir iedalāmi divos galvenajos pētnieciskajos virzienos:

- uzlabot jau esošo iekārtu un mehānismu tehniski ekonomisko parametru rādītājus;
- izstrādāt principiāli jaunus mašīnu un mehānismu modeļus.

Katrs nākamais mašīnu uzlabojums pēc noteikta tehniskā līmeņa sasniegšanas ir dārgs ar salīdzinoši nelielu to rentabilitātes pieaugumu. Tāpēc neizbēgami parādies pilnveidošanas iespējām sākas jaunu mašīnu un mehānismu darbības principu meklēšana. Līdz ar to liela nozīme tiek piešķirta dažādu jaunu mehānismu struktūras diagrammu dinamiskai sintēzei. Šai problēmai ir divas pamata pieejas:

- veicot izpēti līdzīgos jau esošajos struktūrshēmu izgudrojumos un uzlabot tos;
- optimālas sintēzes idejas izmantošana, kurā vispirms tiek atrisināta optimālās vadības matemātiskā problēma, un pēc tā, pietiekami objektīvi tiek sintezēta strukturālā shēma [2].

Piemēram, vibroiekārtās mašīnām un mehānismiem ir tādi ierīču un instrumentu modeļi, kas triecienā pārvietojās kopā ar to. Sadursmes rezultātā rodas milzīgi elementu mijiedarbības spēki, kuri var sabojāt to, vai arī, dot noderīgu efektu.

Pateicoties autoriem (P. Alabuževa, V. Astaševa, V. Babitckaja, L. Barkana, L. Bespalova, I. Blekhmana, I. Gonchareviča, A. Kobrjuna, A. Kobrjuna, M. Koļevska, V. Metrikina, R. Nagajeva, U. Neimarka, U. Panovko, V. Raguļskene, I. Rusakova Harkeviča, L. Tjuvesa, M. Feigina, A. Šečerar un citi) ir izveidota fundamentāla pamat teorija mašīnu un mehānismu dinamiskajā analīzē [2-16].

Analizējot mūsdienu strukturālo diagrammu sintēzes uzdevumu problēmas, no pašreizējās stāvokļa analīzes, rodas vairākas pilnīgi jaunas risināmas problēmas. Starp tām var izcelt sekojošās [1].

**1. Optimālas vadības metodes un dotās apakšsistēmas izvēle pirms nezināmas struktūras.** Lai atrisinātu šo problēmu, jāzina sintezētās sistēmas praktiskais mērķis. Tāpēc optimālā sintēze būtiski atšķiras no parastajām analīzes problēmām, kurās sistēmas funkcionalitātei nav kritiskas nozīmes.

**2. Sastāvelementu noteikšana, ārējās un iekšējās saites formēšana dotajai apakšsistēmai.** Šis uzdevums ir sarežģīts, un tā risinājums joprojām nav zināms. Tomēr, ja mēs sākam no apsvēruma, ka sintezētā sistēma ir labāka, ja sastāv elementu skaits ir mazāks, tad īpašos gadījumos, problēma tiks atrisināta inženiertehnisku pieņēmumu līmenī, kam seko teorētisko aprēķinu precizēšana.

**3. Apakšsistēmas optimālās vadības metožu izstrāde.** Ja, sistēmas fāžu koordinātēs parādās pārtrūkumi, tad optimālo vadību ne vienmēr var noteikt ar parastajām optimālās vadības teorijas metodēm, un ir jāatrod jaunas metodes.

**4. Optimālās vadības sintēze fāzes plaknē vai laikā.** Šīs problēmas risinājums ir ļoti aktuāls. Šeit galvenā uzmanība jāvērs uz jaunu pašregulējošu sistēmu principu izstrādei.

**5. Optimālo parametru noteikšana izvēlētajai mehāniskajai sistēmai.** Lai arī šajā virzienā ar datortehnoloģiju palīdzību sasniegti lieli panākumi, precīzas analītiskās metodes nav pieejamas. Problēmas sarežģītība slēpjas tajā, ka nepieciešams uzdot optimālu parametra kritēriju ar optimuma lieluma (lielāks/mazāks) vērtību un tai pašā laikā jāatbilst stabiliem darbības režīmiem.

## 02. Fluīdu sistēmas optimālas sintēzes algoritms

No optimālās sintēzes algoritma izmantošanas literatūras avotu analīzes var secināt, ka optimālas sintēzes vibrosistēmas darbojas šādos gadījumos [16]: problēmas sākotnējā analīze un galveno apakšsistēmu optimizācija; ideālā likumu analīze; strukturālās shēmas sintēze; optimālo parametru noteikšana. Secība var atkal tikt mainīta, atgriežoties no struktūras shēmas sintēzes pie apakšsistēmas optimizācijas, ja, piemēram, iegūtā strukturālā shēma būtiski atšķiras no sākotnējās apakšsistēmas. Tālāk katrs etaps vibrosistēmās izskatīts atsevišķi [1], kur šis algoritms arī pielietojams fluīdu sistēmās.

**1. Sākotnējā problēmas analīze.** Šeit pirmkārt noskaidrojas likumsakarības, kuras izmantos procesa vadībai saistībā ar vibrotriecienu parādībām. Rezultātā atklāj optimālo kritēriju  $K$ . Piemēram, izmantojot vibrotransportēšanu, optimālais kritērijs var tikt pieņemts maksimālais pārvietošanas vidējais ātrums ( $K = v_{vid}$ ), pie triecienuveida metodes, pāļu, cauruļu un citu elementu gadījumā - maksimālo sitienu biežumu ( $K = 1 / T$ ), un pie vibrāciju absorbcijas izmanto apakšsistēmas minimālo amplitūdu ( $K = 2A$ ).

Šajā sintēzes posmā kopējās sistēmas shēma nav zināma. Tāpēc konkrētāk izvēlēta tikai pamat apakšsistēma un citu elementu mijiedarbība, ieskaitot sadursmes, tiek attiecinātas uz vadību  $u$  vai  $S$  (arēji ierosinošām un slāpējošām attiecībā uz apakšsistēmas iedarbību). Saskaņā ar to pastāv trīs veidu vadības apakšsistēmas: spēka, impulsa un jaukta (spēka un impulsa).

Turklāt sintēzes pirmajā posmā ir jānosaka tie ierobežojumi, kas neļauj neierobežoti palielināt optimālo kritērija palielinājumu (piemēram, kontroles ierobežojumi  $|u| \leq u_0$  un  $|S| \leq S_0$ ), kā

arī papildu ierobežojumi, kas noteiktu iemeslu dēļ, būtu jāievēro. Saistībā ar trim vadības veidiem ir jauni ierobežojumi, maksimālais impulsa daudzums  $z \leq z_0$ , minimālais laiks  $\tau \geq \tau_0$  un citi. Ierobežojumi var tikt uzlikti arī sistēmas fāzu koordinātēm (piemērām, hidrauliskajam pievadam ierobežots kustības ātrums virzulim  $|\dot{x}| \leq v_0$  vai transportieriem ierobežots konveijera lentes pārvietojums  $|x| \leq A_0$ ).

**2. Galveno apakšsistēmu optimizācija.** Pirmajā etapā iegūtie izejas dati ļauj noformulēt veicamo optimālo kontroles uzdevumu:

noteikt no visām pieļaujamajām vadības kontrolēm:

$$u \subset u_0, \quad S_j \subset S_0, \quad (01)$$

pārveidojot apakšsistēmu

$$\dot{x} = f(t, x, u) + \frac{S_j}{m} \delta(t - t_j) \quad (02)$$

no sākum stāvokļa  $x_0$  uz beigu stāvokli  $x_1$ , tāda kas piešķir optimālajam kritērijam

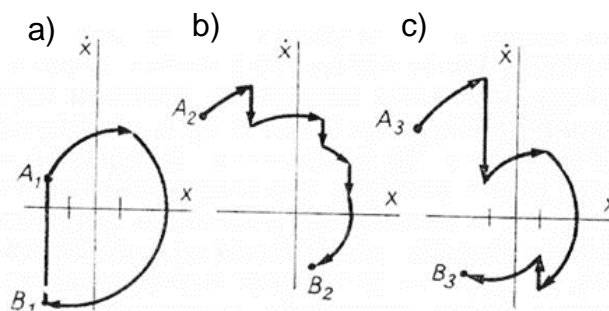
$$K = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x, u, S_j, t_j) dt \quad (03)$$

zemāko (vai augstāko) iespējamo vērtību, ja tiek noteikti papildu ierobežojumi

$$z \leq z_0; \quad \tau \geq \tau_0; \quad |\dot{x}| \leq v_0; \quad |x| \leq A_0. \quad (04)$$

Risinot šo uzdevumu, ir svarīgi ņemt vērā vibrosistēmas specifiku.

Ja ir tikai spēka vadība (sk. (01) - (04) pie  $S_j = 0$ ), tad problēma tiek atrisināta, izmantojot jebkuru piemērotu metodes optimālās vadības teorijas teoriju: Pontrjagina maksimuma principu, izmantojot skaitļošanas iekārtas variāciju aprēķināšanā, momentu metode un citas (03. att., a).



03. att. Optimālā vadība: a) spēka; b) impulsa un c) jaukta vadība [1].

Ja ir impulsa vai jaukta (spēka un impulsa) vadība, tad risinājums kļūst sarežģītāks triecienimpulsa  $S_j$  dēļ (tas ir īpaši pasīvs un veidojas, savstarpēji saduroties starp ķermeņiem un ierobežotājiem), un papildu ierobežojumiem (04), kā arī optimālajam kritērijam  $K$  ir sarežģīta struktūra (sk. (03)).

Ņemot vērā šo apstākli, var piedāvāt impulsa vadības risinājumu ( $u = 0$ ) atrašanas metodi, pamatojoties uz optimālā kritērija  $K$  pirmo variāciju  $\delta K$  pielietošanu. Uzdevums (03. att., b) risināts sekojoši.

Vispirms tiek integrēti apakšsistēmas kustības diferenciālvienādojumi (bez vadības (02) vienādojuma) laika intervālā  $t_{j-1} < t < t_j$  starp impulsiem  $S_j$ . Tad fāzes trajektorijas sākumpunktā  $t_0$ , beigu punktā  $t_1$  un pārtraukuma punktos  $t_j$  tiek sastādīta s vienādojumu sistēma robežnosacījumiem un viens vienādojums (03), lai noteiktu optimālo kritēriju  $K$ . Tā kā parasti visos šajos vienādojumos ir iekļauts optimālais kritērijs, tiem ir šāda struktūra:

$$\begin{aligned} \varphi_i(K, a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_r) &= 0, \\ i &= 1, 2, \dots, (s+1), \end{aligned} \quad (05)$$

kur  $a_1, \dots, a_s$  – atkarīgie parametri, kuru skaits ir vienāds ar robežnosacījumu skaitu  $s$ ;

$b_1, \dots, b_r$  – neatkarīgie parametri, kuri jānosaka un kuru skaits ir vienāds ar  $r$ .

Neatkarīgajiem parametriem  $b$  vadības impulsu  $S_j$  pārslēgšanai, ir to skaits  $z$ , izsekošanas laiks  $t_j - t_{j-1} = \tau_j$  un citi.

Tālāk ir variēta vienādojumu sistēma (05) ar transcendentālajiem vienādojumiem. Iegūst sekojošu sistēmu  $(s+1)$  lineāru nevienādību parametru variācijas vienādojumu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i}{\partial K} \delta K + \sum_{m=1}^s \frac{\partial \varphi_i}{\partial a_m} \delta a_m = - \sum_{n=1}^r \frac{\partial \varphi_i}{\partial b_n} \delta b_n, \\ i = 1, 2, \dots, (s+1), \end{aligned} \quad (06)$$

kur  $\delta$  – attiecīgā parametra variācija.

No sistēmas (06) pielietojot parasto lineāro vienādojumu risinājumu, iespējams noteikt, optimālā kritērija  $\delta K$  variāciju, kā neatkarīgo parametru variāciju funkciju:

$$\delta K = B_1 \delta b_1 + \dots + B_n \delta b_n + \dots + B_r \delta b_r \quad (07)$$

Šeit koeficienti  $B_n$  ir visu atkarīgo  $a_m$  un neatkarīgo  $b_m$  parametru funkcijas (sk. (06)).

Tālāk veic sekojošu procedūru, lai atrastu optimālu impulsa vadību.

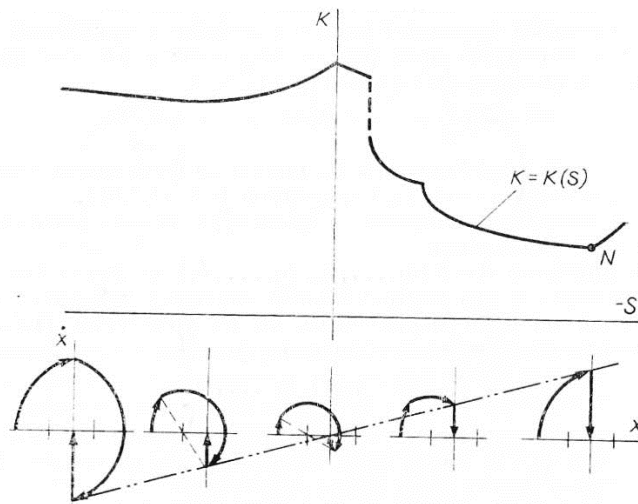
Ja kritērijam  $K = K(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_r)$  nav pārtraukumu un lauzumu punktu un ekstremālo lielumu vērtības atrodas mainīgo robežās, tad no vienādojuma (07) pie  $\delta K = 0$ , mums ir šādi nepieciešamie optimalitātes nosacījumi:

$$B_n = 0; \quad n = 1, 2, \dots, r. \quad (08)$$

Šis gadījums ir labi izpētīts matemātiskajā analizē. Nosacījumu (08) dažreiz var iegūt daudz vienkāršāk, izmantojot Lagranža reizinātājus.

Ja kritērijs  $K$  neatbilst iepriekš izklāstītajām prasībām, lai atrastu optimālu vadību, jāizmanto, variācijas koeficientu zīmes  $B_n$  un variācijas zīmi  $\delta K$ . Piemēram, koeficients  $B_j$  neatkarīgai variācijai  $\delta b_j$ , ir negatīvs un turklāt mēs meklējam minimālo kritēriju  $K$ . Tad no ass parametru telpas sākotnējā punkta  $a_m, b_n$  ( $m = 1, \dots, s; n = 1, \dots, r$ ) tiek pārvietots pa asi mainīgajam  $b_j$  pozitīvajā virzienā, kamēr netiek sasniegta mainīgā robežā vai lēcienveidīga zīmes izmaiņa pie  $B_j$  uz pretējo (sk. punktu  $N$  att. 04.). Ja koeficients ir pozitīvs, ir jārikojas pretēji. Tādā veidā var iegūt impulsa vadības optimizācijas problēmas risinājumu.





04. att. Optimālā vadība  $K - S$  parametru plaknē [1].

Jauktajai vadībai (03. att, c) optimālajiem risinājumiem var ieteikt vadības metodi, kas vispirms definēta ar spēka vadību  $u = u(t)$  starp impulsiem  $S_j$  (piemēram, pēc Pontrijagina maksimuma principa), kā robežnosacījumu funkciju, un pēc tam, tiek risināta apskatāmā parametru optimizācijas problēma.

**3. Ideālā likuma analīze.** Optimālo likumu sintēzes otrajā posmā iegūtie likumi ne vienmēr realizējās reālās sistēmās. Tomēr, tos parasti sauc par ideāliem. No to analīzes galvenokārt iegūst esošās sistēmas novērtējumu un to pilnveidošanas robežas. Bet tas nav galvenais. Galvenais šeit ir tas, ka ideālais likums ir likts par pamatu nesubjektīvai sintēzei, jaunām strukturālām shēmām. Pēc tā rakstura var identificēt potenciālos shēmu apgabalus, kas sekmētu atjaunot aptuvenu vai precīzu galvenās apakšsistēmas vēlamu kustību. Šī ir optimālas sintēzes pamatideja.

**4. Strukturālās shēmas sintēze.** Šajā sintēzes etapa posmā tiek izmantoti ideālā likuma analīzes rezultāti, tuvāko atpazīto shēmu darbības principi, paredzamais kopējais sistēmas ķermeņu skaits, saišu struktūra, ārējās un iekšējās iedarbības formēšanas veidi utt.

Jāatzīmē, ka vibrotrieciena sistēmas pēc darbības principa ir sadalītas trīs grupās:

- pašsvārstošās sistēmas, kurās vadība tiek sintezēta kā fāzes koordinātu funkcija;
- sistēmas pēc darbības laika, kurā kontrole tiek sintezēta kā laika funkcija;
- jauktas sistēmas, kurās izmanto abu iepriekš minēto vadību.

Pateicoties atgriezeniskajai saitei pašsvārstošās sistēmās, tās pašregulējās un paškorģējās, tādējādi nodrošinot ilgtspējīgus gan “lielus”, gan “mazus” vibrotrieciena režīmus. Pie to trūkumiem jāmin nepieciešamība pēc neregulāra īpaša enerģijas avota, kā arī īpašs vadības aprīkojums.

Sistēmas pēc darbības laika plaši izmanto mūsdienu tehnikā (piemēram, sistēmās ar centrālās virzuli, elektromagnētiskas un citas). To galvenais trūkums ir atgriezeniskās saites shēmas neesamība, lai stabilizētu vibrotriecienu kustības režīmu.

Jauktajās sistēmās galvenā vadība var formēties, kā laika funkcija un papildus pēc atgriezeniskās saites signāla. Šīs sistēmas parādījās relatīvi neseno, un ir ar lielām attīstības perspektīvām.

Jaunu shēmu sintēzes process dažos gadījumos tiek atrisināts vienkārši (atlasot sistēmas elementus un vadības regulēšanas sintēze), dažreiz tas prasa lielu pieredzi un pētnieku darbu un ir skaidrs, ka joprojām ir daudz neatrisinātu problēmu.

**5. Optimālo parametru noteikšana.** Ja sintezētā shēma atkārtο iepriekš iegūto optimālo likumu, šis solis netiek veikts. Citos gadījumos, lai noteiktu vibrācijas trieciena sistēmu optimālos parametrus, var ieteikt šādas metodes:

- precīzu analītisko metodi, kuras pamatā ir optimilitātes kritērija pirmās variācijas izmantošana;
- tuvinātas analītiskās metodes, kurās parametrus nosaka pēc ideālā likuma;
- skaitļošanas iekārtu optimālo parametru noteikšanas metode.

### 03. Darba izstrādes etapi ar dinamisku iekārtu analīzi, optimizācijas un sintēzes algoritmu

Balstoties uz literatūras izpēti, darbā ar dinamisku iekārtu analīzi, optimizācijas un sintēzes algoritmu, izmantoti sekojoši etapi, kas apkopoti 2. tabulā.

2. tabula

Promocijas darba, kā tematiski vienotas zinātnisko publikāciju kopas  
izstrādes etapi

Etapi	1. Skeletons (gaisa plūsma, ūdens zem slicēm)	2. Fluīda (gaisa) plūsma	3. Citi fluīda dinamikas pētījumi
1. Sākotnējā problēmas analīze.	+	+	+
2. Galveno apakšsistēmu optimizācija		+	
3. Ideālā likuma analīze		+	
4. Strukturālās shēmas sintēze	+	+	+
5. Optimālo parametru noteikšana	+	+	+

#### Pirmā daļa – skeletoņa pētījumi

- 1.1. Pielāgota un pārbaudīta optimālās sintēzes teorija “zaļās” enerģijas jomā: ekonomēt vai iegūt enerģiju no zemeslodi aptverošā fluīda plūsmas.
- 1.2. Veikti skeletoņa eksperimentālie pētījumi Siguldas trasē.
- 1.3. Izveidots skeletoņa un dažāda ledus mehānisko parametru (ūdens slāņa) matemātiskais modelis. Veikti modeļa skaitliskie testi.
- 1.4. Izstrādāts skeletoņa un ledus–gaisa lokālo mijiedarbību modelis, kas pārbaudīts skaitliski (ar datormodelēšanu) un eksperimentāli (Siguldas trasē).

## **Otrā daļa – objektu un gaisa mijiedarbības pētījumi**

- 2.1. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **nekustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar kustīgu** fluīdu.
- 2.2. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **kustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar nekustīgu** fluīdu.
- 2.3. Izstrādāta teorija un metodika dažādas formas **kustīgu** 2D objektu mijiedarbībai **ar kustīgu** fluīdu.
- 2.4. Veikti 2D datormodelēšanas pētījumi mijiedarbību parametriskai identifikācijai.
- 2.5. Veikta dažāda veida vēja enerģijas iegūšanas reālu modeļu parametriskā optimizācija.
- 2.6. Veikti 3D eksperimentālie pētījumi vēja tunelī.
- 2.7. Izstrādāts, izprojektēts un izgatavots jauns vēja enerģijas iegūšanas rotācijas tipa prototips.
- 2.8. Veikts gaisa plūsmas mijiedarbību izstrādātās teorijas un prakses rezultātu noformējums zinātniskā grāmatā.

## **Trešā daļa – objektu un ūdens mijiedarbību pētījumi**

- 3.1. Izmantota un pilnveidota fluīdu mijiedarbības teorija ūdens plūsmām.
- 3.2. Izstrādāta teorija robotizētas zivs astes enerģijas ieguvei no mainīga laukuma vibrācijām šķidrumā.
- 3.2. Izstrādāta teorija un metodika dubultplāksnes svārstību analīzei fluīda plūsmā.
- 3.3. Veikti 3D eksperimentālie pētījumi vēja tunelī dubultplāksnes modelim.
- 3.4. Veikta motorizētās *SUP* dēļa spuras motora vāka parametriskā optimizācija.
- 3.5. Izstrādāts patenta pieteikums fluīda plūsmas inducētu svārstību enerģijas ieguvei ar lineāru ģeneratoru.

# 1. SKELETONS (GAISA PLŪSMA, ŪDENS ZEM SLIECĒM)

Šis pētījums ir daļa no fundamentāla pētījuma par ledus slīdamību un procesiem starp slieci un ledu, kur tiek analizēts konkrēts modelis – skeletoņa-braucēja kustība pa slīpu ledus plakni. Izmantojot ūdens cieto agregātstāvokli, kā starpslāni, iespējams, ievērojami samazināt berzes spēka ietekmi un palielināt kustības ātrumus, padarot sporta veidus dinamiskākus un aizraujošākus. Lai palielinātu pielietojamību, papildus tiek veidota sadarbība ar sportistiem un treneriem (Latvijas olimpiskā skeletoņa izlase), kuri var sniegt gan praktiskus padomus, gan atgriezenisko saiti par saviem novērojumiem trasē. Atšķirībā no citiem tehniskajiem sporta veidiem, kuri izmanto Bobsleja un Kamaniņu trasi, tieši skeletoņa kamanām ir iespēja regulēt slieču stingumu. Kamanu konstrukcija ir veidota tā, ka tās abas slieces darbojas kā uzspriegotas atsperes starp braucēju un ledu virsmu. Tā ir principiāla atšķirība pret citiem ledus renes sporta veidu aprīkojumiem. Tas nozīmē, ka brauciena laikā slieces ir pakļautas sarežģītiem kompleksiem slogojumiem, t.i.: - ir ievērojami lielākas lokālās deformācijas; - slieces tiek spiestas un liektas virāžu ieejās un izejās; - tās pakļautas dažādām vibrācijām, pārvarot ledu nelīdzenumus un paverot plašas iespējas inženiertehniskiem pētījumiem. ‘Dotās promocijas zinātnisko publikāciju darba kopa nodaļas pētījumus var iedalīt 3 posmos.

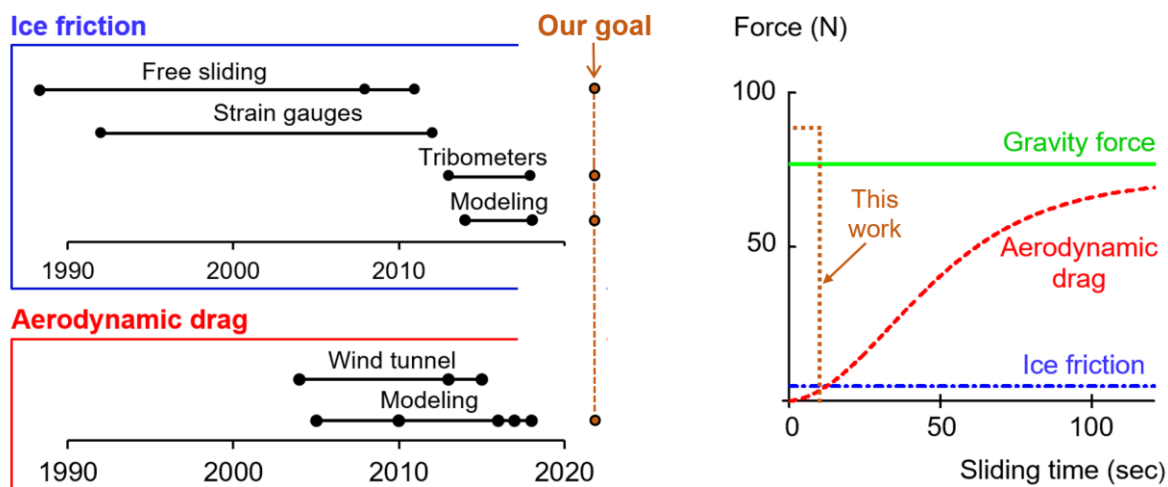
1. posms, kur nodaļas sākumā ir izveidots matemātiskais modelis, ar kuru var modelēt skeletoņa-braucēja kustību slīpā plaknē, analizēt kontaktovirsmas (ledus nelīdzenumu) un slieces elastības parametru ietekmi uz slīdes kustību un kā rezultātu ietekmē aerodinamiskās pretestības koeficients, publikācijas Nr. 6, 7, 10, 19 un 20.

2. posms, kur pēc sākotnējās problēmas analīzes tiek identificēti divi galvenie skeletoņa-braucēja slīdes kustību sistēmas ietekmējošie parametri – ledu berzes koeficients –  $\mu$  un aerodinamiskās pretestības koeficients –  $B_D$ . Tiek izvirzīts hipotētisks jautājums, vai abu pretestības spēku koeficientus iespējams noteikt, neizmantojot speciālas laboratoriju iekārtas un apstākļus, zinot tikai laika mērījumus un attālumus. Un izmantojot tiešās integrēšanas metodi, atrast ātruma sakarību atkarībā no integrēšanas veida, pēc laika un pēc pārvietojuma. Šis pētījuma apakšnodaļas mērķis ir izveidot un pārbaudīt eksperimentāli abas integrēšanas metodes un noteikt skaitliski metožu precizitāti, publikācija Nr. 21.

3. posms, kur pēc matemātiskās analīzes modelis tiek simulēts ar SolidWorks Simulation. Uzdevums ir noteikt, kā skeletoņa kamanu slieces stinguma maiņa ietekmē skeletoņa kamanu konstrukcijas struktūras pašsvārstības. Pēc ledu trases eksperimentālo datu apstrādes iegūtas galvenās dominējošās frekvences, kuras var iedalīt, kustības berzes procesa raksturojošajās un kas attiecās uz struktūras pašsvārstībā. Rezultāti salīdzināti un analizēti ar datorsimulāciju 3D vidē. Papildus izstrādāts vienkāršots pašsvārstības frekvenču noteikšanas matemātiskais modelis 2D telpā 6DOF ķēdes veida sistēmai, publikācija Nr. 24, papildus analizēti citu konstrukciju vibrāciju mērījumi, publikācijas Nr. 14, 15.

Paralēli veikti eksperimenti ledu trasē, lai mērītu kustību ar paātrinājuma mērītāju un kalibrētu ar trases laika mērīšanas iekārtu. Reālā eksperimenta rezultātus izmanto, lai pārbaudītu matemātisko modeli, kas dos iespēju modelēt kustību ilgākā laika periodā, ko nav iespējams realizēt praktiskajos eksperimentos, trases izmēru ierobežojumu dēļ. Līdz ar to būs iespējams noteikt, kā mainās kustības dinamika pie lielākiem ātrumiem un cik liela nozīme ir

aerodinamiskajiem pretestības spēkiem. Svarīgākie literatūras avoti apkopoti grafiski 1.0. attēlā.

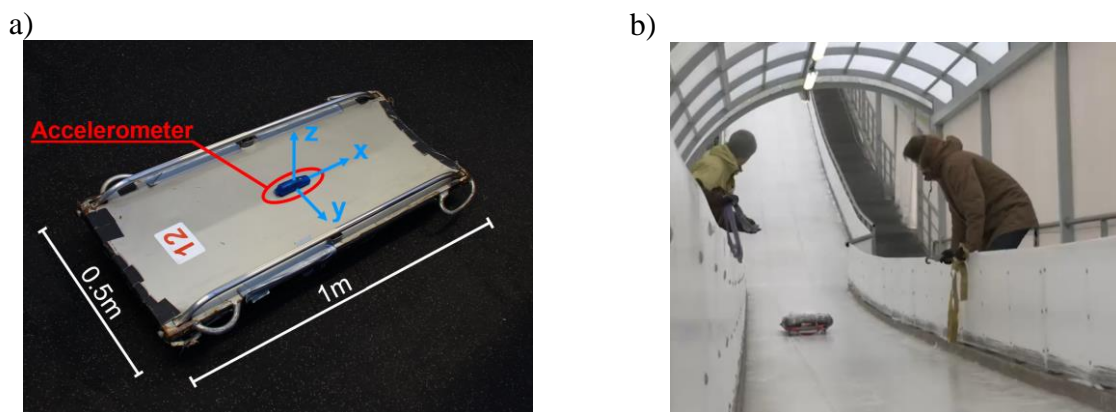


1.0. att. Eksperimentālie un kustības modelēšanas pētījumi par ledu berzi un aerodinamisko pretestību (pa kreisi). Spēku attēlojums, kas iedarbojas uz skeletoņa un braucēja slīdes kustības modeli (pa labi). Parametri modelēšanai: kopējā masa 100 kg; trases slīpuma leņķis  $4,5^\circ$ ; brīvās krišanas paātrinājums  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ; ledu berzes koeficients  $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$ ; aerodinamiskā pretestība  $B_D = 5 \cdot 10^{-4}$  Literatūras analīzes avoti [17-37].

### 1.1. Eksperimenti trasē skeletonam ar braucēju

Lai pārbaudītu vai skaitliskais modelis sakrīt ar paātrinājuma mērītāja eksperimentālajiem datiem no trases vispirms, tiek veikts eksperiments Siguldas bobsleja un kamaniņutrases starta estakādē. Trasē, taisnā posmā ar  $\alpha = 12^\circ$  leņķakritumu. Trases garums 23.7m. Nākamajā 1.1. attēlā a) redzama eksperimentā izmantotā skeletoņa kamana, kurai pie apakšējās plātnes, apmērām masas centrā, piestiprināts paātrinājuma mērītājs atbilstoši 1.1. attēlā a) redzamajiem koordinātu asu virzieniem. Blakus 1.1. attēlā b) redzama Siguldas bobsleja un kamaniņu trases starta estakāde, kurā notiek attiecīgais eksperiments. Eksperimentā braucējs tiek aizstāts ar ekvivalentu pievienoto masu, izmantojot smilšu maisus, lai izvairītos no cilvēciska faktora kļūdām.

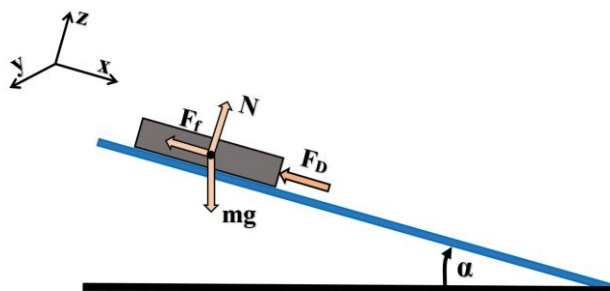
Laiks tiek mērīts no trases laika mērīšanas sistēmas optisko sensoru pāra vārtu šķērsošanas kustības sākumā un beigās. Kustība tiek sākota ar  $x = 0$ ,  $\dot{x} = 0$  pie pirmā sensoru pāra. Paātrinājums tiek mērīts ar trīsasu paātrinājuma mērītāju X16-1D, reģistrējot datus ar 400 Hz lielu ierakstīšanas ātrumu. Paātrinājuma mērītāja dati tiek kalibrēti ar trases laika mērīšanas iekārtas reģistrētajiem laikiem. Pētījumi veikti, ievērojot starptautiskos sporta veidam noteiktos tehniskos noteikumus [38].



1.1. att. Skeletoņa kamana ar piestiprinātu trīsasu paātrinājumu mērītāju asu virzienos un eksperiments Siguldas bobsleja un kamaniņu trases starta estakādē.

## 1.2. Matemātiskais modelis skeletonam ar braucēju

Lai izveidotu matemātisko modeli vispirms, nepieciešams identificēt visus spēkus, kas darbojas šajā modelī un pielāgot tos vienai atskaites sistēmai. Modelis skeletoņa-braucēja shematiski attēlots 1.2. attēlā ar norādītiem spēku darbības virzieniem, kur x-ass atbilst kamaniņas garenas virzienam un ir arī kustības virziens. Attiecīgi y-ass šķērsvirzienā un z-ass perpendikulāri pamatam ar trases slīpuma leņķi  $\alpha$ .



1.2. att. Vienas brīvības pakāpes modelis uz slīpas plaknes ar ledu berzes koeficientu –  $F_f$ , aerodinamisko pretestību –  $F_D$  un normālo reakciju –  $N$  ķermenim ar masu –  $m$  slīdot pa plakni ar slīpuma leņķi –  $\alpha$  gravitācijas spēka ietekmē  $g$ .

Izmantojot Otrā Ņūtona likumu objektam uz slīpas plaknes ar vienu brīvības pakāpi var uzrakstīt kustības vienādojumu (1.1) x-ass virzienā:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - F_f - F_D, \quad (1.1)$$

kur  $F_f = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$  – sausās slīdes berzes spēks, N;

$F_D = m \cdot B_D \cdot v^2$  – gaisa pretestības spēks, N;

$v$  – kustības ātrums,  $m \cdot s^{-1}$ ;

$a$  – kustības paātrinājums,  $m \cdot s^{-2}$ .

Lai analizētu skeletoņa kamanas slieces un ledus stinguma ietekmi uz kustību, nepieciešams definēt jaunus vienādojumus ar otru kustības brīvības virzienu, kas šajā modelī ir z-ass virzienā. Pirmais vienādojums, kas apraksta kustību x-ass virzienā (1.2):

$$m\ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot \left[ \begin{array}{l} \left[ -c \cdot (z + A \cdot \sin(x)) - b \cdot (\dot{z} + A \cdot \cos(x) \cdot \dot{x}) \right] \\ \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \text{sign}(z + A \cdot \sin(x)) \right) \end{array} \right] - C_D \cdot \dot{x}^2. \quad (1.2)$$

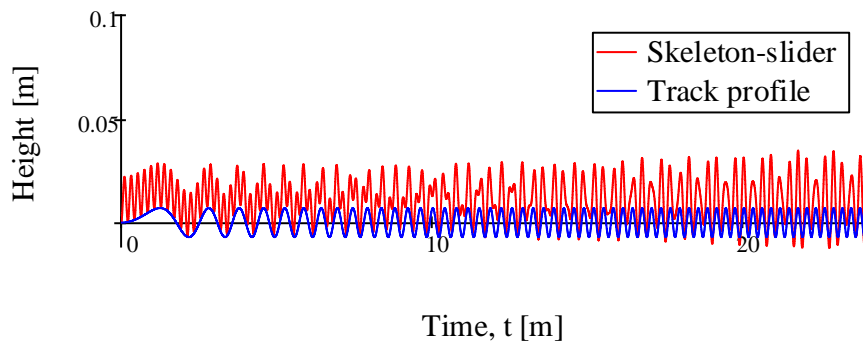
Otrs vienādojums apraksta kustību z-ass virzienā (1.3):

$$m\ddot{z} = -m \cdot g \cdot \cos(\alpha) + \left[ \begin{array}{l} -c \cdot (z + A \cdot \sin(x)) \\ -b \cdot (\dot{z} + A \cdot \cos(x) \cdot \dot{x}) \end{array} \right] \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \text{sign}(z + A \cdot \sin(x)) \right), \quad (1.3)$$

kur  $A$  – harmoniska kontaktoņvirsmas profila amplitūda, m;  
 $c$ ,  $b$  – stinguma un slāpēšanas parametri no slieces un ledus;  
 $\text{sign}$  – lieluma vērtība +1 vai -1 (piem.,  $\text{sign} = 1$ ).

### 1.2.1. Slīdes kustības modelēšana pa ledus virsmu ar MathCad

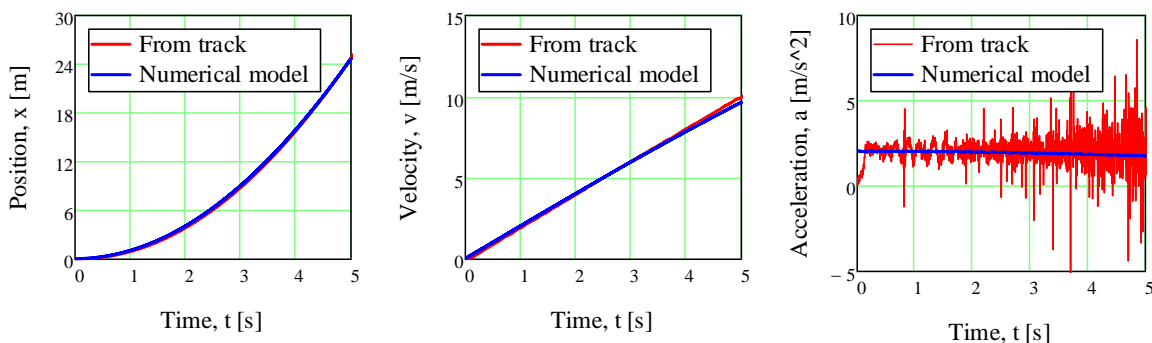
Lai modeli tuvinātu reāliem apstākļiem, trases virsma tiek definēta ar noteiktu viļņainību raksturojošu harmonisku profilu (sk. 1.3. att.). Masas centram slīdot pār šo virsmas profilu, signatūras ļauj veikt lēcienus un modelēt kontakta spēka izmaiņu.



1.3. att. Divu brīvības pakāpju modeļa harmoniska trases profila ( $A = 1\text{cm}$ ) un masas centra pārvietojums pēc laika.

Matemātiskās modelēšanas rezultāti un validācija ar eksperimentiem apskatāma 1.4. attēlā.

Trasē reģistrēto paātrinājuma mērījuma datus x-ass virzienā integrē, lai iegūtu kustības virziena ātrumu un divreiz integrējot pārvietojumu. Nākamajā 1.4. attēlā redzami skaitliskās modelēšanas rezultāti un trases paātrinājuma mērītāja datu grafiskais atainojums līdz kustības 5. sekunde.

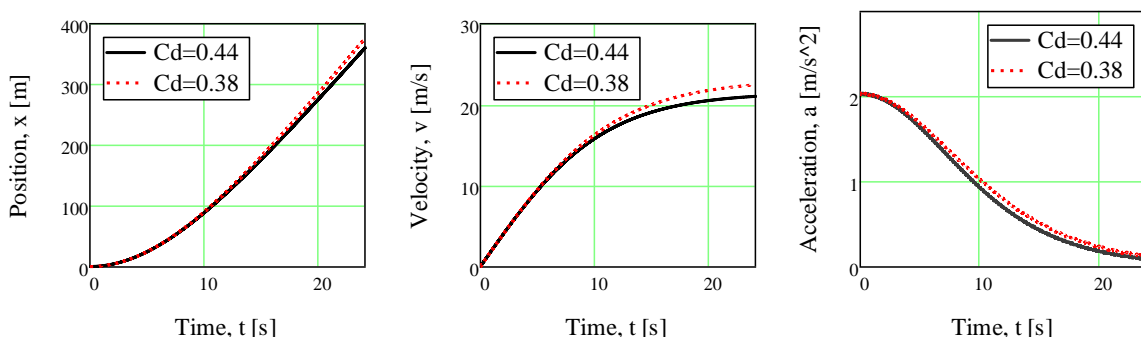


1.4. att. Teorētiskā modeļa un reāla eksperimenta datu salīdzināšana. Pārvietojums, ātrums un paātrinājums pēc laika

Skaitliskā modeļa ātruma līkni var precīzi regulēt ar berzes spēku vērtības samazinājumu –  $\mu$  un  $C_D$  (attiecīgi berzes koeficients ledum un aerodinamiskā gaisa pretestība). Jāņem vērā, ka eksperimentā skeletons nav tāds pats, kā pieņemtais  $C_D = 0.38$  literatūrā minētais skeletona sportā [39]. Otru ietekmes faktoru, berzes koeficientu  $\mu$  var noteikt skaitliski, kad 1.4. attēlā redzamās līknes sakrīt, šajā gadījumā, tas variējas robežās ap 0.003 līdz 0.005. Nākamais, 1.4. attēla pēdējais grafiks, kurā parādīti paātrinājumi, atspoguļo, cik teorētiskajā modelī pieņemtās virsmas harmoniskais profils maz ietekmē, paātrinājuma amplitūdas salīdzinot ar reālo eksperimentu. Reālā eksperimentā paātrinājumi tiek reģistrēti kopā ar trokšņiem no skeletona kamanu konstrukcijas, tie veidojas kamanu apakšējai plāksnei (1.1. attēls) papildus vibrējot, pārvarot ledus nelīdzenumus trasē. Vidējās vērtības tendence saglabājas.

### 1.2.2. Slīdes kustības modelēšana rezultāti

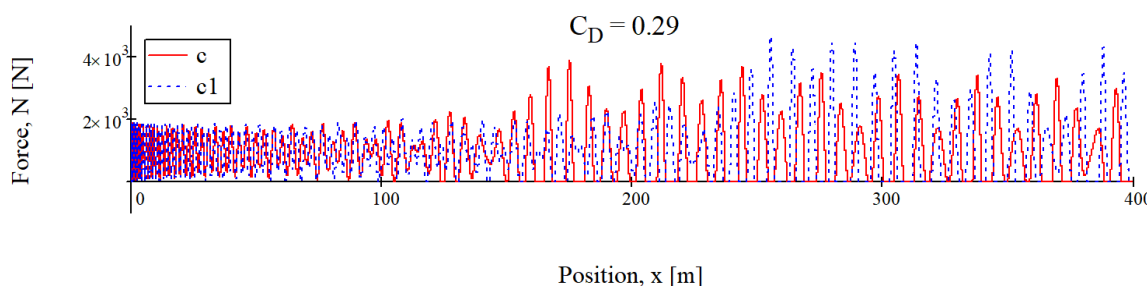
Skaitliskais modelis ļauj modelēt, kā kustību varētu ietekmēt skeletona braucēja formas tērps. Piemēram, izmantojot divas aerodinamiskā pretestības spēka koeficienta  $C_D$  vērtības. Pirmā  $C_D = 0.38$  atbilst jau iepriekš minētajam skeletonistam sacīkšu ekipāžā, otra vērtība izvēlēta aptuveni tuvu bobsleja četriniekam  $C_D = 0.44$ , kas minēta [37]. Rezultātā, atkarībā no nepieciešamības var modelēt un prognozēt brauciena laiku daudz garākos posmos, nekā praktiskā eksperimentā (sk. 1.5. att.)



1.5. att. Teorētiskā modeļa pārvietojums, ātrums un paātrinājums pēc laika pie dažādām gaisa pretestības koeficienta vērtībām  $C_D = 0.38$  (bobsleja četrinieks) un  $C_D = 0.29$  (skeletons).



Pēc modeļa pārbaudes un pielāgošanas, bez gaisa pretestības modelēšanas iespējām papildus var veikt slieces stinguma un ledus īpašību izpēti. Piemērām divi stingumi, lai redzētu tendenci, kas notiek, palielinot vai samazinot tā vērtību. Apskatot gadījumu 1.6. attēlā, modelēta situācija, ja koeficients  $C_D = 0.29$  un divi slieces stingumi  $c = 5.7 \cdot 10^4$  un  $c_1 = 8.7 \cdot 10^4$ , šeit novērojams lēnāks kontakta spēku amplitūdas pieaugumu attiecīgi.



1.6. att. Normālā reakcija no kontakta ar trases profilu pie  $C_D = 0.29$  (skeletons) un diviem dažādiem slieces stingumiem  $c = 5.7 \cdot 10^4$  un  $c_1 = 8.7 \cdot 10^4$ .

### 1.3. Pretestības koeficientu noteikšanas analītiskās metodes izveide

Lai analītiski noteiktu pretestības spēka koeficientus  $\mu$  un  $B_D$  no pretestības spēkiem – sausās slīdes berzes spēka –  $F_f$  no kontakta ar pamatni un gaisa pretestības spēka –  $F_D$ , diferenciālvienādojums (1.1) ir jāintegrē, kur spēka komponentes –  $F_f$  ir konstanta un  $F_D = F(v)$ . Izšķir divas metodes koeficientu  $\mu$  un  $B_D$  noteikšanā, kur pirmā metode, ņem vērā nobraukto laiku, un otra, ņemot vērā nobraukto attālumu.

**Pirmā metode – ātrums pie dažādiem laikiem.** Izmantojot tiešās integrēšanas metodi diferenciālvienādojums (1.1) tiek integrēts pēc laika, veidojot laika  $t$  un ātruma  $v$  sakarību (1.4.1):

$$t(v) - t_0 = m \int_{v_0}^v \frac{dv'}{F(v')}, \quad (1.4.1)$$

šeit

$$F(v') = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - m \cdot B_D \cdot (v')^2, \quad (1.4.1a)$$

kur  $t(v)$  – laiks dotajā momentā;

$v$  – ātrums;

$v_0$  un  $t_0$  – sākotnējais ātrums un laiks;

$v'$  – integrējamais parametrs;

$F(v')$  – ātruma funkcija (1.4.1a).

**Otrā metode – ātrums pie dažādiem attālumiem.** Izmantojot tiešās integrēšanas metodi diferenciālvienādojumu (1.1) pārrakstot pēc koordinātes  $x$  (1.5):

$$m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - m \cdot B_D \cdot (\dot{x})^2, \quad (1.5)$$

un to integrē pēc pārvietojuma, veido pārvietojuma  $x$  un ātruma  $v$  sakarību (1.5.1):

$$x(v) - x_0 = m \int_{v_0}^v \frac{v' dv'}{F(v')}, \quad (1.5.1)$$

kur  $x(v)$  koordināte dotajā momentā

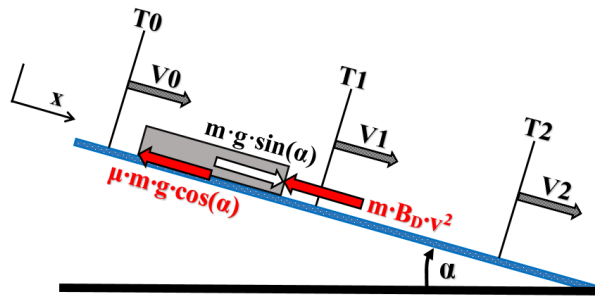
$x_0$  – sākuma koordināte.

### 1.3.1. Analītiskās metodes izveide ar ieejas datiem pie dažādiem laikiem (pirmā metode)

Ievietojot (1.5) vienādojumu (1.4.1) vienādojumā iegūst (1.6):

$$t(v) - t_0 = \int_{v_0}^v \frac{dv'}{g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot v'^2} \quad (1.6)$$

Diferenciālvienādojums (1.6) tiek integrēts pēc laika divos etapos, ar laika un ātruma mērījumiem no eksperimenta (kāda), kur  $T_0, V_0$  kustības sākuma nosacījumi,  $T_1, V_1$  pirmā posma beigās un  $T_2, V_2$  otrā posma beigās (1.7. att.). Laika ņemšanas posmu garumi var būt dažādi.



1.7. att. Pirmās metodes modelis ar spēkiem, kas darbojās uz slīdošo objektu un trīs datu ņemšanas punktiem ( $V_0, V_1, V_2; T_0, T_1, T_2$ ) diferenciālvienādojumam (1.6).

Ievietojot  $t_0 = T_0 = 0$  un  $v_0 = V_0$  iegūst vienādojumu, lai noteiktu pirmo integrēšanas konstanti  $C_1$  (1.7.0):

$$\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_0}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = 0 + C_1. \quad (1.7.0)$$

Pēc tām konstanti  $C_1$  izmanto, lai izveidotu sakarību pirmā posma beigās (1.7.1) un otrā posma beigās (1.7.2)

$$\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_1}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = -T_1 + \frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_0}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}}, \quad (1.7.1)$$

$$\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_2}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = -T_2 + \frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_1}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}}. \quad (1.7.2)$$

Pēc vienādojumiem (1.7.1) un (1.7.2) var skaitliski noteikt pretestības koeficientus  $\mu$  un  $B_D$ .

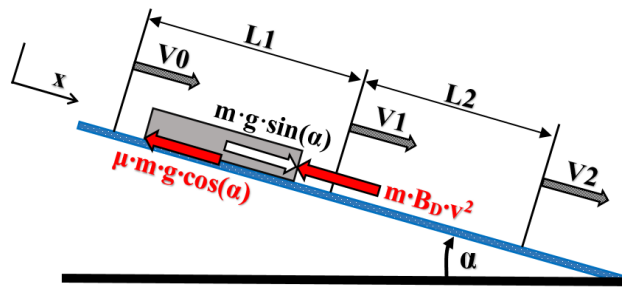
### 1.3.2. Analītiskās metodes izveide ar ieejas datiem pie dažādiem pārvietojumiem (otrā metode)

Šis analītiskais modelis nosaka abus pretestības koeficientu pēc ievadītā ātruma un koordinātēm trīs trase punktos.

Ievietojot vienādojumu (1.5) un (1.4.1a) vienādojumā (1.5.1) iegūst sekojošu sakarību.

$$x(v) - x_0 = \int_{v_0}^v \frac{v' \cdot dv'}{g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot v'^2}. \quad (1.8)$$

Līdzīgi, kā iepriekšējā eksperimentālajā metodē, vienādojumu (1.8) izmanto, lai noteiktu pretestības koeficientus  $\mu$  un  $B_D$  sekojot (1.8. att.) dotajiem nosacījumiem.



1.8. att. Otrās metodes modelis ar spēkiem, kas darbojās uz slidošo objektu un trīs datu ņemšanas punktiem ( $V_0, V_1, V_2; L_1, L_2$ ) diferenciālvienādojumam (1.8).

Jauno integrēšanas konstanti  $C_2$  nosaka zinot sākuma ātrumu  $v_0$  un pozīciju  $x_0 = 0$  no vienādojumā (1.9):

$$\frac{\ln\left(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_0^2\right)}{2 \cdot B_D} = 0 + C_2. \quad (1.9)$$

Pēc tām konstanti  $C_2$  izmanto, lai izveidotu sakarību pirmā posma beigās (1.9.1) un otrā posma beigās (1.9.2):

$$\frac{\ln\left(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_1^2\right)}{2 \cdot B_D} = -L_1 + \frac{\ln\left(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_0^2\right)}{2 \cdot B_D} \quad (1.9.1)$$

$$\frac{\ln\left(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_2^2\right)}{2 \cdot B_D} = -L_2 + \frac{\ln\left(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_1^2\right)}{2 \cdot B_D} \quad (1.9.2)$$

Pēc vienādojumiem (1.9.1) un (1.9.2) var skaitliski noteikt pretestības koeficientus  $\mu$  un  $B_D$ .

Abu analītisko metožu precizitāti parametru  $\mu$  un  $B_D$  noteikšanai nosaka vispirms, salīdzinot tās abas ar tiešās integrācijas vienādojuma (1.5) skaitliskajiem rezultātiem. Kustības diferenciālvienādojums (1.5) tiek skaitliski integrēts ar laika soli  $s = 2 \cdot 10^{-5}$  s, izmantojot Eilera metodi. Aprēķini tika veikti ar datorprogrammu MathCAD, izmantojot 16 zīmes aiz komata. Modelēšanā tika izmantoti parametri (atbilstoši vēlāk eksperimentā izmantotajiem) skeletoņa un braucēja masa  $m = 100$  kg, plaknes slīpuma leņķis  $\alpha = 4.5^\circ$ , brīvās krišanas paātrinājums  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Precizitāte tika noteikta ar šādiem pretestības spēka parametriem:  $\mu = 6.7 \cdot 10^{-3}$  un  $B_D = 2,1 \cdot 10^{-4}$  (sistēmas SI mērvienībās).

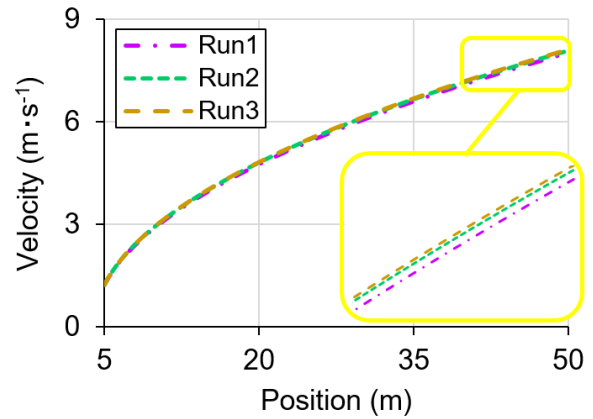
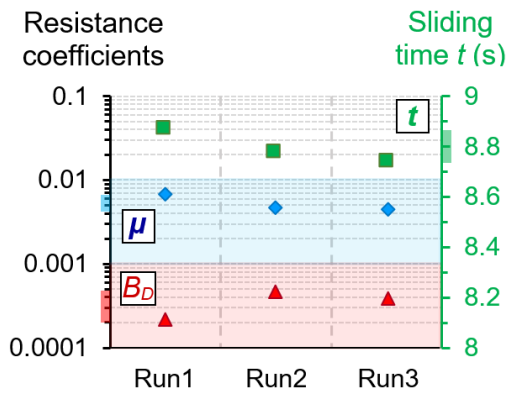
Aprēķins tika veikts šādos izvēlētajos punktos: pārvietojums pirmā posma sākumā  $x_0 = 5$  m; pirmā posma beigās  $x_1 = 40$  m un otrā posma beigās  $x_2 = 50$  m. Attiecīgi posmu garumi būs:  $L_1 = 35$  m un  $L_2 = 10$  m analītiskajās formulās (1.9.1) un (1.9.2), un laika intervāli ir  $T_1 = 8.4$  s un  $T_2 = 1.3$  s, formulās (1.7.1) un (1.7.2) (skaitliskās vērtības šeit noīsinātas). Ātrumi  $V_0$ ,  $V_1$  un  $V_2$  tika aprēķināti skaitliski un salīdzināti abās analītiskajās metodēs.

Šajā skaitliskajā testā iegūtās maksimālās kļūdas diviem sākotnēji pieņemtajiem koeficientiem  $\mu$  un  $B_D$  nepārsniedz  $1.3 \cdot 10^{-4} \%$  pirmās „laika” metodes gadījumā un  $5.7 \cdot 10^{-2} \%$  otrās „attāluma” metodes gadījumā.

### 1.3.3. Pretestības koeficientu noteikšanas analītiskās metodes eksperimentālā pārbaude un rezultāti

Iepriekš minētie parametri pie 5, 40 un 50 m kontrolpunktos tika ņemti kā aprakstīts 1.1. apakšnodaļā. Bet atšķirībā no 1.2. apakšnodaļas, kur kustība modelēta veicot slīdes eksperimentus kamaniņu sporta starta ieskrējiena pusē, kur estakādes slīpuma leņķis ir  $\alpha = 12^\circ$  un trases garums 23.7 m, šajā apakšnodaļā, eksperiments veikts skeletoņa un bobsleja starta ieskrējiņā, kur ir ievērojami mazāks slīpuma leņķis  $\alpha = 4.5^\circ$  un krietni garāks slīdēšanas posma garums 50 m. Puses nomaiņa tika veikta, dēļ lielāka pieejamo sensoru skaita (7 sensori, attālumos: 0; 5; 10; 20; 30; 40 un 50 m), kas šajā gadījumā bija noteicoši metožu pārbaudē. Sensori

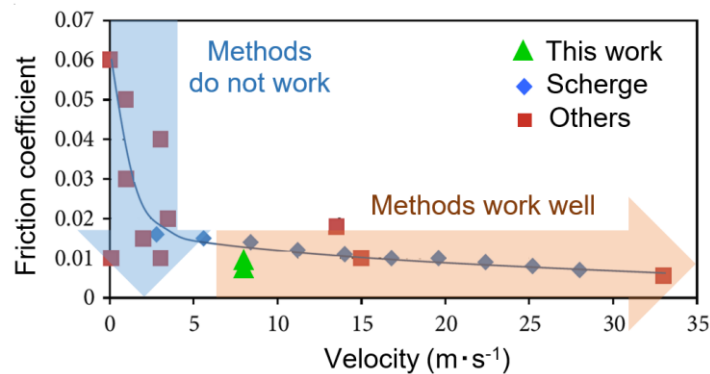
Rezultātā tika veikti trīs braucieni, kuri apkopoti 1.9. att. Pretestības koeficientu noteikšanā izmantota otrā metode (pēc pārvietojuma). Berzes koeficienta  $\mu$  vērtības salīdzinātas ar citu pētnieku iegūtajam 1.10. att. Eksperimenta ledus temperatūras ir  $-5^\circ \text{C}$  un veido labu korelāciju pie dotā ātruma  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Berzes koeficienta vērtība nav konstanta, kā tas tik pieņemts analītiskajā izteiksmē un līdz ar to metodes var dot neprecīzu rezultātu. Apskatot 1.11. attēlu, kur salīdzināti skaitliskās modelēšana un ledus trases eksperimenta paātrinājumi, redzams, ka tikai pie ātruma, kas ir lielāks par  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  metode var tikt pielietota (berzes koeficienta izmaiņa tuvinās, gaisa pretestības ietekme ir niecīga).



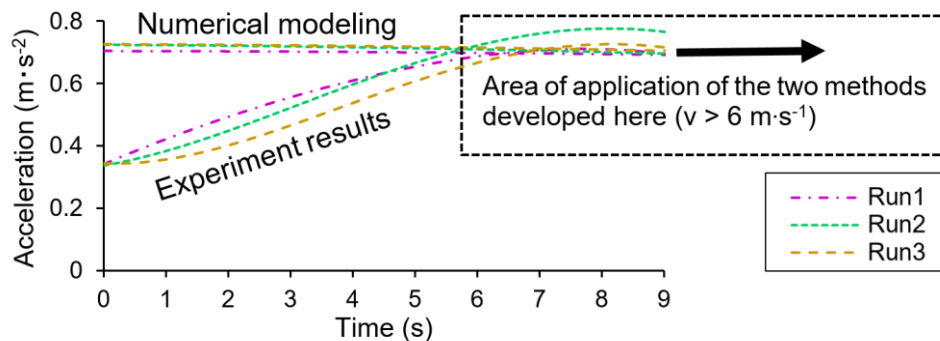
8

	Parameters from experiments ice track timing system (sec)			Solved coefficients	
	5 m	40 m	50 m	$\mu$	$B_D$
<b>Run1</b>	4.106	11.723	12.971	$6.72 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-4}$
<b>Run2</b>	4.102	11.639	12.877	$4.62 \cdot 10^{-3}$	$4.76 \cdot 10^{-4}$
<b>Run3</b>	4.097	11.602	12.835	$4.33 \cdot 10^{-3}$	$3.85 \cdot 10^{-4}$

1.9. att. Iegūtie pretestības koeficienti izmantojot otro metodi (pēc pārvietojuma) un laiki.



1.10. att. Berzes koeficienta  $\mu$  iegūtās vērtības un salīdzinātas ar citu pētnieku iegūtajām, attēls modificēts no Scherge [22]



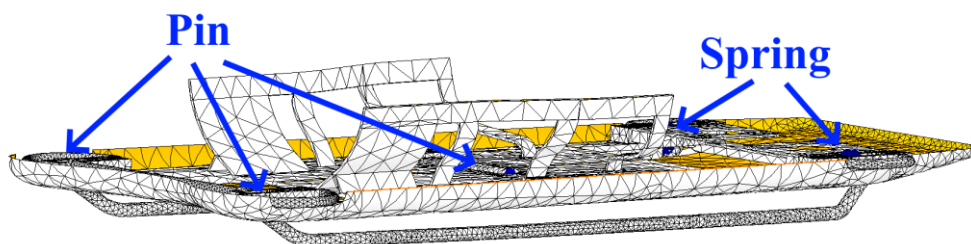
1.11. att. Paātrinājuma līknes izmantojot analītisko risinājumu (1.5) un paātrinājumi no praktiskā eksperimenta 3braucieniem.

## 1.4. Skeletoņa kamanu slīdes kustības pa ledus virsmu un konstrukcijas vibrācijas analīze

Daži pētnieki ir nonākuši pie secinājuma, ka pie noteiktas uzspiesto svārstību frekvences, objektam slīdot, berzes spēks samazinās [41, 42]. Pētījuma pirmajā posmā, sāks ar skeletoņa kamanu konstrukcijas vibrāciju analīzi. Eksperimentos izmantota kamanīņu sporta starta ieskrējiena estakāde atbilstoši 1.1. apakšnodaļas aprakstam, svārstības tiek mērītas ar paātrinājuma mērītāju trīs asu virzienos objekta slīdēšanas laikā. Datu signāls tiek apstrādāts, izmantojot Furje transformācijas funkciju, kā rezultātā iegūst kustību raksturojošās berzes procesu svārstību frekvences un skeletoņa kamanas pašsvārstības frekvences. Lai tās izšķirtu un pamatotu apgalvojumu, tiek veikti datoraprēķini – eksperimenta rezultātu validēšana ar skaitliskajiem modeļiem. Izmantotas divas metodes: skeletoņa kamanas struktūras vibrāciju 3D analīze ar SolidWorks Frequency Simulation; 1BP matemātiskā ķēdes modeļa izveide un skaitliskā analīze.

### 1.4.1. 3D frekvenču analīze ar SolidWorks Frequency Simulation

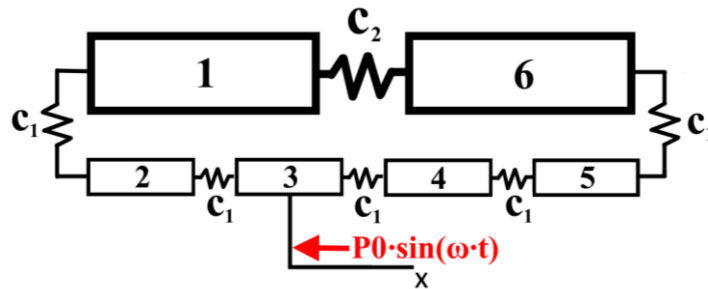
Skeletoņa kamanu modelis izveidots CAD vidē par pamatu, ņemot eksperimentā izmantoto (sk. 1.1. att.). Izmantojot SolidWorks Frequency Simulation tiek noteiktas pašsvārstību frekvences, kuras raksturo īpaša svārstību forma vai moda. Veiktajā statistiskajā struktūras frekvenču analīzē nosaka objekta masas izvietojuma un stinguma sakarības. Vienīgais vibrāciju amplitūdu kontrolējošais parametrs ir slāpēšana, jo tā ir mazāka, jo straujāk pieaug svārstību amplitūda. Reāliem objektiem ir ierobežots skaits pašsvārstību frekvenču un svarīgākās no tām ir pirmās un to svārstību forma, un kā tās reaģē uz dinamisku slogojumu. Vispirms modeļa ģeometrija tiek vienkāršota, nākamajā 1.12. attēlā parādīts vienkāršots galīgo elementu (GEM) skeletoņa kamanu modelis. Skrūves stiprinājumi sliecei skeletoņa priekšā tiek aizstātas ar tapu savienojumiem. Skeletoņa slieču stinguma modelēšanai tiek izmantots atsperu savienojums. Galīgo elementu aprēķinā izmantots *Direct Sparse* aprēķina algoritms, kas tiek rekomendēts kopsalikumu simulācijās, kurās kombinēti elementi ar dažādām materiālu īpašībām [43 – 47]. GEM tīklojumā izmantots *Curvature based mesh*, kas labāk pielāgojās neviendabīgas ģeometrijas gadījumā un nav nepieciešams papildus definēt tīklojuma kontrolēšanas rīkus. Modelī ietilpst gandrīz  $5 \cdot 10^4$  galīgo elementu.



1.12. att. Skeletoņa kamanas GEM ar vienkāršotiem slieču stinguma regulēšanas elementiem.

### 1.4.2. pašsvārstības frekvenču noteikšana ar matemātisko ķēdes modeli

Skeletoņa kamanu pašsvārstību frekvenču noteikšanai analītiskā veidā ir izveidots vienkāršots viendimensijas modelis ar 6 elementiem, kas apskatāms 1.13. attēlā. Sistēma savienota savā starpā ar atsperu elementiem. Skeletoņa un braucēja kopējā masa  $M = 100$  kg tiek sadalīta simetriski divās daļās:  $M/2 = m_1 = m_6$ . Masas savienotas elastīgi ar skeletoņa kamanas stingumu raksturojošu parametru  $c_2$ . Attiecīgi masas  $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 0.3$  kg, kas kopā veido skeletoņa slieču masu. Slieču elementi arī savienoti elastīgi ar stingumu raksturojošu parametru  $c_1$ .



1.13. att. Matemātiskā ķēdes modeļa shēma.

Lai iegūtu analītiskās sakarības pašsvārstību frekvenču noteikšanai, tiek sastādīta vienādojumu sistēma visiem atsperes savienojumiem. Papildus vienam elementam, piemēram trešajam, tiek pievienots harmonisks spēks:

$$x_1 = P_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (1.10)$$

kur  $P_0$  – spēka amplitūda;

$\omega$  – svārstību leņķiskā frekvence;

$t$  – laiks.

Pievienojot harmonisku spēku sistēmā, tiek ierosinātas uzspiestas svārstības. Spēka lielumam šajā gadījumā nav principiālas nozīmes un tas ir  $P_0 = 1$  N. Tā kā sistēmā nav slāpēšanas, visi elementi svārstās harmoniski ar vienu leņķisko frekvenci  $\omega$ . Tāpēc nav nepieciešams sistēmas pirmais pārvietojumu atvasinājums, lai iegūtu ātrumu. Raksta otro atvasinājumu sistēmas elementa pārvietojumiem, ķēdes veida elementu paātrinājumi būs (1.11):

$$\ddot{x}_i = -A_i \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (1.11)$$

kur  $i = 1, 2, 3$ .

No Ņūtona otrā likuma ķēdes veida sistēmai pēc vienkāršošanas iegūst (1.13):

$$\begin{aligned}
\frac{M}{2} \cdot (-A_1 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_1 - A_2) - c_2 \cdot (A_1 - A_6) \\
m \cdot (-A_2 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_2 - A_1) - c_1 \cdot (A_2 - A_3) \\
m \cdot (-A_3 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_3 - A_2) - c_1 \cdot (A_3 - A_4) \\
m \cdot (-A_4 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_4 - A_3) - c_1 \cdot (A_4 - A_5) + P \\
m \cdot (-A_5 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_5 - A_4) - c_1 \cdot (A_5 - A_6) \\
\frac{M}{2} \cdot (-A_6 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_6 - A_5) - c_2 \cdot (A_6 - A_1).
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu (1.13), iespējams atrast paātrinājumus amplitūdas visiem elementiem ārpus rezonanses frekvencēm. Attiecīgi rezonanses zonās amplitūdas tiecas uz bezgalībām. Tas nozīmē, ka sistēmas (1.13) determinants ir vienāds ar nulli. No šāda determinanta vienādojuma, ievietojot  $c_1$  un  $c_2$  vērtības, kas iegūtas laboratoriski [xx], atrodam:

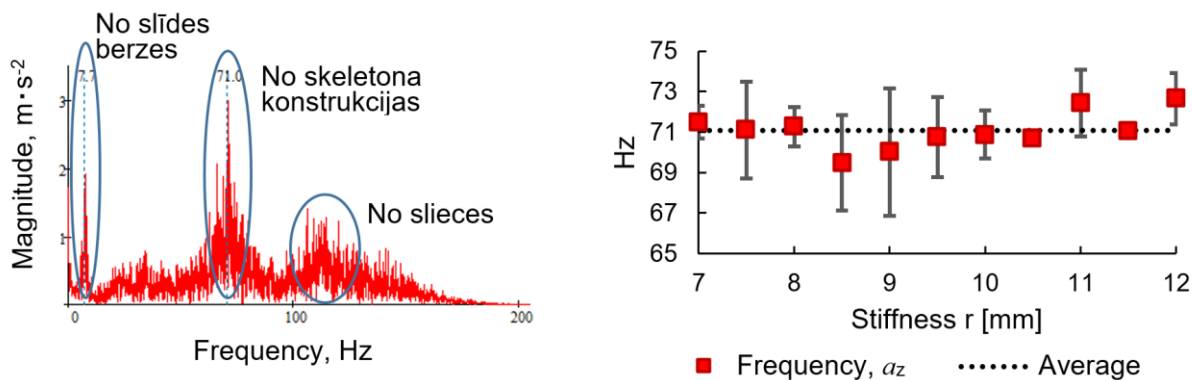
$$\begin{aligned}
&-4.100625e71 \cdot \omega^{12} + 1.7027063782696177062e78 \cdot \omega^{10} \\
&-2.3305500067588630372e84 \cdot \omega^8 + 1.173048438913584662e90 \cdot \omega^6 \\
&-1.655977938480901193e95 \cdot \omega^4 + 2.2677913365951951128e99 \cdot \omega^2 = 0,
\end{aligned} \tag{1.14}$$

kur  $\omega$  – vienādojuma (1.14) saknes, kam atbilst rezonanses frekvences.

### 1.4.3. Konstrukcijas svārstību frekvenču analīzes rezultāti un secinājumi

Paātrinājuma  $a_x$ ,  $a_y$  un  $a_z$  pirmās raksturīgās svārstības ir ap 5–8Hz, kuras galvenokārt ietekmē vides apstākļi un ledus kvalitāte (skatīt publikācijas Nr. 7, 19, 20).

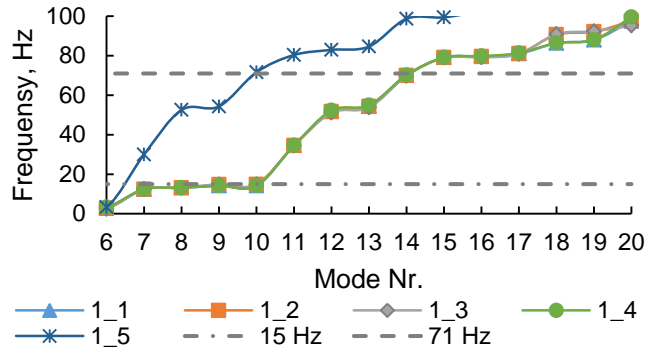
Konstrukcijas struktūru ietekmējošās svārstības kustības virziena paātrinājumiem  $a_x$  frekvenču spektrā nav. Šķērsvirziena paātrinājumiem ir izteikta pīķa forma pie 15Hz. Šeit jāpiezīmē, ka eksperiments veikts ledus trasē, kur 1. attēlā pa labi redzams, ka trases virsmā iefrēzēta grope apmēram 2 cm dziļumā, lai nodrošinātu taisnvirziena kustību. Tāpēc y-ass virzienā ir salīdzinoši lielas paātrinājuma vērtības un parādās konstrukciju ietekmējošās svārstības. Lielākās un izteiktākās vērtības veidojas no kontakta ar pamatu vai vertikālo paātrinājumu  $a_z$  spektrā. Skeletona kamanas pašsvārstību frekvences noteiktas atkarībā no slieces spriegojuma rādiusa  $r$  un 1.14. att. frekvences vērtība svārstīties ap vidējo vērtību 71 Hz.



1.14. att. Vertikālo paātrinājumu  $a_x$  spektrs un konstrukcijas rezonanses svārstības atkarībā no slieces spriegojuma rādiusa  $r$ .



Ekspieriments ar abām raksturīgām frekvencēm 15 un 71 Hz salīdzināts ar 3D modeļa simulācijām un rezultāti apkopoti 1.15. attēlā. Simulācija veikta 5 dažādiem gadījumiem. Tiek variēts slieces stingums un spriegojums ar noteiktajām slieces kompresijas testa vērtībām, kas iegūtas slieces sprieguma-deformācijas noteikšanas testā ar Zwick/Roell Z600.

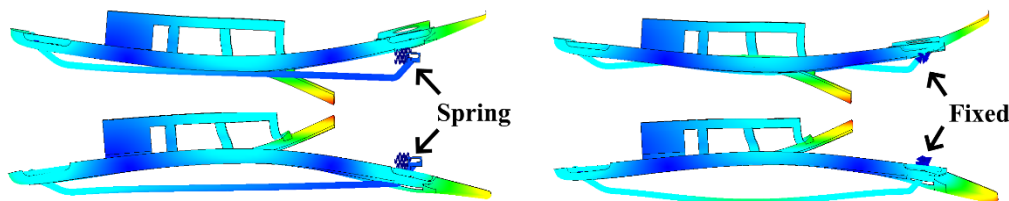


	c (N/m)/m <sup>2</sup>	Load N/m <sup>2</sup>
1_1	Low	High
1_2	High	High
1_3	High	Low
1_4	Low	Low
1_5	Runner is fixed	

1.15. att. Rezonances svārstību simulācijas rezultāti ar dažādiem slieces stingumiem.

Modelējot atsperes stingumu, izmaiņas ir niecīgas. Tiek noteiktas pirmās 20 modeļa pašsvārstības. Atšķirīgs rezultāts tiek iegūts, ja slieces atsperes savienojums ar skeletona kamanu tiek aizstāts ar fiksētu savienojumu (1.15. att. līkne 1\_5). Konstruktijas struktūras stingums pieaug un samazinās zemo pašsvārstību frekvenču skaits. Pa to var pārliecināties apskatot modu formas (jāpiezīmē, ka slieces pirmā pašsvārstības frekvence ir pie 120Hz un ir noteikta ar sertificētu mēriekārtu no Microlog Gx sērijas). Modas no 7 līdz 10, kas ir pie 15Hz (sk. 1.15. att), ir attiecināmas uz slieces svārstībām asu virzienos un vienu rotācijas svārstību garenass virzienā. Ekspierimentā ledus gropes ietekmē skeletona sliecē šķērsvirzienā tiek ģenerētas svārstības, kas ir pirmā modeļa konstrukcijas rezonances frekvence. Programma rēķina dažādas svārstību formas, bet detalizēti tiek apskatītas tikai tās, kas atbilst mērījumiem no fiziskā ekspierimenta, ņemot vērā iespējamās modu formas..

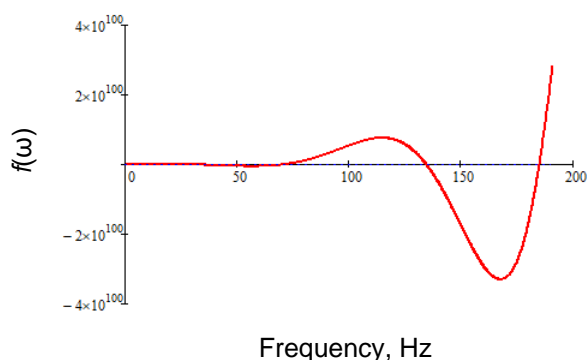
Visizteiktākā ir otrā pašsvārstību frekvence, kas fiziskajā ekspierimentā noteikta 71Hz un sakrīt ar aprēķināto 3D modelim. To apstiprina arī svārstību forma, kas redzama nākamajā 1.16. attēlā.



1.16. att. Svārstību forma pie 71 Hz, atsperes un fiksētā slieces stiprinājumam.

Šeit redzami divi gadījumi, kur kreisajā pusē skeletona sliece savienota ar spriegotu atsperi un labajā pusē sliece ir fiksēta pie rāmja. Attiecīgi fiksētā gadījumā frekvence pieaug par 1.5Hz.

Rezultāti no matemātiskās ķēdes metodes modeļa iegūti atrisinot vienādojumu 4 ar leņķiskā ātruma funkcijas krustpunktiem ar nulli 1.17. attēlā.



Nr.	Frekvence, Hz
1	0
2	19.69
3	71.13
4	134.63
5	185.13
6	217.57

1.17. att. Leņķa ātruma funkcijas krustpunkti ar nulli un rezonanses frekvences.

Tika noteiktas sešas modeļa pašsvārstību frekvences. Pirmā attiecīgi ir 0, jo nav ārējo elastīgo spēku. Nākamā pašsvārstību frekvence 19.69 Hz ir par 4 Hz augstāka, kā fiziskajā eksperimentā un 3D stimulācijās noteiktās. Savukārt galvenā pašsvārstību frekvence, kas ir 71.13 Hz sakrīt gan ar fizisko eksperimentu, gan 3D simulācijām. Jāņem vērā, ka matemātiskais modelis ir 2D un netiek ņemtas vērā šķērsvirziena svārstības.

## 1.5. Secinājumi par nodaļu

1. Skaitliskā modeļa izveide skeletonam ar braucēju uz slīpas plaknes sniedz iespēju: prognozēt kustību daudz garākā trases posmā, ņemot vērā ledus berzes koeficientu, aerodinamisko pretestību, slieces elastību raksturojošos parametrus un virsmas profilu (eksperimentos izmantotās stata estakādes maksimālais garums ir 50 m, sportistu sacensībās izmantoto trašu garumi ir vidēji 1200 m).
2. Izmantojot mehānikas likumus, ir iespējams analītiski noteikt ledus berzes koeficientu un aerodinamiskās pretestības koeficientu. Ievades parametriem nepieciešamais kustības ātrums noteiktos laika vai pārvietojuma punktos pie laika mērīšanas sensoriem vismaz divos etapos. Šo metodi var izmantot, ja ātrums pārsniedz  $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Metodes novitāte sniedz iespēju vienlaikus noteikt gan ledus berzes koeficientu, gan gaisa pretestības koeficientu, paverot plašas iespējas tās pielietošanai praksē ziemas renes sporta veidos un kā arī citur.
3. No praktiskajiem eksperimentiem var secināt, ka, palielinot slieces stingumu sportistu izmantotajā skeletona kamanu slieču spriegošanas diapazonā, berzes spēku radīto svārstību frekvence samazinās kustības virzienā un praktiski nemainās vertikālajā virzienā. Slieces stinguma izmaiņas praktiski neietekmē noteiktās skeletona kamanas struktūras pašsvārstību rezonanses frekvences 15 Hz un 71 Hz kustības laikā. Izstrādātais 6BP matemātiskais modelis skeletona kamanu pašsvārstības frekvenču noteikšanai ļauj viegli un ātri noteikt aptuvenās rezonanses frekvences, zinot skeletona kamanas un slieces stinguma parametru vērtības. Eksperimentālos rezultātus papildus ietekmē vides apstākļi, kuros mainās slieces elastīgās īpašības (papildus šajā darbā netiek apskatīti).

## 2. FLUĪDA (GAISA) PLŪSMA

Promocijas zinātnisko publikāciju darba kopas 2. nodaļa veltīta cieta ķermeņa mijiedarbības analīzei šķidrums plūsmā, kurā izstrādāta jauna analītiska teorija par gaisa un ūdens mijiedarbību, ja tajā kustas ciets ķermenis, vai otrādi. Šādas vienkāršotas metodes praktiskais pielietojums paver iespējas analizēt plūsmas mijiedarbību ar dažādiem objektiem ar daudz mazāku resursu daudzumu, nav jāizmanto sarežģītas un dārgas specializētas datorprogrammas, kuru aprēķini nereti ir ļoti laikietilpīgi. Dotās zinātnisko publikāciju darba kopas nodaļas pētījumus var iedalīt četrās apakšnodaļās.

Pirmajā apakšnodaļā vienkāršas formas objekta analīze. Tiek piedāvāta **aptuvena metode spēku noteikšanai, kas saistīti ar šķidrums mijiedarbību ar cietu ķermeni**. Tiek apskatīta mehāniskā sistēma plaknē, kas atrodas šķidrums plūsmā ar bezgalīgu BP (brīvības pakāpju) skaitu, kas tiek samazināts līdz 5 BP, kur 3 BP cietam ķermenim un 2 BP spiediena un vākuma zonām. Nestacionāras kustības diferenciālvienādojumus veido klasiskās mehānikas likumi. Aptuvenās metodes tiek skaitliski pārbaudītas ar datormodelēšanas palīdzību. Šķidrums (gaisa) mijiedarbības analīze tiek veikta divu veida ģeometrijas cietiem ķermeņiem - plakanai plāksnei un dimanta formas objektam. Modelēšanas rezultātus izmanto, lai precizētu piedāvātās aptuvenās metodes parametrus. Sadaļas beigās iegūtie teorētiskie rezultāti tiek izmantoti prizmatisko ķermeņu kustības analīzē, lai iegūtu enerģiju no šķidrums plūsmas. Pēc tam veikta plakanas plāksnes parametriskā optimizācija plāksnes kustības ātruma un pagrieziņa leņķa parametriem pie maksimālas jaudas iegūšanas kritērija, publikācijas Nr. 1, 3, 5, 16, 17.

Otrā apakšnodaļā veikta ķermeņa mijiedarbības analīze, optimizācija un sintēze, lai analizētu vibrācijas, kas rodas no šķidrums un cietās ķermeņa mijiedarbības, mainot plakanās plāksnes leņķi pret plūsmu. Šeit galvenais izaicinājums ir, **nestacionāra šķidrums un ķermeņa mijiedarbības analīze, optimizācija un sintēze**. Izmantotas telpas un laika programmēšanas metodes un aptuvenās analītiskās metodes. Apskatīta aptuvena analītiskā metode, kurā objekta mijiedarbība ar šķidrums plūsmu ir sadalīta divās daļās šķidrums ķermeņa mijiedarbības telpā. Pirmā ir frontālās daļas spiediena puse, kas rodas izmantojot kustības daudzuma izmaiņas likumu un ko var ērti aprakstīt diferenciālā formā. Otrajā daļā tiek aprakstītas mijiedarbības aiz plāksnes, plāna vākuma veidojoša puse. Šī plānā vākuma puse ir atkarīga arī no frontālās zonas plūsmas mijiedarbības. Aptuvenās analītiskās metodes pārbaudītas ar eksperimentiem vēja tunelī, publikācijas Nr. 8, 11.

Trešajā apakšnodaļā veikta formas optimizācija. Darbs veltīts **šķidrums (gaisa) un cieta ķermeņa (prizmas) mijiedarbības, formas ģeometrijas optimizācijas analīzei**, ņemot vērā dažādus kritērijus. Enerģijas iegūšanai no gaisa plūsmas, izmantojot aksiāli simetrisku ķermeni, kuram pa aploci ir izveidoti simetriski izgriezumi šķērsriezuma laukuma maiņai. Tiek piedāvāts vienkāršots matemātiskais modelis inženiertehniskajiem aprēķiniem. Arī šī modeļa pamatā tiek izmantots spiediena un vākuma zonas jēdziens, pakļaujot ķermeni fluīda (gaisa) plūsmai. Sākumā visi aprēķini tiek veikti, pieņemot, ka pētāmā ķermeņa ģeometriskie izmēri ir nemainīgi. Pēc tam, lai uzlabotu kopējās sistēmas efektivitāti, sistēmas parametri tiek mainīti ar konstantu soli, veicot sīku šķidrums un ķermeņa mijiedarbības reakcijas virsmas

analīzi. Matemātiskajam modelim ir šādi pieņēmumi: šķidrums (gaisa) plūsma ir lamināra, nesaspiežama (konstants blīvums) un fluīda (gaisa) viskozitāte netiek ņemta vērā, publikācija Nr. 4.

Ceturtajā apakšnodaļā aprakstīta **analītiska metode kustīgu vai nekustīgu ķermeņu (prizmu) mijiedarbības analizēšanai un kustības sintēzei gaisa plūsmā**, neizmantojot telpas-laika programmēšanas skaitliskās metodes. Tam nolūkam inženieru aprēķiniem izmantots vienkāršots fluīda (gaisa) daļiņu un cietā ķermeņa mijiedarbības matemātiskais modelis, izmantojot kustības daudzuma izmaiņas likumu. Cietā ķermeņa (prizmas) un gaisa mijiedarbība aplūkota dažādos gadījumos: - kustīgs ķermenis (prizma) gaisā; - nekustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā; - kustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā. Cietā ķermeņa (prizmas) un gaisa mijiedarbības sarežģīto uzdevumu vienkāršo, izmantojot superpozīcijas principus, t.i., ņemot vērā plūsmas augšpus un lejpusi (vai priekšpusi un aizmuguri) cietā ķermeņa apgabalus. Noskaidrots, kā šajos divos apgabalos rodas spiediena un sūkšanas zonas ar analītiski aprēķināmiem gaisa spiedieniem, kas atkarīgi no plūsmas ātruma kvadrāta un ķermeņa formas. Visi vienādojumi tiek veidoti, pamatojoties uz klasiskās mehānikas likumiem. Veidojot aptuveno matemātisko modeli, viskozos spēkus neievēro. Tiek salīdzināti dažādu prizmu un gaisa plūsmas mijiedarbību skaitliskie rezultāti un tiem detalizēti apskatīti teorētiskie rezultāti. Matemātiskais modelis šajā darbā ir piemērojams tikai tiem ķermeņiem, kuriem tiek veikta taisna translācijas kustība, publikācija Nr. 22.

## 2.1. Vienkāršas formas objekta analīze nestacionārā fluīda plūsmā

Pastāvošās fluīda dinamikas aprēķinu metodes balstītas, uz deformējošos plūsmas tīklojumu, plūsmai pārvietojoties. Palielinoties deformācijām, tīklojums jāpārrēķina, lai samazinātu kļūdīšanās iespējas. Līdz ar to aprēķinam nepieciešams ilgāks laiks, attiecīgi procesa efektivitāte samazinās un risināmā problēma sadārdzinās. Šādās situācijās aktuālas kļūst alternatīvas problēmu risināšanas iespējas. Vienkāršas formas objekta analīze nestacionārā fluīda plūsmā ir jauns pētījuma virziens, kas balstīts uz vienkāršu matemātisku modeli dabas parādības aprakstīšanai, un vienīgais trūkums ir tas, ka modelī netiek ņemta vērā šķidrums viskozitāte.

Stacionāras fluīda plūsmas mijiedarbība ar cietu ķermeni ir plaši apskatīta un pētīta [48 – 55]. Gadījumos, kad relatīvā ātruma vektori ir nemainīgi, lai noteiktu fluīda mijiedarbības spēku, ir nepieciešams relatīvās fluīda kustības ātrums, tā blīvums, ātrumam perpendikulārs laukums un aerodinamiskais pretestības koeficients [51]. (2.1):

$$\bar{F}^{(F)} = \frac{D \cdot v^2 \cdot \rho \cdot A}{2} \cdot \left( \frac{-\bar{v}}{|\bar{v}|} \right), \quad (2.1)$$

kur  $\bar{F}^{(F)}$  – mijiedarbības spēks;  $D$  – aerodinamiskais pretestības koeficients;  $\bar{v}$  – plūsmas ātrums;  $\rho$  – fluīda blīvums;  $A$  – frontālās daļas laukums.

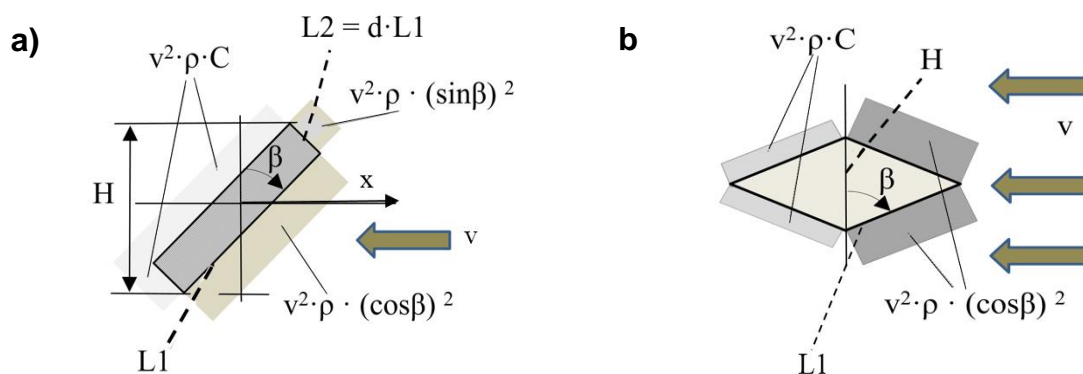
Jaunizveidotais matemātiskais modelis mijiedarbības analizēšanai sastāv no divām daļām, spiediena un vākuma puses. Tiek apskatītas divas objekta formas veidi, plakana plāksne un

rombveida objekts 2D telpā (2.1. att. a) un b)). Spiediena puse tiek aprakstīta ar kustības daudzuma izmaiņas teorēmu diferenciālā formā (2.2) un (2.3):

$$dm \cdot v \cdot \cos(\beta) = dN \cdot dt; \quad (2.2)$$

$$dm = v \cdot \cos(\beta) \cdot dt \cdot dL \cdot B \cdot \rho, \quad (2.3)$$

kur  $dm$  – fluīda plūsmas elementārdaļas masas tilpums ar ātrumu  $v$  pret slīpu virsmu;  $\beta$  – leņķis starp plūsmu un virsmu normāles kontaktpunkts;  $dN$  – trieciena spēks normāles virzienā pret virsmas elementārlaukumu;  $t$  – laiks;  $dL$  – virsmas elementārgarums;  $B$  – objekta garums (šajā 2D gadījumā konstants).



2.1. att. Spiediena sadalījums: a) taisnstūra plāksnei un b) rombveida objektam.

Integrējot (2.2) vienādojumu, var aprēķināt papildu spiedienu plūsmas virzienā malām  $L1$ ,  $L2$  plakana plāksnei un rombam. Spiediena sadalījums malās  $L1$ ,  $L2$  šeit dotajiem ķermeņiem, kas parādīti (2.1. att. a) un b)), ir (2.4), (2.5):

$$v^2 \cdot \rho \cdot (\cos\beta)^2 \text{ vai} \quad (2.4)$$

$$v^2 \cdot \rho \cdot (\sin\beta)^2. \quad (2.5)$$

Piedāvātajā jaunajā modelī, vākuma pusē gar malu, kas atrodas tieši aiz attiecīgā objekta, ieteicams ņemt konstantu spiedienu  $\Delta p2$ , proporcionālu blīvumam  $\rho$ , kas reizināts ar plūsmas ātrumu  $v$  kvadrātu (2.6):

$$\Delta p2 = v^2 \cdot \rho \cdot C, \quad (2.6)$$

kur:  $C$  – konstante, kura jānosaka eksperimentāli vai datorsimulācijās.

Tādējādi cietajam ķermenim ir iespējams atrast kopējo spēku plūsmas virzienā. Aproximējot taisnstūra cietu ķermeni iegūst spēku  $Fxr$ , kas dots (2.7) vienādojumā, un rombveida cietam ķermenim spēks  $Fxd$  plūsmas virzienā dots (2.8):

$$Fxr = -H \cdot B \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C + \frac{\cos(\beta)^3 + d \cdot \sin(\beta)^3}{\cos(\beta) + d \cdot \sin(\beta)} \right]; \quad (2.7)$$

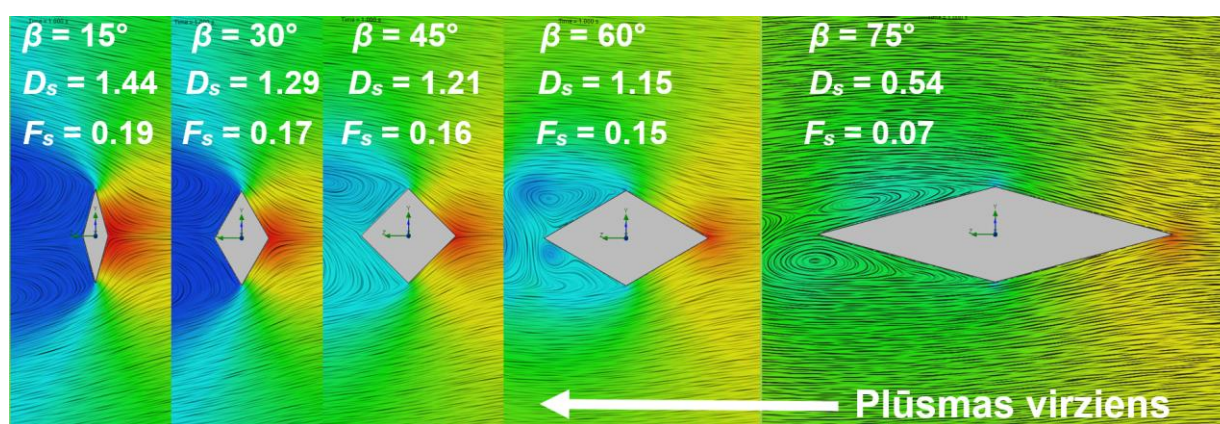
$$Fxd = -H \cdot B \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C + (\cos\beta)^2 \right], \quad (2.8)$$

kur  $d$  – malu attiecība  $L2 / L1$ ;  $B$  – platums;  $H$  – šķērsriezuma augstums (perpendikulāri plūsmai, 2.1. att.).

Ar iegūtajām analītiskajām sakarībām (2.7), (2.8) var parādīt, ka fluīda un ciet ķermeņa mijiedarbības problēmu **identificēšanai** var izmantot aptuveno analītisko metodi.

### 2.1.1. 2D plūsmas modelēšana ar SolidWorks Flow

No 2D rombveida formas (2.1. att. b)). ķermeņa plūsmas **analīzes** 5 gadījumos, kur leņķi  $\beta$  maina no  $15^\circ$  līdz  $75^\circ$ , ar soli  $15^\circ$ , izmantojot SolidWorks Flow datorprogrammu var secināt, ka spiediena pusē mijiedarbības spēki ātri sasniedz stabilu stāvokli. Turpretī vakuuma pusē plūsma tikai pēc noteikta laika nogulēja (2.2. att.). Aptuveniem aprēķiniem tiek izmantoti šīs ķermeņa un stacionārās plūsmas mijiedarbības parametri. Tika konstatēts, ka mijiedarbības spēki mainās pēc laika, tāpēc vidējā vērtība tiek ņemta (2.2. att.) ar ātrumu  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



2.2. att. Plūsmas līnijas un spiediena sadalījums rombveida ķermenim un vidējais mijiedarbības koeficients  $D$  ( $D_{ex}$ ), spēks  $F$  ( $F_{xde}$ ) atkarībā no leņķa  $\beta$ .

### 2.1.2. Mijiedarbības koeficienta $C$ noteikšana

Mijiedarbības koeficienta  $C$  vērtības noteikšana izmantojot rezultātus no 2D stimulācijām (2.2. att.):  $D$  – teorētiskais mijiedarbības koeficients (2.9),  $D_{ex}$  – aprēķinātais mijiedarbības koeficients (2.10), no 2D stimulācijām (2.2. att.) un aproksimētais – mijiedarbības koeficients, kā piektās kārtas polinoma funkcija (2.11):

$$D = C + (\cos \beta)^2; \quad (2.9)$$

$$D_{ex} = \frac{F_{xde}}{A v^2 \rho}; \quad (2.10)$$

$$D_p = 1,5 + 3,7266\beta^3 - 1,5249\beta^4 - 0,10135\beta^5 - 2,8129\beta^2 + 0,2823\beta, \quad (2.11)$$

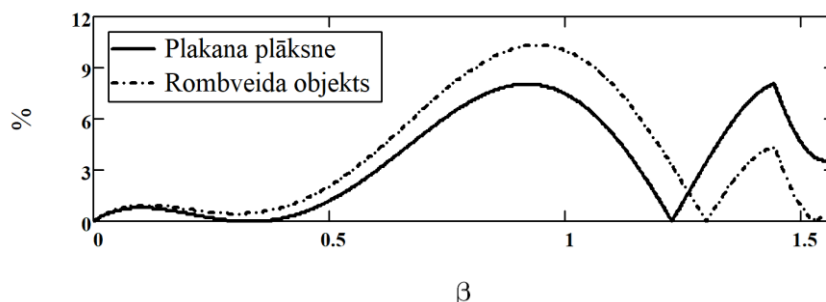
kur  $F_{xde}$  – mijiedarbības spēks rombveida objektam plūsmas virzienā (2.2. att.).

No (2.9) un (2.10) seko, ka  $C = 0.5$ , ja  $\beta = 0$ . Rezultātā iegūst rombveida objekta mijiedarbības noteikšanas aproksimācijas formulu (2.12):

$$D = 0,5 + (\cos \beta)^2. \quad (2.12)$$

Tādā pašā veidā tika tuvināti plakana taisnstūra plāksnes modelēšanas rezultāti un salīdzināti ar aptuveno formulu (2.7). Līdzīgā procedūrā, kā dimanta plāksnei, tika noteikts,

ka koeficients  $C$  arī ir aptuveni 0.5, līdzīgs (2.12). Aptuvenās formulas (2.7) un (2.8) precizitātes novērtējums rombveida un taisnstūrveida objektiem ar  $C = 0.5$  ir parādīts 2.3. attēlā. Atšķirība nav liela, vidējā vērtība ir mazāka par 5%.

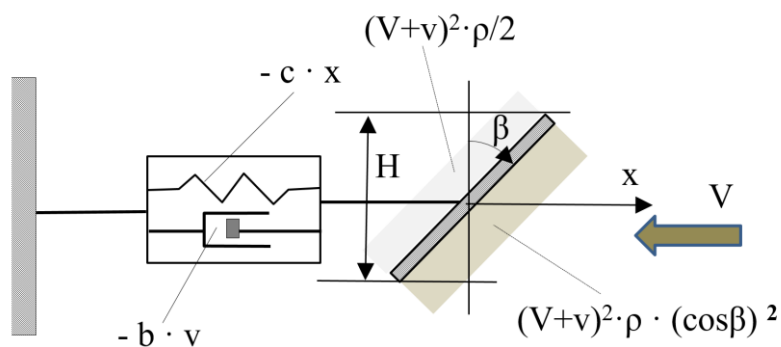


2.3. att. Procentu izmaiņas atkarībā no leņķa  $\beta$  radiānos. Rombveida objekta aproksimācijas (2.8) ar  $C = 0.5$  vidējā vērtība – 4 %, plakana taisnstūra plāksnes aproksimācija (2.7) ar  $C = 0.5$  vidējā vērtība – 3.6 %.

Balstoties uz 2.3. attēlā iegūtajiem analīzes rezultātiem, jauno metodi var izmantot inženiertehniskajos aprēķinos ar pietiekamu precizitāti (mazāk nekā 5%), neizmantojot papildus laika-telpas datorprogrammas. Tālāk apskatīts piemērs ar plānas plakana plāksnes aprēķinu, kas parāda, jaunās metodes izmantošanas efektivitāti, enerģijas iegūšanai no gaisa plūsmas.

### 2.1.3. Plakana plāksnes pārvietošanas modelēšana

Plakana plāna ( $d \sim 0$ ) plāksnes (2.1. att. a)) divdimensiju modelis translācijas kustībā parādīts 2.4. attēlā. Modelis sastāv no lineāras atsperes ar stingumu  $c$  un slāpēšanu  $b$ .



2.4. att. Atjaunojamās enerģijas ieguves no fluīda plūsmas modelis.

Saskaņā ar aproksimācijas teoriju, ņemot vērā relatīvo mijiedarbības ātrumu  $Vr$ :

$$Vr = (V + v), \quad (2.13)$$

kur  $V$  – fluīda ātrums un  $v$  – plāksnes kustība  $x$ -ass virzienā.

Diferenciālvienādojums plāksnes kustībai  $x$ -ass virzienā ir (2.14):

$$m\ddot{x} = -cx - b\dot{x} - A\rho[0,5 + (\cos \beta)^2](V + \dot{x})^2 \frac{V + \dot{x}}{|V + \dot{x}|}, \quad (2.14)$$



Atjaunojamo enerģiju attēlo kā slāpēšanas spēku ( $-b\dot{x}$ ). Jauda  $P$  ir (2.15):

$$P = b(\dot{x})^2. \quad (2.15)$$

Attiecīgi vidējā jauda  $P_{av}$  būs (2.15):

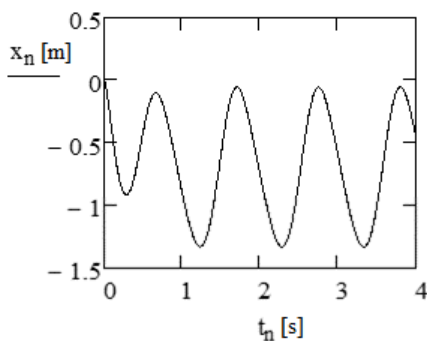
$$P_{av} = \frac{\int_0^t b(\dot{x})^2 \cdot dt}{t}. \quad (2.15)$$

Vienādojuma (2.14) analīze ļauj secināt, ka dotās sistēmas efektivitāti ir iespējams analizēt pēc: diviem sistēmas parametriem –  $c$  un  $b$  un trīs laika vai fāzes koordinātu vadības darbībām –  $\beta$ ,  $V$ , un  $A$ .

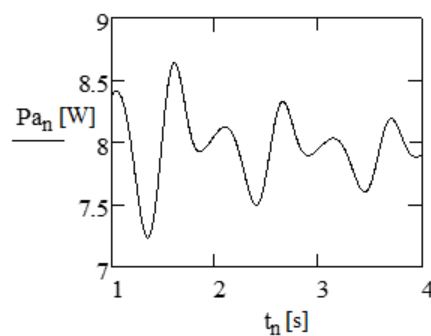
Skaitliskā modelēšana vienādojumam (2.14) tika veikta ar programmu MathCad, pieņemot šādas galvenās sistēmas parametru vērtības:  $A = 0,04 \text{ m}^2$  (garums  $L = 0.2 \text{ m}$  un platums  $B = 0.2 \text{ m}$ );  $V_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $\rho = 1.25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  (pie  $10^\circ \text{ C}$  temperatūras).

Skaitliskās modelēšanas rezultāti vadības kontrolei pie leņķa  $\beta = \frac{\pi}{2.5} \sin(7t)$  parādīti 2.5. un

2.6. attēlā.



2.5. att. Pārvietojums x-ass virzienā pēc laika.



2.6. att. Vidējā jauda  $P_{av}$  no ģenerators spēka  $b\dot{x}$

Vidējā jauda  $P_{av}$  (sk. 2.6. attēlu) ir parādīta procentos no maksimālās jaudas, ko var sasniegt, ja plāksnes ātrums ir mazāks par vienu trešdaļu no plūsmas ātruma  $P_{\max} = \frac{2}{3}V$ .

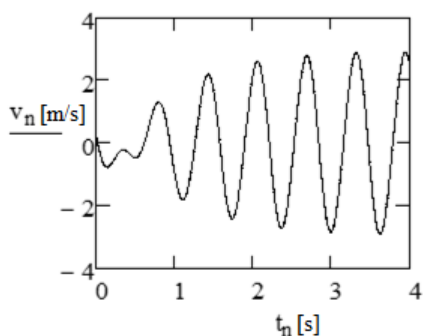
Sistēmas vadības modelēšana rezultāti ar harmonisku leņķa  $\beta$  maiņu (sk. 2.5., 2.6. attēlu) ir šādi:

- plāksnes svārstības plūsmā nostabilizējas ļoti ātri, praktiski divu trīs ciklu laikā;
- ir iespējams sintezēt optimālos sistēmas parametrus (piemēram, stingrumu  $c$ , laukumu  $A$ , darbības frekvenci un amplitūda un citus parametrus), kas nodrošinātu maksimālo jaudu noteiktajos ierobežojumos;
- turpmāku efektivitātes palielināšanu var panākt, izmantojot sarežģītākas vadības leņķa  $\beta$  izmaiņas funkcijas (biharmoniskas, polharmoniskas utt.).

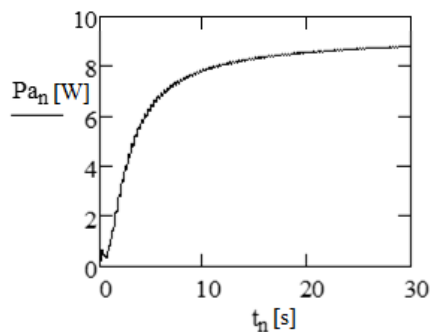
Plāksnes kustības modelēšanas rezultāti ar ātruma vadības kontroli  $V = V_0 [2 - 0.5 \sin(10t)]$  apkopoti 2.7., 2.8. attēlā, pie  $V_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

No grafiku analīzes (2.7., 2.8. att.) var secināt, ka pēc dažiem pārejas procesa cikliem var sasniegt gandrīz stabilu svārstību režīmu ar maksimālo vidējo jaudu  $P_a$ .





2.7. att. Ātrums  $v$  x-ass virzienā pēc laika.



2.8. att. Vidējā jauda  $P_{av}$  no ģenerators spēka  $b\dot{x}$

Skaitliskās modelēšanas rezultāti vadības sistēmai ar harmonisku ātruma  $V$  izmaiņu (2.7., 2.8. att.), ir šādi:

- izstrādāta jauna pieeja enerģijas ģenerēšanai ar harmoniskām plūsmas ātruma izmaiņām;
- iespējas jauniem pētījumiem izmantojot citus sistēmas vadības darbības principus plūsmas ātruma maiņai, piemēram, biharmoniska, poliharmoniska vadība un citas.

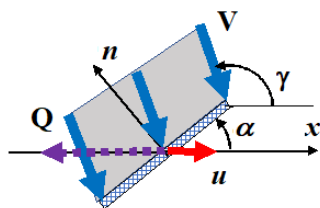
#### 2.1.4. Plakanas plāksnes parametriskā optimizācija

Gaisa plūsmas mijiedarbības modelis ar plakanu plāksni parādīts 2.9. attēlā. Dotajā optimizācijas uzdevumā jauda  $P$  ir interesējošais optimālais lielums, kurš veidojās gaisa plūsmai ar ātrumu  $V$ , iedarbojoties uz plāksni. Plāksne kustas translācijas kustībā ar konstantu ātrumu  $u$  un slāpētāja spēku  $Q$ .

Saskaņā ar vienādojumu (2.7), plakanas plānas ( $d = 0$ ) plāksnes kustība ir aprakstāma ar šādu diferenciālvienādojumu:

$$m\ddot{x} = LB\rho(1+C)[V \sin(\gamma - \alpha) - \dot{x} \sin(\alpha)]^2 \cdot \text{sign}(V \sin(\gamma - \alpha) - \dot{x} \sin(\alpha)) \sin(\alpha) - Q, \quad (2.16)$$

kur  $m$  – plāksnes masa;  $L$  un  $B$  – plāksnes izmēri;  $\alpha$  un  $\gamma$  – plūsmas leņķi un plāksnes orientācija pret  $x$  asi.



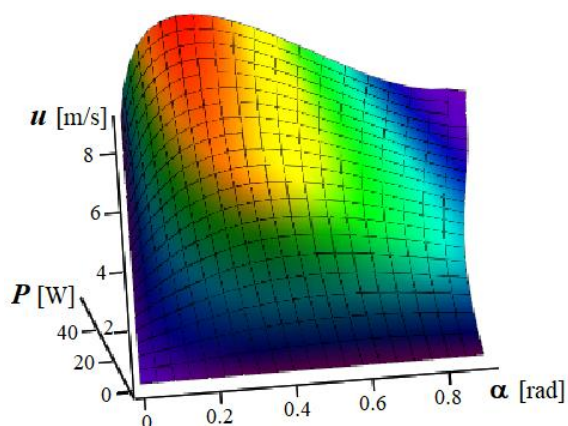
2.9. att. Optimizācijas modelis:  $V$  – gaisa plūsmas ātrums;  $u$  – plakanās plāksnes pārvietošanās kustības ātrums;  $n$  – normāles ass attiecībā pret plāksni

Optimizācijas uzdevums tiek risināts plāksnes kustības apstākļos ar nemainīgu ātrumu  $\dot{x} = u$ . Šajā gadījumā, no iepriekšējā vienādojuma (2.16), slāpēšanas jaudu  $P$  no spēka  $Q$  var izteikt šādā formā:

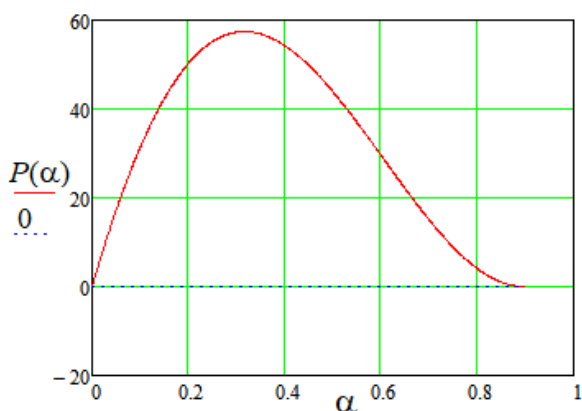
$$P = LB\rho(1+C)[V \sin(\gamma - \alpha) - u \sin(\alpha)]^2 \cdot \text{sign}(V \sin(\gamma - \alpha) - u \sin(\alpha)) u \sin(\alpha). \quad (2.17)$$

Parametriskās optimizācijas uzdevums risināts skaitliski analizējot (2.17) vienādojumu ar programmas MathCad palīdzību. Optimizācijas mērķis: meklēt parametrus  $u$ ,  $\alpha$  un  $\gamma$ , kas dod

maksimālo jaudu  $P$  noteiktajās robežās. Kritērija  $P$  atbildes virsmas piemērs, kā plāksnes leņķa  $\alpha$  un ātruma  $u$  funkcija ir parādīta 2.10. attēlā. Papildus 2.11. attēlā parādīts šīs atbildes virsmas posms, kas atbilst ātrumam  $u = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



2.10. att. Atbildes virsma optimizācijas kritērijam  $P$ , kā plāksnes leņķa  $\alpha$  un ātruma  $u$  funkcija (ja  $L = 0.5 \text{ m}$ ;  $B = 0.5 \text{ m}$ ;  $\rho = 1.25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ;  $C = 0.5$ ;  $V = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $\gamma = \pi \cdot 2 \text{ rad}^{-1}$ ).



2.11. att. Atbildes virsmas posms  $P(\alpha, u)$  pie konstanta plāksnes ātruma  $u = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

No vienādojuma (2.17) analīzes seko, ka kritērija  $P$  ekstrēma izmaiņa ir atkarīga no parametra  $u$  atbilstoši nosacījumam:

$$u = \frac{V \sin(\gamma - \alpha)}{3 \sin(\alpha)}. \quad (2.18)$$

Pie ātruma  $u$ , kas atbilst nosacījumam (2.18), tiek sasniegta maksimālā jauda  $P_{\max}$ :

$$P_{\max} = \frac{4C_0 V^3 [\sin(\gamma - \alpha)]^3}{27}, \quad (2.19)$$

kur  $C_0 = LB\rho(1 + C)$ .

Citiem sākotnējiem datiem optimālie parametri jāmeklē skaitliski.

### 2.1.5. Secinājumi par apakšnodaļu

- 1) No skaitliskajām simulācijām tiek secināts, ka šķidruma un cietās ķermeņa mijiedarbībai telpu var sadalīt divās daļās - vienā spiediena pusē un otrā iesūkšanas vai vakuuma pusē.
- 2) Piedāvātā metode ir paredzēta nestacionāra cietā ķermeņa – šķidruma mijiedarbības un kustību sintēzes analīzei īpašam gadījumam – enerģijas iegūšanai no šķidruma plūsmas.
- 3) Metode ir tīri matemātiska, tā ļauj vienkāršotā veidā veikt analīzes, optimizācijas un sintēzes uzdevumus šķidruma un cietā ķermeņa mijiedarbībai inženierijas vajadzībām.

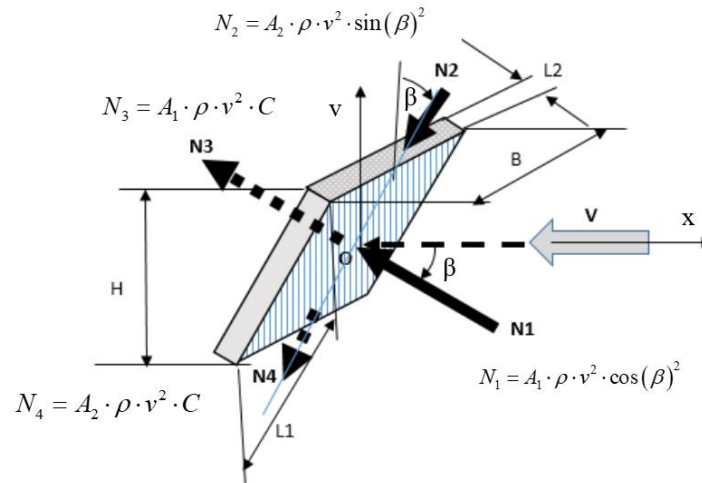
## 2.2. Plakanas un perforētas plāksnes vibrāciju analīze nestacionārā fluīda plūsmā

Izmantojot aptuveno analītisko metodi, objekta mijiedarbībai ar šķidruma plūsmu, kas apskatīta 2.1. apakšnodaļā, tiek veikta plāksnes un perforētas plāksnes vibrāciju analīze,

sadalot divās daļās šķidrums un ķermeņa mijiedarbības telpu. Pirmā ir frontālās daļas spiediena puse, kas rodas mainot kustības daudzumu sistēmā un ko var ērti aprakstīt diferenciālā formā. Otrajā daļā tiek aprakstītas mijiedarbības aiz plāksnes, plānā vākuma veidojošā puse. Šī plānā vākuma puse ir atkarīga arī no frontālās zonas plūsmas mijiedarbības. Aptuvenās analītiskās metodes pārbaudītas ar eksperimentiem vēja tunelī.

### 2.2.1. Plakanas plāksnes mijiedarbības modelis

Shematiski modelis parādīts 2.12. attēlā.



2.12. att. Taisnstūra plakanas plāksnes modelis: plāksnes malu garumi –  $L_1, B$ ; plāksnes biezums –  $L_2$ , sānu laukumi –  $A_1, A_2$ ; spiediena puses galvenie spēki –  $N_1, N_2$ ; vākuma puses galvenie spēki –  $N_3, N_4$ ; plūsmas ātrums –  $v$ .

Spiediena puses spēkiem  $F_1, F_2$  izmantojot kustības daudzuma izmaiņas teorēmu plūsmai, diferenciālā formā var izveidot (2.20), (2.21) vienādojumus:

$$dm \cdot v \cdot \cos(\beta) = dN \cdot dt; \quad (2.20)$$

$$dm = v \cdot \cos(\beta) \cdot dt \cdot dL \cdot B \cdot \rho, \quad (2.21)$$

kur  $dm$  – elementārā fluīda masa ar relatīvo ātrumu  $v$  pret slīpajām virsmām;  $dN$  – elementārais kustības daudzuma spēks normāles virzienā pret elementārā laukuma virsmu;  $\beta$  – leņķis starp plūsmu un virsmu;  $dt$  – laika moments;  $dL$  – virsmas elementārgarums;  $B$  – platums, kas ir konstants divdimensiju uzdevuma gadījumā;  $\rho$  – fluīda (gaisa) blīvums.

Integrējot abus iepriekšējos (2.20), (2.21) vienādojumus spiediena pusei var noteikt spiedienu un spēkus  $dN_1, dN_2$  perpendikulāri abām virsmām (2.22), (2.23):

$$N_1 = A_1 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \cos(\beta)^2; \quad (2.22)$$

$$N_2 = A_2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \sin(\beta)^2, \quad (2.23)$$

kur  $A_1, A_2$  – sānu virsmu laukumi.

Vākuma pusē gar plāksni pieņem, ka veidojas konstants spiediena slānis, kas ir proporcionāls blīvumam –  $\rho$  reizinātam plūsmas ātruma –  $v$  kvadrātu sekojošā formā (2.24), (2.25):

$$N_3 = A_1 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C \quad (2.24)$$

$$N_4 = A_2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C \quad (2.25)$$

kur  $C$  – konstante, kas jānosaka eksperimentāli vai modelējot plūsmu

Plāksnes centrā punktā –  $O$  no vienādojumiem (2.22) – (2.25) var noteikt divus mijiedarbības spēku komponentu vienādojumus (2.26), (2.27):

$$F_x = -B \cdot H \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C + \frac{\cos(\beta)^3 + d \cdot \sin(\beta)^3}{\cos(\beta) + d \cdot \sin(\beta)} \right]; \quad (2.26)$$

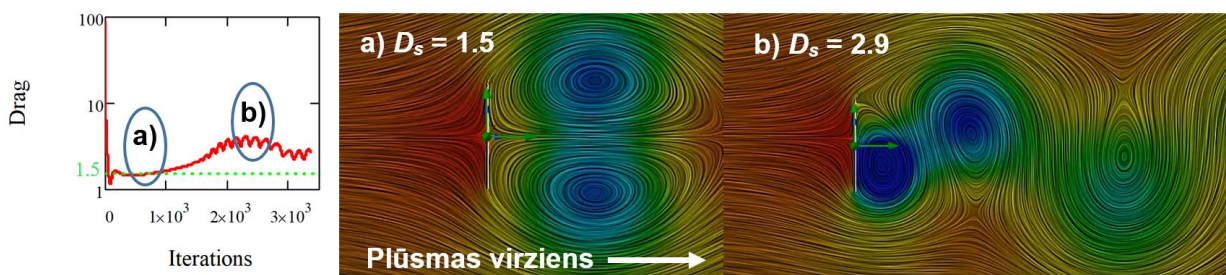
$$F_y = L_1 \cdot B \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C \cdot (\sin(\beta) - d \cdot \cos(\beta)) + \sin(\beta) \cdot (\cos(\beta))^2 + d \cdot (\cos(\beta))^3 \right]. \quad (2.27)$$

Šeit  $H$  (sk. 2.12. att.) var izteikt :

$$H = L_1 \cdot (\cos(\beta) + d \cdot \sin(\beta)), \quad d = \frac{L_2}{L_1}, \quad (2.28)$$

kur  $F_x$  – spēka komponente x-ass virzienā, ko fluīdu dinamikā dēvē par “Drag” spēku (aerodinamiskā pretestība);  $F_y$  – spēka komponente y-ass virzienā, ko fluīdu dinamikā dēvē par “Lift” spēku (aerodinamiskais cēlējspēks);  $H$  – šķērsriezuma augstums perpendikulāri plūsmai.

Lai izmantotu formulas (2.26), (2.27) jānosaka koeficients  $C$ . Nākamajā 2.13. attēlā, redzami plūsmas 2D simulācijas rezultāti ar SolidWorks Flow a) stabilai un b) nestabilai plūsmai.



2.13. att. Plūsmas līnijas un spiediena sadalījums plakanas plāksnes ķermenim un vidējais mijiedarbības koeficients  $D_s$  (Drag) 2D plūsmas simulācijās pēc iterāciju skaita.

Koeficienta noteikšanā izmantotas stabilas plūsmas režīmi un balstoties uz iepriekš noteikto (2.12) plakana plāksnei pie  $\beta = 0$  un plūsmas mijiedarbības koeficienta ar plāksni  $D = 1.5$  konstante  $C = 0.5$  (noteikta ar aproksimāciju novirzi mazāku par 5%, skatīt iepriekš 2.3. att). Savukārt eksperimentos ar 3D plūsmu, kas plašāk apskatīts publikācijā Nr, 8 un noteikts, ka konstantes vērtība 3D aprēķinos  $C = 0.31$ .

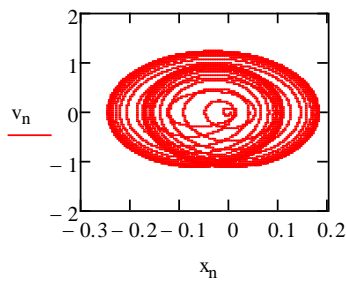
### 2.2.2. 2D plakana plāksnes kustības analīzi ar MathCad

Piemērs ar 2D plakana plāksnes kustības analīzi ar MathCad parādīts 2.14 – 2.16. attēlā. Apskatītā sistēma sastāv no plāksnes masas, atsperes, enerģijas ģeneratora un plūsmas, ko apraksta ar vienādojumu (2.29) mijiedarbības koeficienta vērtība 1.5:

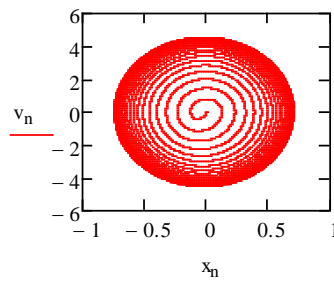
$$m\ddot{x} = -cx - b\dot{x} - (1,5)B \cdot H \cdot \rho \left[ (V(0,5 - 0,5 \cdot \sin(pt)) + \dot{x})^2 \right] \cdot \text{sign}\{V(0,5 - 0,5 \cdot \sin(pt)) + \dot{x}\}, \quad (2.29)$$

kur  $m$  – masa, kg;  $x$  – pārvietojums, m;  $\dot{x}$  – ātrums,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $c$  – atsperes stingums,  $b$  – lineārā ģeneratora slāpēšana;  $V$  – plūsmas ātrums,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $p$  – plūsmu kontrolējošā harmoniskā leņķiskā frekvence;  $t$  – laiks, s.

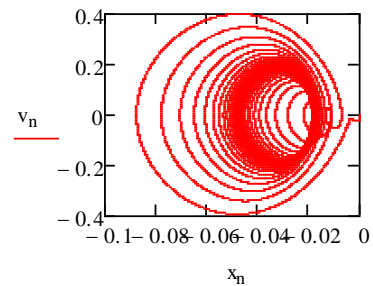
Modelējot vienādojumu (2.29), plūsmas vadību izvēlas kā harmoniskā ātruma  $V$  izmaiņas funkciju.



2.14. att. Kustība fāzu plaknē pirms rezonances. Ātrums  $v_n$  ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) pēc pārvietojuma  $x_n$  (m).



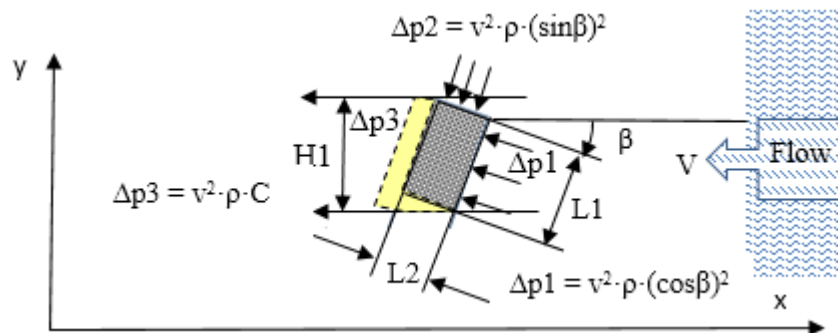
2.15. att. Rezonances kustība. Ātrums  $v_n$  ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) pēc pārvietojuma  $x_n$  (m).



2.16. att. Kustība pēc rezonances. Ātrums  $v_n$  ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) pēc pārvietojuma  $x_n$  (m).

### 2.2.3. Perforētas plāksnes mijiedarbības modelis

Lai vienkāršotu analīzes aprēķinus optimizācijas un sintēzes uzdevumiem, šeit tiek piedāvāts matemātiskais modelis, neņemot vērā šķidrums viskozitāti, tas tiek pieņemts, kā nesaspiežams, nepārtrauktā vidē. Schematiski modelis parādīts 2.17. attēlā.



2.17. att. Spiediena sadalījums taisnstūra šķērsriezuma plakana plāksnes elementam.

Diferenciālā formā spiediena puse [54, 55] tiek piemērota lineāra impulsa izmaiņas teorēma, kas izteikta kā:

$$dm_1 \cdot v \cdot \cos(\beta) = dN_1 \cdot dt, \quad (2.30)$$

$$dm_2 \cdot v \cdot \sin(\beta) = dN_2 \cdot dt, \quad (2.31)$$

$$dm_1 = v \cdot \cos(\beta) \cdot dt \cdot dL_1 \cdot B \cdot \rho, \quad (2.32)$$

$$dm_2 = v \cdot \sin(\beta) \cdot dt \cdot dL_2 \cdot B \cdot \rho, \quad (2.33)$$

kur  $dm_1, dm_2$  – elementārās fluīda masas ar relatīvo ātrumu  $v$  pret slīpajām virsmām;  $dN_1, dN_2$  – elementārie impulsu spēki normāles virzienā pret elementārā laukuma virsmām;  $\beta$  – elementārimpulsa  $dN_1$  leņķis starp plūsmu un virsmu;  $dt$  – laika moments;  $dL_1, dL_2$  – virsmas elementārgarums;  $B$  – platums, kas ir konstants divdimensiju uzdevuma gadījumā;  $\rho$  – blīvums.

No vienādojumiem (2.30 – 2.33) spiedienu perforētās plāksnes sānos var izteikt:

$$\Delta p_1 = v^2 \cdot \rho \cdot (\cos(\beta))^2; \quad (2.34)$$

$$\Delta p_2 = v^2 \cdot \rho \cdot (\sin(\beta))^2. \quad (2.35)$$

Matemātiskajā modelī sūkšanas vai vakuuma zona, kas iegūta no plūsmas simulācijām, kā arī sūkšanas spiediens tieši gar objekta apakšējo malu nelielā slānī, tiek uzskatīts, par nemainīgu un izteikta kā (sk. 2.2. att.):

$$\Delta p_3 = v^2 \cdot \rho \cdot C, \quad (2.36)$$

kur  $C$  – konstante, ko nosaka eksperimentāli vai ar datormodelēšanas palīdzību.  $C$  vērtība mainās no  $0 < C < 1$  zemskaņas ātruma plūsmai.

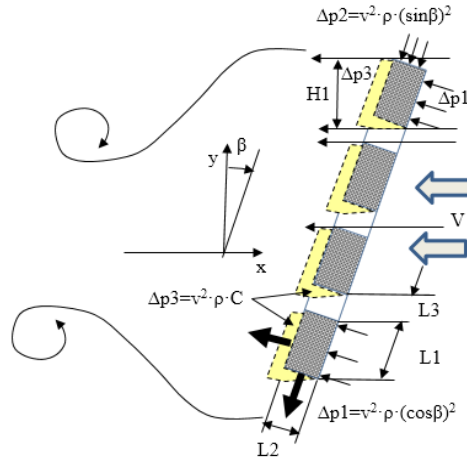
Jaunajā matemātiskajā modelī mijiedarbības spēks –  $IFx$ , iedarbojas uz ķermeni  $x$ -ass virzienā (plūsmas virzienā). Izmantojot klasiskās mehānikas likumus  $IFx$  plakanai 2D plāksnei aptuveni izsaka (2.37):

$$IFx = -B \cdot H \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C + \frac{\cos(\beta)^3 + d \cdot \sin(\beta)^3}{\cos(\beta) + d \cdot \sin(\beta)} \right], \quad (2.37)$$

kur  $d$  – malu attiecība ( $d = L_2 / L_1$ );  $H_1$  – perpendikulārais šķērsriezuma augstums pret plūsmu (2.38) (2.17 – 2.18. att.):

$$H_1 = L_1 \cdot \cos(\beta) + L_2 \cdot \sin(\beta), \quad (2.38)$$

Iegūtās vienādojumu sakarības (2.30 – 2.38) ļauj noteikt plūsmas un objekta perforētas plāksnes mijiedarbības spēkus. Mijiedarbības modelis ir parādīts 2.18. attēlā.



2.18. att. Spiediena sadalījums taisnstūra plakanai perforētai plāksnei šķērsgrīzumā, kur  $L_3$  – perforētā sprauga.

Nevienādība spraugas platumam –  $L_3$  (2.39):

$$L_3 \geq L_2 \cdot \operatorname{tg}(\beta). \quad (2.39)$$

Mijiedarbības spēks visai plāksnei pārrakstot (2.37) iegūst:

$$IFx = -k \cdot B \cdot H_1 \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \left[ C + \frac{\cos[(\beta)]^3 + d \cdot \sin[(\beta)]^3}{\cos[(\beta)] + d \cdot \sin[(\beta)]} \right], \quad (2.40)$$

kur  $k$  – kopējas elementu skaits starp perforējumiem.

Atsevišķi netiek izskatīti speciālie gadījumi spraugai ar ļoti mazu vērtību. Matemātiskais modelis tiek validēts ar eksperimentiem vēja tunelī un datorsimulācijām. Eksperimenti apstiprina, ka mainoties leņķim  $\beta$  pastāv nevienādības sakarība (2.35) un formulu (2.36) var izmantot robežās  $-\pi/4 \leq \pi/4$  un noteiktā konstantes vidējā vērtība  $C = 0.065$ .

#### 2.2.4. 2D perforētas plakanas plāksnes kustības analīzi ar MathCad

Piemērs ar 2D perforētas plāksnes translācijas kustības analīzi MathCad (2.40) – (2.42) parādīts 2.19 – 2.21. attēlā. Modelis ietver lineāru atsperi ar stingrumu  $c$  un lineāru slāpētāju ar konstanti  $b$ . Saskaņā ar tuvināšanas teoriju relatīvo mijiedarbības ātrumu  $V_r$  izsaka šādi:

$$V_r = (V + v), \quad (2.41)$$

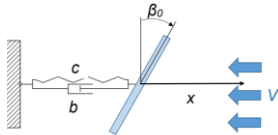
kur  $V$  – plūsmas ātrums;  $v$  – plāksnes ātrums pa  $x$ -asi.

Diferenciālvienādojums plāksnes kustībai pa  $x$  asi ar ļoti mazu biezumu, kad  $d \approx 0$  ir dots (2.42):

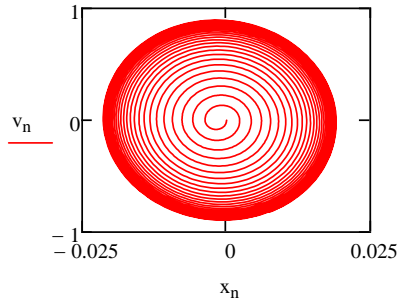
$$m\ddot{x} = -cx - b\dot{x} - A_0 (1 - a \cdot \operatorname{sign}(\dot{x})) \cdot \rho \cdot \left\{ C + (\cos(\beta_0))^2 \right\} \cdot (V + \dot{x})^2 \frac{V + \dot{x}}{|V + \dot{x}|}, \quad (2.42)$$



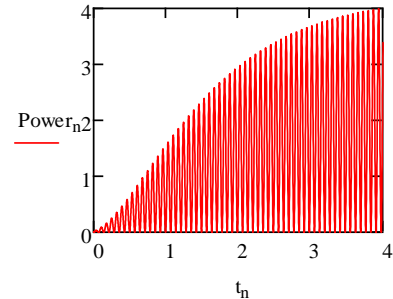
kur  $m$ ,  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$  – masa, pārvietojums, ātrums un paātrinājums plāksnei;  $A_0$  – kontakta laukuma vidējās vērtības parametrs;  $a$  – laukuma maiņas konstante;  $\rho$  – gaisa blīvums;  $C$  – vākuma konstante;  $\beta_0$  – plāksnes leņķis;  $a \cdot \text{sign}(\dot{x})$  – laukuma maiņas adaptīvā kontrole.



2.19. att. Plāksnes modelis vēja plūsmā.



2.20. att. Kustība fāzu plaknē.



2.21. att. Jauda uz ģeneratoru ( $\text{Power} = b \cdot v^2$ ) pēc laika  $t$ .

Modelēšanā izmantotie parametri:  $m = 1.56 \text{ kg}$ ;  $c = 3061 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $b = 5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $A_0 = 0.04 \text{ m}^2$ ;  $a = 0.5$ ;  $C = 0.065$ ;  $V = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $\rho = 1,2047 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\beta_0 = \pi / 6$ . Plašāk rezultāti izklāstīti publikācijā Nr. 11.

### 2.2.5. Secinājumi par apakšnodaļu

- 1) Piedāvātā metode nestacionāra cieta ķermeņa un šķidruma mijiedarbības un kustību sintēzes analīzei izmantojama speciāliem enerģijas ieguves uzdevumiem no fluīda plūsmas.
- 2) Tā kā piedāvātā metode ir tīri matemātiska, tā ļauj vienkāršotā veidā veikt analīzes, optimizācijas un sintēzes uzdevumus šķidruma un cietās ķermeņa mijiedarbībai inženiertehniskām vajadzībām, neizmantojot laiktelpas programmatūru.
- 3) Izstrādāto analītisko modeli var vēl vairāk paplašināt, veicot aprēķinus lidojošo un nirstošu robotu sistēmām papildus īpašiem enerģijas iegūšanas uzdevumiem no šķidruma plūsmas.

## 2.3. Formas optimizācija un mijiedarbības analīze simetriskai prizmai gaisa plūsmā

Atgriežoties pie (2.1.) vienādojuma mijiedarbības spēks –  $\bar{F}^{(F)}$  ir atkarīgs no aerodinamiskā pretestības koeficients –  $D$ , kurš būtiski vairs nemainās, ja Reynoldska skaitlis ir  $\text{Re} > 10^3$ , Eq. (2.43) [50, 56],

$$\text{Re} = \frac{\rho V l}{\mu}, \quad (2.43)$$

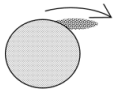
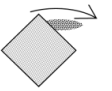

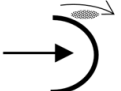
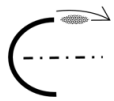
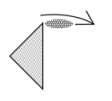
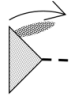
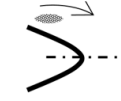
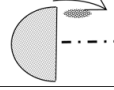
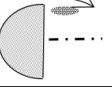
kur  $l$  – raksturīgs garuma izmērs;  $\mu$  – šķidruma dinamiskā viskozitāte;  $V$  – plūsmas relatīvais ātrums;  $\rho$  – fluīda blīvums.

Parasti inženiertehniskajos pētījumos, kad ātrums  $V$  nemainās ne pēc lieluma, ne virziena, Reynoldska skaitļa diapazons (2.43) ( $\text{Re} > 10^3$ ;  $v > 0$ ;  $\mu \rightarrow 0$ ) ļauj izmantot formulu (2.1).



Nestacionāras kustības gadījumā formulu (2.1) nevar izmantot, jo pastāvīgi mainās: kustības ātrums  $V$ , koeficients  $C_d$  un Reynolds skaitlis  $Re$ . Tāpat formas optimizācijas uzdevumam nestacionāras kustības gadījumā izmantojot telpas un laika programmēšanas metodes, ir nepieciešams ieguldīt daudz laika un darba. Tāpēc tiek risināta vienkāršotas metodes izveide inženiertehniskajiem aprēķiniem, ja:  $V = \text{const}$ ;  $Re = \text{const}$ ;  $C_d = \text{const}$ . Formas optimizācijas problēmas risinājuma kritērijs būs objekta (frontālās, aizmugurējās) daļas forma minimālā (vai maksimālā) kritērija vērtības iegūšana.

Vispirms tiek apskatīts stacionārs ķermenis plūsmā ar citu autoru eksperimentālo pētījumu rezultātiem par mijiedarbības spēku (Drag spēks). Tālāk apkopotas mijiedarbības spēka koeficienta vērtības pie dažādām stacionārā objekta formām fluīda plūsmā 2.22. attēls.

 1,17	 1,55	 1,98	 2,30
 1,20	 1,55	 2,00	 2,20
 1,16	 1,16		
1,98 %	0 %	0,5%	2,2 %

2.22. att. Aerodinamiskā pretestības koeficients  $C_d$  2D plūsmā dažādas formas objektiem un tā izmaiņa % [51].

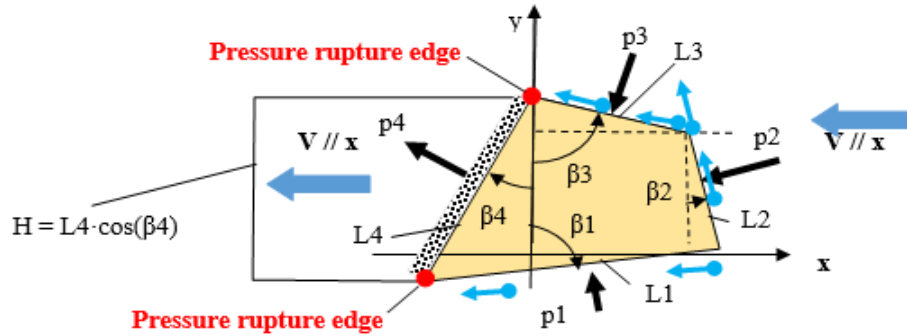
Pēc 2.22. attēla var izdarīt secinājumus:

1. Visiem tehniskajiem aprēķiniem var uzskatīt, ka, līdzīgas formas spiediena (kompresijas) pusē, bet atšķirīgas formas iesūkšanas (vākuma) pusē, “Drag” koeficients ir nemainīgs (2D modeļa precizitāte līdz 2%).
2. Optimizācijas kritērijam, optimizējot dažādas formas, galvenā uzmanība jāpievērš spiediena zonas formai (visvairāk atkarīga  $C_d$  vērtība) vai mijiedarbības laukumam  $A$  (piemēram, izmantojot perforētu formu).
3. Gadījumos, kuros nepieciešams pielikt spēku perpendikulāri plūsmai (cēlējspēkam “lift”) ir jāoptimizē arī iesūkšanas puses forma.
4. Attiecīgi formas optimizācijas kritēriji varētu būt: a) pretestības vai cēlēj spēki; b) vibrāciju slāpēšana; c) ierosmes efektivitāte enerģijas ieguvei no gaisa plūsmas.

Optimizācijas uzdevumu risināšanā ir pieejami plaša analītiskā teorija [1, 57 – 60]. Galvenais uzdevums ir atrisināt plūsmas un objekta mijiedarbību ar aptuvenām analītiskām sakarībām. Šeit sīkāk apskatīti divi gadījumi ar izliekta un ieliektas laužas plaknes četrstūra prizmas modeli.

### 2.3.1. Izliekts laužas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis

Pirmais gadījums izliekts laužas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis, kas parādīts 2.23. attēlā. Spiediens frontālajās plaknēs  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  var izmantot plūsmas kustības daudzuma izmaiņas teorēmu diferenciālā formā (sk. 2.2. apakšnodaļu) un spēku aprēķināt pēc (2.44) vienādojuma:



2.23. att. Izliekta laužas plaknes četrstūra prizmas modelis:  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  – malu garums;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$  – frontālie leņķi;  $H$  – prizmas augstums;  $\leftarrow$  – plūsmas virziena simbols uz ķermeņa virsmas gaisa un ķermeņa mijiedarbības rezultātā

Spiediens frontālajās plaknēs  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  var izmantot plūsmas kustības daudzuma izmaiņas teorēmu diferenciālā formā (sk. 2.2. apakšnodaļu) un spēku aprēķināt pēc (2.44) vienādojuma:

$$\begin{aligned} p_1 &= [V \cdot \cos(\beta_1)]^2 \cdot \rho; & p_2 &= [V \cdot \cos(\beta_2)]^2 \cdot \rho; \\ p_3 &= V^2 \cdot \rho \cdot [\cos(\beta_3)^2 - C_{12} \cdot C_{23} \cdot \cos(\beta_2) \cdot \sin(\beta_3 - \beta_2)]. \end{aligned} \quad (2.44)$$

kur  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  – sānu orientācijas leņķi attiecībā pret plūsmu;  $C_{12}$ ,  $C_{23}$  – konstantes plūsmas ātruma izmaiņai gar plūsmas plaknes līnijas robežslāni laužuma punktos. Piemēram,  $C_{12} = C_{23} = 1$ , kas nozīmē, ka ātrums laužuma vietā nemainās un ir tāds pats kā visai plūsmai sākumā.

Attiecīgi spiedienu  $p_4$  sūkšanas zonā starp abām laužtajām šķautnēm var noteikt ar (2.45) vienādojumu balstoties uz (sk. 2.1. un 2.2. apakšnodaļu):

$$p_4 = C_4 \cdot V^2 \cdot \rho \quad (2.45)$$

kur  $C_4$  ir konstante, piemēram,  $C_4 = 0.5$  (sk. 2.1. apakšnodaļu).

Aprēķinos jāņem vērā, ka šīs formulas ir piemērojamas prizmai, kurai ir izliektas virsmas spiediena zonā, piemēram:

$$0 < \beta_4 < \pi \cdot 2^{-1}; \quad \pi > \beta_4 + \beta_3 > 0; \quad \beta_3 - \beta_2 > 0. \quad (2.46)$$

Izmantojot (2.44) un (2.45) vienādojumus, var iegūt šādas mijiedarbības spēku projekcijas uz  $x$  un  $y$  asīm (2.47), (2.48):

$$\begin{aligned}
-F_x = & V^2 \cdot B \cdot \rho \cdot \{L1 \cdot [\cos(\beta1)]^3 + L2 \cdot [\cos(\beta2)]^3 \\
& + L3 \cdot [\cos(\beta3)^3 - C12 \cdot C23 \cdot \cos(\beta2) \cdot \cos(\beta3) \cdot \sin(\beta3 - \beta2)] \\
& + L4 \cdot C4 \cdot \cos(\beta4)\};
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
-F_y = & V^2 \cdot B \cdot \rho \cdot \{L1 \cdot [\cos(\beta1)]^2 \cdot \sin(\beta1) + L2 \cdot [\cos(\beta2)]^2 \cdot \sin(\beta2) \\
& + L3 \cdot [\cos(\beta3)^2 \cdot \sin(\beta3) - C12 \cdot C23 \cdot \cos(\beta2) \cdot \sin(\beta3) \cdot \sin(\beta3 - \beta2)] \\
& + L4 \cdot C4 \cdot \sin(\beta4)\}.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

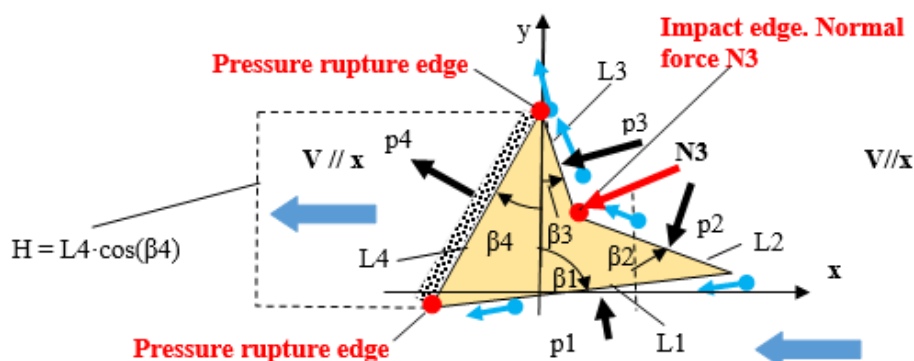
Analizējot vai optimizējot šos spēkus:  $F_x$  – pretestības spēks (gar plūsmas virzienu),  $F_y$  – cēlējspēks (perpendikulārs plūsmas virzienam), papildus jāievēro šādas ģeometriskās saites (2.49), (2.50):

$$L4 \cdot \sin(\beta4) + L3 \cdot \sin(\beta3) + L2 \cdot \sin(\beta2) - L1 \cdot \sin(\beta1) = 0; \tag{2.49}$$

$$L4 \cdot \cos(\beta4) - L3 \cdot \cos(\beta3) - L2 \cdot \cos(\beta2) - L1 \cdot \cos(\beta1) = 0. \tag{2.50}$$

### 2.3.2. Ieliekts lauztas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis

Otrais gadījums ieliekts lauztas plaknes četrstūra prizmas analītiskais modelis, kas parādīts 2.24. attēlā.



2.24. att. Ieliekta lauztas plaknes četrstūra prizmas modelis:  $L1, L2, L3, L4$  – malu garums;  $\beta1, \beta2, \beta3, \beta4$  – frontālie leņķi;  $H$  – prizmas augstums.

Šajā gadījumā uz ieliektās lauzuma malas iedarbojas plūsmas trieciena spēks  $N3$ . Spēks  $N3$  ir perpendikulārs  $L3$  garuma malai, kā parādīts 2.24. attēlā. Saskaņā ar robežslāņa gaisa plūsmas kustības daudzuma izmaiņu, mainot virzienu no malas  $L2$  uz malu  $L3$ , tiek iegūts trieciena spēks  $N3$  (2.51):

$$N3 = L2 \cdot B \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \cos(\beta2) \cdot \sin(\beta2 - \beta3) \cdot [0.5 + 0.5 \cdot \text{sign}(\beta2 - \beta3)]. \tag{2.51}$$

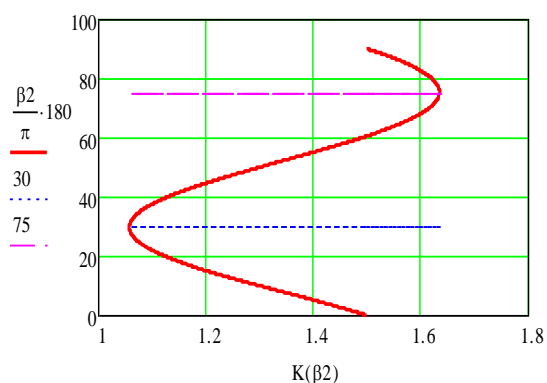
Ieliektas ģeometrijas gadījumā kritērijs ir kad:  $\sin(\beta2 - \beta3) \geq 0$ .

Attiecīgi vienādojumos (2.47), (2.48) mīnuss zīmes daļa iet nost, jo šī mijiedarbības daļa ir līdzvērtīga  $N3$ . Ja tomēr plūsmas mijiedarbībā šāda teorētiskā spēka nav, plūsmai jābūt vienmērīgai pa visu virsmu ar garumu  $L3$  (ieteicams iepriekšējās formulas (2.47), (2.48) aproksimēt pēc iespējas tuvinātāk).

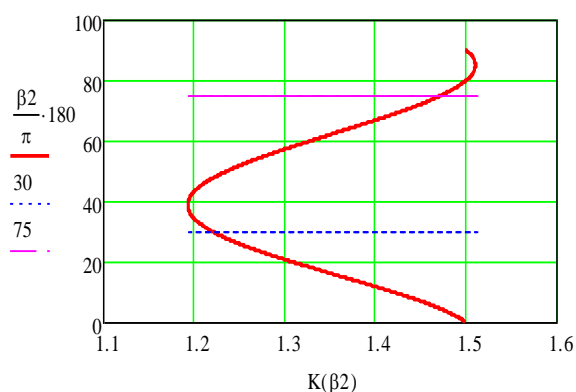
Iegūtās attiecības (2.47), (2.48) ļauj analizēt mijiedarbības ar dažādām prizmatiskām formām, risinot optimizācijas un sintēzes uzdevumus.

### 2.3.3. Formas optimizācijas piemērs četrstūru prizmai ar MatCad

Piemērā parādīts, kā iegūtās analītiskās sakarības ļauj parametru veidā optimizēt šķidruma plūsmas mijiedarbību. Parametru optimizācijas uzdevumā jāanalizē horizontālais spēks  $F_x$  (kritērijs) ar ierobežojumiem, kā minēts vienādojumos (2.49 – 2.51). Dotās malas  $L_2$  un  $L_3$  ir vienādas ar augstumu  $H = \text{konstants}$  un  $\beta_1 = 0$ . Parametri  $V$ ,  $\rho$ ,  $B$  - paliek nemainīgi. Optimizācijas rezultāti (maksimālais, minimālais)  $K(\beta_2) = F_x / (V^2 \cdot \rho \cdot L_2)$  parādīti 2.25. un 2.26. attēlā dažādām  $C_{12}$ ,  $C_{23}$  vērtībām.



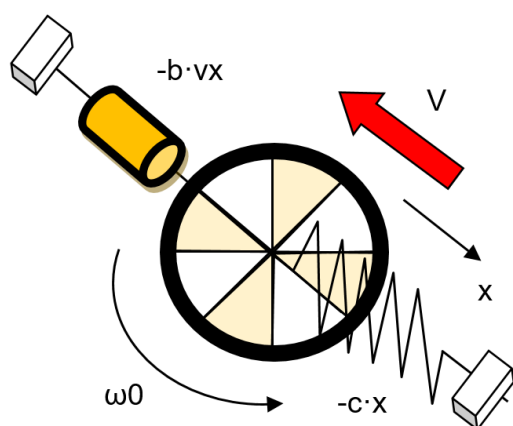
2.25. att. Četrstūra prizmas optimizācijas rezultāti, **pirmais kritērijs**:  $K(\beta_2)$  – pretestības koeficients paralēli plūsmai;  $C_{12} = C_{23} = 1$ .



2.26. att. Četrstūra prizmas optimizācijas rezultāti, **otrais kritērijs**:  $K(\beta_2)$  – pretestības koeficients paralēli plūsmai;  $C_{12} = C_{23} = 0.5$ .

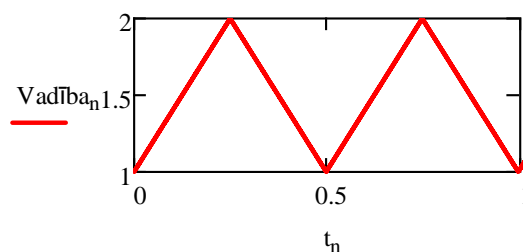
### 2.3.4. Formas optimizācijas piemērs diskveida formas maiņas plāksnei ar MatCad

Plakanas diskveida formas maiņas plāksnes piemērs ar parametru optimizāciju [1] enerģijas iegūšanai no plūsmas. Formas maiņa tiek realizēta, mainot perforējumu laukumu uz plaknes virsmas, modelis parādīts 2.27. attēlā.



2.27. att. Diskveida formas maiņas modelis:  $V$  – plūsmas ātrums;  $-b \cdot vx$  – spēks no generatora;  $-c \cdot x$  – atsperes spēks; rotējošā

$$\text{Vadība} = 1 + \frac{\arccos[\cos(\omega_0 \cdot t)]}{\pi}$$



2.28. att. Diska laukuma maiņas kontrolēšanas vadība.

diska leņķiskais ātrums.

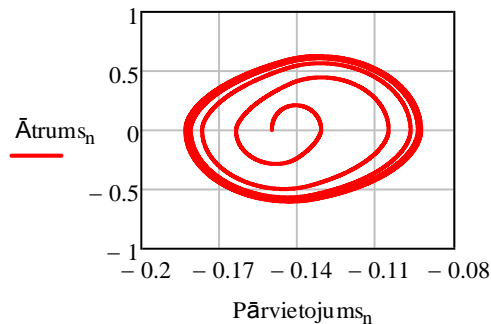
Apskatītā sistēma sastāv: no diviem koncentriskiem apļveida diskiem, kas savienoti centrā; atsperes; lineārā ģenerators plūsmā  $V_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Virsējā diskveida plāksne brīvi griežas virs otra (kas negriežas), abām plāksnēm ir vienāds laukums un pārmaiņus tiek atvērti / aizvērti perforējumi pēc vadības kontroles, kā parādīts 2.28. attēlā.

Kustības diferenciālvienādojums diskveida plāksnes kustībai (2.52):

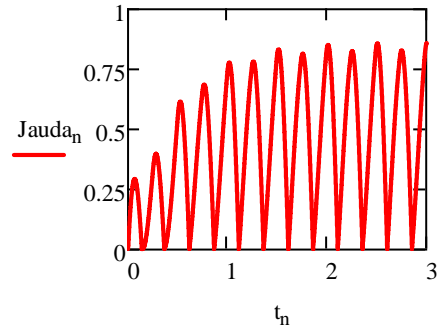
$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - [F_0 \cdot \text{sign}(\dot{x}) - b \cdot \dot{x}] + (1 + C) \cdot \frac{A}{\pi} \cdot [\text{acos}[\cos(\omega_0 \cdot t)] + \pi] \cdot \rho \cdot (-V_0 - \dot{x})^2 \cdot \text{sign}(-V_0 - \dot{x}), \quad (2.52)$$

kur  $c$  – lineārā atsperes stingums,  $F_0$  un  $b$  – lineārā ģenerators slāpēšanas konstantes,  $(1 + C)$  – spiediena un sūkšanas pušu mijiedarbības koeficients,  $V_0$  – plūsmas ātrums,  $\omega_0$  – harmonikas vadības leņķiskā frekvence,  $A$  – nemainīgs laukums,  $\rho$  – gaisa blīvums,  $\text{sign} - +1$  vai  $-1$ .

Parametriskās optimizācijas uzdevums ir atrast kombināciju septiņu parametru ( $m, c, F_0, b, \omega_0, A, V_0$ ) telpā ar dotajām konstantēm, lai iegūtu no plūsmas maksimālo jaudu. Šeit apskatīta trīs parametru kombinācija ( $m, c, \omega_0$ ) optimālās vērtības noteiktas tuvu rezonansei  $\omega_0 = \sqrt{c \cdot m^{-1}}$ . Kustības analīze 2D telpā šim gadījumam parādīta 2.29. – 2.30. attēlā.



2.29. att. Kustība fāzu plaknē:  $x$  – plāksnes pārvietojums;  $v$  – plāksnes ātrums



2.30. att. Jauda plāksnes modelim, kad plūsmas ātrums  $V_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $A = 0.2 \cdot 0.2 \text{ m}$ ;  $\omega_0 = 4\pi \text{ s}^{-1}$ .

### 2.3.5. Secinājumi par apakšnodaļu

- 1) Turpināts attīstīt iepriekš izstrādāto analītisko metodi fluīda un objekta mijiedarbības spēku noteikšanai ieliktaī formai.
- 2) No iegūtajiem rezultātiem var secināt, ka fluīda un ķermeņa mijiedarbības uzdevuma aprēķinos veidojas konstants spiediens plūsmas iesūkšanas zonas robežslānī pie neliela plūsmas (gaisa) ātruma.
- 3) Spiediens sūkšanas zonā gar robežslāni nav atkarīgs no objekta formas, kā to apliecina plūsmas simulācijas, šis pieņēmums ir spēkā tikai ar mazu šķidrums plūsmas ātrumu.

- 4) Pastāv būtiskas atšķirības mijiedarbības spēkos starp izliektām un ieliektām objektu formām. Ieliektas formas nedrīkst tuvināt ar līdzenām virsmām, jo plūsmas ieplūdē papildus veidojās lokālie spēki.
- 5) Formas optimizācijas kritērijiem lielāka ietekme ir spiediena zonas formai. Lai iegūtu plūsmas perpendikulāru mijiedarbības spēku (cēlējspēku), ir jāoptimizē arī iesūkšanas puses (vākuma) forma.
- 6) Piedāvāto metodi var attiecināt uz nestacionāru mijiedarbību, mainoties frontālajam laukumam un mainoties relatīvajam plūsmas ātrumam.

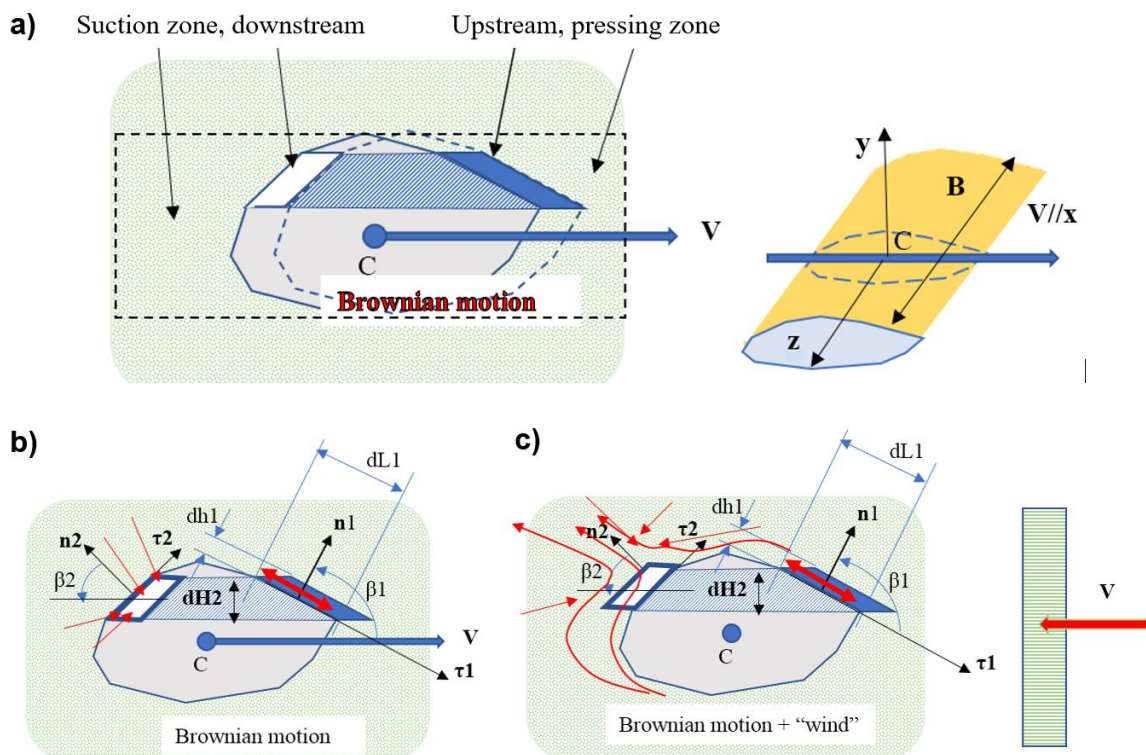
## 2.4 Enerģijas ieguves optimizācija noteiktas ģeometriskās formas prizmām no gaisa plūsmas

Šajā promocijas zinātnisko publikāciju darba kopas apakšnodaļā tiek pētīti trīs iespējamie šķidrums un cietā ķermeņa mijiedarbības gadījumi: stacionārs nekustīgs ķermenis gaisā, nestacionārs ķermenis gaisā un nestacionārs ķermenis gaisa plūsmā. Tiek piedāvāta vienkāršota pieeja mijiedarbības fenomena pētīšanai, izmantojot vienkāršotu fluīda (gaisa) daļiņu un cietā ķermeņa mijiedarbības matemātisko modeli ar kustības daudzuma izmaiņas likumu. Modeļi, kurā netiek ņemta vērā fluīda (gaisa) viskozitāte, bet netiešā veidā tā parādās no skaitliskajiem eksperimentiem konstantes  $C$  viedā. Apakšnodaļas beigās piedāvātā metode tiek izmantota enerģijas ieguves sintēzes un optimizācijas uzdevumos, ņemot vērā mainīgā parametra ietekmi uz prizmas kustību gaisa plūsmā. Matemātiskais modelis ir aprakstīts noteiktas ģeometriskās formas prizmas gadījumiem 2.31. attēls.

Salīdzinot ļoti mazu gaisa elementu spiediena zonā, tiek izmantota kustības daudzuma izmaiņas teorēma diferenciālā formā. Saskaņā ar iepriekš minēto principu (superpozīcijas princips), ņemot vērā  $n_1$  normāles laukuma projekciju pirms un pēc sadursmēm (šķidrums un ķermeņa mijiedarbība), iegūst Brauna vienādojumu (2.53): mijiedarbībai ar prizmu:

$$\begin{aligned}
 m_{10} \cdot VB_1 - (-m_{10} \cdot VB_1) &= -N_1 \cdot dt, \\
 m_{10} &= VB_1 \cdot dt \cdot dL_1 \cdot B \cdot \rho, \\
 p_{10} &= \frac{|N_1|}{dL_1 \cdot B},
 \end{aligned}
 \tag{2.53}$$

kur  $m_{10}$  – Brauna mijiedarbības masa;  $VB_1$  – vidējais gaisa normāles ātrums spiediena zonā;  $N_1$  – normāles spēks mazam elementam no gaisa;  $dt$  – laika solis;  $dL_1$  – apskatītā mazā elementa platums;  $B$  – prizmas augstums perpendikulāri kustības plaknei;  $\rho$  – gaisa blīvums;  $p_{10}$  – atmosfēras spiediens spiediena zonā.



2.31. att. Prizmas modelis: a) ārējā relatīvā plūsmā ap prizmu pie ļoti maziem plūsmas ātrumiem; b) lēna prizmas kustība bezvējā; c) Gaisa mijiedarbības modelis ar stacionāru prizmu.

No prizmas vēja puses gaisa mijiedarbības (spiediena pusē) (2.54):

$$\begin{aligned}
 m_1 \cdot v \cdot \cos(\beta_1) - 0 &= -\Delta N_1 \cdot dt, \\
 m_1 &= v \cdot \cos(\beta_1) \cdot dt \cdot dL_1 \cdot B \cdot \rho, \\
 \Delta p_1 &= \frac{|\Delta N_1|}{dL_1 \cdot B},
 \end{aligned}
 \tag{2.54}$$

kur  $m_1$  – prizmas un gaisa mijiedarbības robežslāņa masa;  $v$  – prizmas ātrums;  $\beta_1$  – leņķis starp ātrumu  $v$  un normāli  $n_1$ ;  $\Delta N_1$  – papildu normāls spēks, kas darbojas uz prizmu;  $\Delta p_1$  – spiediena pieaugums spiediena zonā.

No sešu vienādojumu (2.53), (2.54) sistēmas ir iespējams atrast sešus nezināmos. Diviem nezināmajiem ir papildus jāatrisina (2.55), (2.56):

$$p_{10} = 2 \cdot v B^2 \cdot \rho \cdot dt, \tag{2.55}$$

$$\Delta p_1 = \rho \cdot dt \cdot v^2 \cdot [\cos(\beta_1)]^2. \tag{2.56}$$

Attiecīgi ir iespējams pielietot vienādojumus (2.43) – (2.56) sūkšanas zonā (vākuma pusē). Tomēr uzdevums ir nedaudz sarežģītāks ar kustības daudzuma diferenciāliem sūkšanas zonā: nav skaidrs, kā vienkāršot vienādojumus diferenciālā formā. Tāpēc tiek ierosināts izmantot vienu vai otru hipotēzi. Hipotēze jāpārbauda eksperimentāli vai izmantojot datoru lietojumprogrammas.

### 2.4.1. Izvirzītās hipotēzes uzdevuma vienkāršošanai

**Pirmā hipotēze.** Iesūkšanas zonā spiediena samazinājums  $\Delta p_{21}$  visā virsmā ir nemainīgs un proporcionāls ātruma  $v$  kvadrātam.

No kā izriet:

$$\Delta p_{21} = -\rho \cdot C_1 \cdot v^2, \quad (2.57)$$

$$p_{20} = 2 \cdot VB^2 \cdot \rho \cdot dt; \quad (2.58)$$

kur  $C_1$  – konstante, kas atrasta saskaņā ar eksperimentālo vai skaitlisko modelēšanu;  $VB_2$  – vidējais normālais gaisa ātrums sūkšanas zonā

**Otrā hipotēze.** Sūkšanas zonas spiediena samazinājumā  $\Delta p_{22}$  visā virsmā nav konstants, bet ir proporcionāla ātruma  $v$  kvadrātam, un tas ir atkarīga arī no virsmas laukuma normālā  $n_2$  un arī novietojuma leņķa  $\beta_2$ , tādējādi iegūstot (2.59), (2.60):

$$\Delta p_{22} = -\rho \cdot C_2 \cdot v^2 \cdot \cos(\beta_2), \quad (2.59)$$

$$p_{20} = 2 \cdot VB^2 \cdot \rho \cdot dt, \quad (2.60)$$

kur  $C_2$  ir otrā konstante, kas atrodama tāpat kā  $C_1$ .

Iegūtās diferenciālās attiecības (2.55) – (2.60) var izmantot inženiertehniskās analīzes un sintēzes uzdevumos zemu ātrumu diapazonā. Lai to izdarītu, jāizmanto dotās konfigurācijas prizmas parametri kopā ar objekta virsmas integrālo vienādojumu risinājumu.

Praktiskiem inženiertehniskiem aprēķiniem ieteicams izmantot  $VB_1 = VB_2$  zema ātruma  $v \ll VB_1$  un  $v \ll VB_2$  diapazoniem. Tad  $p_{01} = p_{02} = p_0$ , kur  $p_0$  ir vidējais atmosfēras spiediens ap doto prizmu.

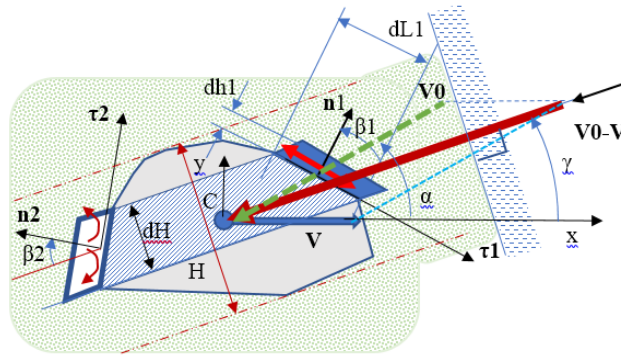
### 2.4.2. Stacionārs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā

Aplūkojot gaisa plūsmas mijiedarbības fenomenu ar stacionāru prizmu (2.31. att. c)). Mijiedarbības process varētu būt atšķirīgs, kā minēts iepriekš objektam translācijas kustībā. Tas notiek tāpēc, ka gaisa daļiņām ir papildu ātrums un papildu kinētiskā enerģija. Tomēr, ņemot vērā mijiedarbības jēdzienu relatīvā kustībā, iepriekš iegūtās formulas (2.55) – (2.60) var pēc tam izmantot inženiertehniskajos aprēķinos, kur  $v$  ir gaisa plūsmas ātrums.

### 2.4.3. Kustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā

Divos iepriekš apskatītajos prizmas kustības gadījumos (t.i., prizmas taisnā kustībā nekustīgā gaisā un fiksētā prizmā gaisa plūsmā) ir iespējams formulēt kustīgas prizmas mijiedarbību kustīgā gaisa plūsmā (2.32. att.).





2.32. att. Kustīgas prizmas modelis gaisa plūsmā

Ir jāpārrēķina relatīvais kustības ātruma  $V_r$  vektors spiediena zonā, nosakot leņķi  $\gamma$  elementārajam paralelogramam ar normālo virzienu  $n_1$  un  $n_2$  (2.32. att.). Uzzīmējot vektorus  $V$  un  $V_0$  uz  $x$  un  $y$  asīm, iegūst (2.61), (2.62):

$$V_r = \sqrt{(-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V)^2 + (-V_0 \cdot \sin(\alpha))^2}, \quad (2.61)$$

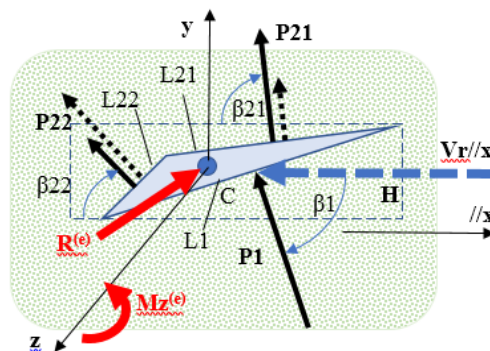
$$\cos(\gamma) = \frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V}{\sqrt{(-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V)^2 + (-V_0 \cdot \sin(\alpha))^2}}, \quad (2.62)$$

kur  $V_r$  – relatīvā ātruma modulis;  $V_0$  – vēja ātrums kā vektors;  $V$  – prizmas lineārās translācijas kustības ātrums kā vektors un  $\alpha$  ir  $V_0$  plūsmas leņķis (2.25. att.).

Izmantojot iegūtās attiecības (2.55) – (2.60), inženieriem ir iespējams atrisināt dažādus šķidrums (gaisa) un prizmas kustības tehniskos uzdevumus. Piemēram, ir iespējams veikt kustību analīzes uzdevumus, kur var iegūt gaisa plūsmas pretestības spēkus. Tas ir vēl svarīgāk, lai atrisinātu problēmas, kas saistītas ar enerģijas iegūvi no šķidrums (gaisa) plūsmas. Var izdarīt secinājums, ka abas hipotēzes ar  $(C_1, C_2)$  piepildās, jo spiediens sūkšanas zonā visās vietās ir aptuveni vienāds un savukārt spiediena zonā dažādās vietējās vietās spiediens ir atšķirīgs (2.2. attēls) un no 2.1. apakšnodaļas rezultātiem  $C \approx 0.5$ .

#### 2.4.4. Trīsstūrveida prizmas optimizēšana translācijas kustībā gaisa plūsmā

Kustības modelis ar noteiktu garumu un leņķiem ir parādīts 2.33. attēlā. kur  $R^{(e)}$  ir ārējie spēki un  $M_z^{(e)}$  moments, nodrošinot trīsstūra prizmas taisnu translācijas kustību.



2.33. att. Trīsstūrveida prizmas kustība vēja virzienā  $V_r // V // x$ .

Optimizācijas uzdevumam vajadzētu noteikt prizmas bremsēšanas ātrumu  $V$ , kas nodrošina maksimālu jaudu mehatroniskajā sistēmā. Kustības diferenciālvienādojums (2.63):

$$m \cdot \ddot{x} = -(V_0 - V)^2 \cdot C_0 + Q. \quad (2.63)$$

Šeit,  $C_0 = B \cdot \rho \cdot [(\cos(\beta_1))^3 \cdot L_1 + C_2 \cdot (\cos(\beta_{21}))^2 \cdot L_{21} + C_2 \cdot (\cos(\beta_{22}))^2] \cdot L_{22}$ ,

kur  $m$  – prizmas masa;  $\ddot{x}$  – ierobežots paātrinājums pa  $x$  asi;  $Q$  – bremsēšanas spēks.

Seko optimizācijas uzdevums, kur dotajiem kustības parametriem  $C_0$ ,  $m$  stacionārā kustībā, ja paātrinājums ir nulle ( $\ddot{x} = 0$ ). Prizmas bremsēšanas spēks  $Q$  mehatroniskajā sistēmā jāatrod ar maksimālo jaudu  $P$ , ko rada gaisa plūsmas spēks.

Šajā gadījumā, bez papildu ierobežojumiem, ir viens optimālais risinājums, kas dots (2.64):

$$V = \frac{V_0}{3}, \quad P = \frac{4 \cdot C_0 \cdot V_0^3}{27}, \quad Q = \frac{4 \cdot C_0 \cdot V_0^3}{9}. \quad (2.64)$$

Kā var secināt no (2.64) vienādojuma (ja mainās plūsmas ātrums  $V_0$ ) reālai sistēmai nepieciešama mehatroniska spēka vadības  $Q$  sistēma.

### Spicas trijstūrveida prizmas kustība vertikālajā plaknē.

Apskatīta asa prizma (kad pret plūsmu vērstās virsotnes iekšējais leņķis ir ļoti mazs) kustība vertikālā plaknē, kad leņķi ir vienādi  $\beta_{22} = \beta_{21} = \beta_1$  (2.34. att).

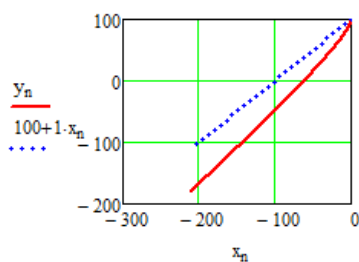
Saskaņā ar iepriekšminēto pirmā modeļa teoriju (izmantojot konstanti  $C_1$ ) asas prizmas kustību vertikālā plaknē raksturo diferenciālvienādojumi (2.65), (2.66):

$$m \cdot \ddot{x} = -[\rho \cdot L \cdot B \cdot (\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha))^2 \cdot (1 + C_1) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{sign}(\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha)) \cdot \sin(\alpha)], \quad (2.65)$$

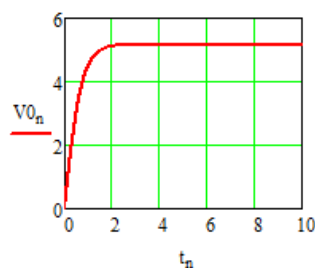
$$m \cdot \ddot{y} = [\rho \cdot L \cdot B \cdot (\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha))^2 \cdot (1 + C_1) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{sign}(\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha)) \cdot \cos(\alpha)] - m \cdot g, \quad (2.66)$$

kur  $\ddot{x}$  un  $\ddot{y}$  ir paātrinājuma projekcijas;  $\alpha$  – leņķis starp parasto un vertikālo virzienu;  $\text{sign}$  ir  $\pm 1$ , atkarībā no funkcijas iekavās;  $g$  – brīvās krišanas paātrinājums.

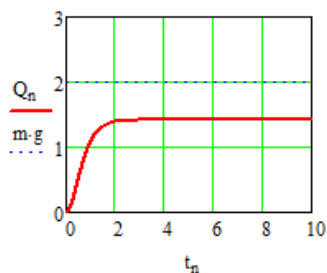
Iegūtie vienādojumi ļauj atrisināt analītiskās un parametriskās optimizācijas problēmas dotajā nestacionārā kustības gadījumā. Turklāt jāatzīmē, ka šī kustība ir tuvu putna planēšanai vai niršanas kustībai gaisā. Planēšanas kustības aprēķina piemērs parādīts zemāk. 2.34. – 2.37. attēlā. Visi parametri doti SI sistēmā  $\rho = 1.25$ ;  $L \cdot B = 0.04$ ;  $m \cdot g = 2$ ;  $C_1 = 0.5$ ;  $\alpha = \pi / 4$ .



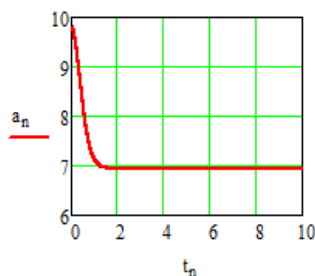
2.34. att. Masas centra kustības trajektorija vertikālā plaknē, sākum koordinātas  $(x, y) = (0, +100)$ .



2.35. att. Ātruma projekcija uz prizmas normāli.



2.36. att. Gaisa mijiedarbības frontālais spēks.



2.37. att. Kopējais prizmas paātrinājums ar kritienu un planēšanu. Attēlā redzams, ka viskozie spēki, kas minēti raksta sākumā, netiek ņemti vērā.

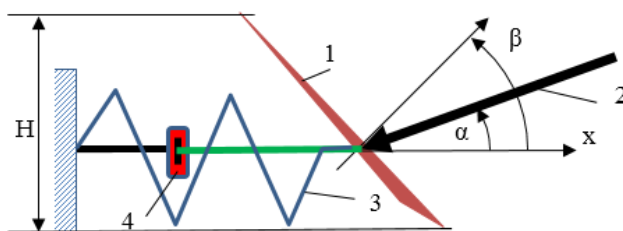
Iegūtie modelēšanas rezultāti apliecina, ka ātruma projekcija perpendikulāri asai prizmai sasniedz terminālā ātruma vērtību un turpmāk nemainās. Tomēr šajā virzienā nav paātrinājuma komponenta. Attiecīgi paātrinājums tangentes virzienā kļūst nemainīgs, bet ātruma komponents ar laiku palielinās lineāri. Tas nozīmē, ka, lietojot praksē, ir jāievēro gaisa viskozitāte, vai jāizmanto reāla prizma ar neasu priekšējo virsmu.

#### 2.4.5. Enerģijas ieguves sintēzes un optimizācijas uzdevums

Dotās problēmas aprakstam tiek izmantota iepriekš iegūtā sakarība asai trīsstūrveida prizmai 1, kuras kustība ir vērsta pret vēja plūsmu 2 (2.38. att.). Kustība notiek pa  $x$  asi leņķī  $\alpha$  pret plūsmu. Apskatīts gadījums, kad prizma ir piestiprināta pie pamatnes ar elastīgu atsperi 3. Enerģiju iegūst ar elektrodinamisko slāpēšanas sistēmu 4. Saskaņā ar izteiksmi (2.63), kustības diferenciālvienādojums ir (2.67):

$$m \cdot \ddot{x} = -f(x) - D(\dot{x}) - A \cdot \rho \cdot (V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2 \cdot \text{sign}(V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta)), \quad (2.67)$$

kur  $f(x)$  – atsperes raksturojums;  $D(\dot{x})$  – elektrodinamisko slāpēšanas sistēmas spēks;  $A$  – spiediena zonas prizmas laukums, kā iepriekš:  $A = L \cdot B$ .



2.38. att. Enerģijas ieguves modeļa darba princips, izmantojot gaisa – ķermeņa (asu trīsstūrveida prizmu – 1) mijiedarbību ar vēja plūsmu – 2, elastīgo atsperi – 3 un elektrodinamisko slāpēšanas sistēmu – 4.

Iepriekš iegūtais vienādojums (2.67) ļauj atrisināt visa veida analītiskās, optimizācijas un sintēzes problēmas, ja tiek formulēts kritērijs ar noteiktajiem sistēmas un vadības parametru ierobežojumiem.

Piemēram, mēs atrisinām sintēzes problēmu, kur laukums  $-A$  var mainīties, izmantojot perforētu plāksni. Ņemot vērā lineārās atsperes gadījumu un lineāru elektrodinamisko bremžu sistēmu vienādojumu (2.67) izsaka kā (2.68):

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b(\dot{x}) \cdot \dot{x} - A(\dot{x}, x, t) \cdot \rho(V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2 \cdot \text{sign}(V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2, \quad (2.68)$$

kur  $c$  – atsperes elastība;  $b(\dot{x})$  – elektrodinamiskās slāpēšanas sistēmas vadības spēks;  $A(\dot{x}, x, t)$  – apgabala variācijas kontroles darbība atkarībā no sintēzes uzdevuma ātruma, koordinātes un laika.

Enerģijas optimizācijas uzdevumā jāanalizē elektrodinamiskās sistēmas jauda  $P$  (2.69):

$$P = d(\dot{x}) \cdot \dot{x}^2. \quad (2.69)$$

#### 2.4.6. Modelēšanas rezultāti un secinājumi prizmai ar maināmu laukumu gaisa plūsmā

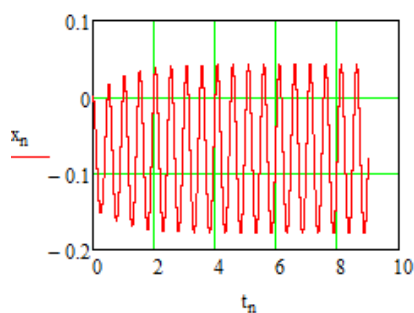
Apskatīts gadījums enerģijas ieguvei no plūsmas, ja laukums mainās uzreiz, atverot vai aizverot perforāciju. Pieņemsim vienkāršāko vēja plūsmas virzienu paralēli prizmas kustības asij  $\alpha = 0$  un ar optimālo leņķi  $\beta = 0$  (2.38. att.). Kustības diferenciālvienādojums ir (2.70):

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} - (1 + C_1) \cdot A \cdot (a_0 - a_1 \cdot \text{sign}(\dot{x} + \Delta v)) \cdot \rho(V_0 + \dot{x})^2 \cdot \text{sign}(-V_0 - \dot{x}), \quad (2.70)$$

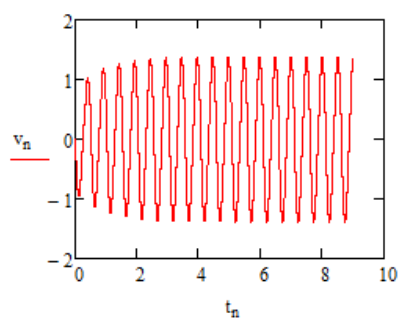
kur  $b$ ,  $C_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $\Delta v$  ir konstantes.

Vienādojums (2.70) jāatrisina skaitliski, enerģijas ieguves efektivitāti novērtējot pēc (2.69), kur kritērijs ir jauda.

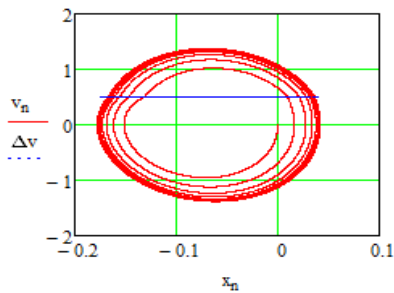
Zemāk ir parādīts plāksnes modelēšanas piemērs, kurā tiek izmantotas SI sistēmas mērvienības. Iegūtie rezultāti parādīti 2.39. – 2.42. attēlā, modelējot ar parametriem:  $m = 0.5$  kg;  $c = 80$  kg·sec<sup>-2</sup>;  $b = 0.5$  kg·sec<sup>-1</sup>;  $C_1 = 0.5$ ;  $A = 0.04$  m<sup>2</sup>;  $a_0 = 0.75$ ;  $a_1 = 0.25$ ;  $\Delta v = 0.5$  m sec<sup>-1</sup>;  $\rho = 1.25$  kg m<sup>-3</sup>;  $V_0 = 10$  m sec<sup>-1</sup>.



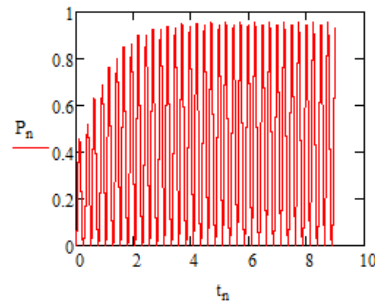
2.39. att. Mainīga laukuma prizmas pārvietojums pēc laika.



2.40. att. Mainīga laukuma prizmas ātrums pēc laika.



2.41. att. Kustība fāzu plaknē.



2.42. att. Saražotā jauda laika intervālā.

No attēliem no 2.32. – 2.36. attēliem var izdarīt šādus secinājumus:

1. Aerodinamiskajā sistēmā ir iespējams ierosināt stabilu svārstību kustību, mainot perforētās plāksnes mijiedarbības laukumu.
2. perforāciju atvēršanu un aizvēršanu var vadīt ar mehatronisku sistēmu.
3. Ir otra mehatroniskā sistēma enerģijas ģenerēšanai, kas samazina svārstību ātrumu un ražo enerģiju.

## 2.5. Secinājumi par nodaļu

1. Šajā darbā ir izstrādāta jauna metode aptuvenas plūsmas un nekustīgas ķermeņa mijiedarbības aprēķināšanai: kustīgam ķermenim ar mazu gaisa plūsmas ātrumu, nekustīgam ķermenim gaisa plūsmā un kustīgai prizmai gaisa plūsmā. Tiek pieņemts, ka šķidrums ir laminārs, šķidrums ir nesaspiežams un fluīda viskozitāte netiek ņemta vērā matemātiskajā modelēšanā, bet kā alternatīva tiek izmantots mijiedarbības koeficients (konstante), kas apskatīts 2.1. apakšnodaļā no pie skaitliskās simulācijas rezultātiem.
2. Tiek iegūts stabils rezultāts enerģijas ieguvei ar mainīga laukuma prizmām (2.41. att.). Lai arī iegūtā jauda ir maza, piedāvātā teorija (superpozīcijas princips) palīdz identificēt cēloni un dod iespēju strādāt pie efektivitātes uzlabošanas. Ierosinātais princips izskaidro viegli saprotamā un tiešā veidā matemātisko būtību. Tika konstatēts, ka alternatīva pieeja cieta ķermeņa un fluīda (gaisa) mijiedarbības parādības enerģijas ieguves aprēķināšanā, izmantojot vienkāršu matemātisko modeli, ir praktiski pielietojama, neizmantojot tradicionālās CFD virpuļa izraisītās vibrāciju metodes.
3. Promocijas zinātnisko publikāciju kopas darbā izstrādātā metode palīdz vienkāršoti veikt analīzes, optimizācijas un sintēzes uzdevumus objektu mijiedarbībai ar šķidrumiem objektam translācijas kustībā. ņemot vērā tikai ķermeņa un šķidrums mijiedarbības koeficientu. Teoriju var attiecināt uz jebkuras sarežģītības ķermeņa šķidrums mijiedarbību, ja tas paredzēts matemātiska rakstura darbībām.

### 3. CITI FLUĪDA DINAMIKAS PĒTĪJUMI

Pieprasījums pēc autonomām efektīvām borta enerģijas ierīcēm mūsdienās ir ļoti liels, īpaši veicot uzdevumu bezpilota iekārtās, kur enerģijas iegūšana no vides ir kritiski svarīga. Autonomiem transportlīdzekļiem, kas pārvietojas ar šķidrums palīdzību, ir iespējas izmantot dažādus enerģijas ieguves paņēmienus, apvienojot tos, ar kustības nodrošināšanas piedziņas mehānismu. Šeit promocijas darba zinātnisko publikāciju kopas 3. daļas pirmajās divās apakšnodaļās tiek apskatīta zivs astes darbības principa piedziņa ar plaknes locišnos / vibrēšanu kustības nodrošināšanai. Elastīgas laukuma maiņas tipa vibrējoša (astes vai spārnu) struktūra ir labāka, lai palielinātu enerģijas efektivitāti, salīdzinot ar fiksēta laukuma tipa konstrukcijām, taču šādas elastīgās struktūras galvenais trūkums ir tāds, ka to ietekmē dotā šķidrums viskozā daba. Šis pētījums vērsts uz jaunas pieejas izstrādi enerģijas ieguvei borta resursu akumulatora papildināšanai no apkārtējā vides. Mērķis ir izveidot autonomu transportlīdzekli, izmantojot struktūras vibrācijas ar mainīgu laukumu (perforēta plāksne, kā astes spura). Robotizētās zivis ir konstruētas tā, lai astes spuras pārvietojoties izmanto ūdeni, bet uzlādes laikā vērš asti ārā no ūdens gaisa plūsmā. Tiek samazināts nepieciešamo akumulatoru novietošanas daudzums, samazinot svaru un telpu. Līdz ar to parādās arī negatīvie aspekti, jāveic daudz enerģijas atjaunošanas etapu, lai veiktu uzlādi patērējot vairāk laika misijas veikšanai. Visi procesu raksturojošie vienādojumi tiek veidoti saskaņā ar klasiskajiem mehānikas likumiem, plašāk par pētījumu, publikācijās Nr. 2, 25. Papildus pie šīs zinātnisko publikāciju kopas sadaļas jāatzīmē darbs pie Frānsisa turbīnas tipa enerģētiskās iekārtas, plūsmas izraisītās vibrāciju un to radīto efektu dažādos darba režīmos izpētes, par ko vairāk publikācijā Nr. 13.

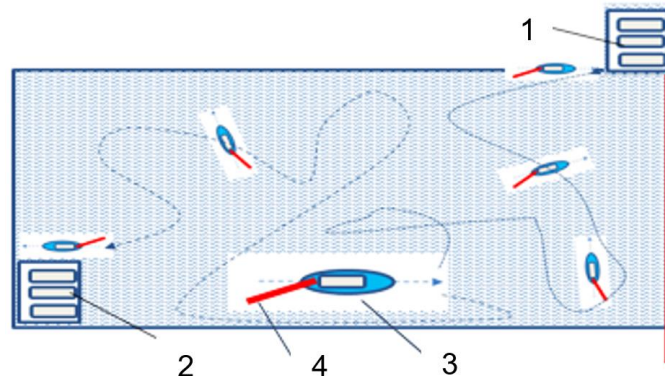
Promocijas darba zinātnisko publikāciju kopas 3. daļas trešajā apakšnodaļā analizēta dubultplāksnes svārstību kustība vertikālajā plaknē, mijiedarbojoties ar fluīda (gaisa) plūsmu. Modelis sastāv no divām plāksnēm, kas savstarpēji savienotas ar rotācijas šarnīru un viena no tām pievienota pie pamatnes arī ar rotācijas šarnīru. Apskatīts gadījums, kad fluīds plūst horizontālā virzienā, bet plāksnes pārvietojas ap šarnīriem vertikālā plaknē. Veikts eksperiments vēja tunelī pie dažādiem plūsmas ātrumiem, pēc tā analīzes izveidots analītiskais modelis. Tiek pieņemts, ka šķidrums plūsma ir lamināra. Plāksņu mijiedarbība ar plūsmu apraksta, kā lokalizētu daļiņu mijiedarbību ar plāksnēm, izmantojot masas centra un rotācijas momenta izmaiņas teorēmu mehāniskai sistēmai. Tiek pētīta sistēma ar divām brīvības pakāpēm. Mijiedarbība ar šķidrumu tiek tuvināta ar kvadrātisku sakarību plūsmas relatīvajam ātrumam, ņemot vērā kustības virzienu. Iegūto vienādojumu sistēmu izmanto kustības simulēšanai publikācija Nr. 18.

Promocijas darba zinātnisko publikāciju kopas 3. daļas pēdējā ceturtajā apakšnodaļā veiktas ūdens pretestības simulācijas motorizēta SUP (Stand Up Paddle) dēļa piedziņas spuras ūdens ieplūdes/izplūdes kanāla konstrukcijai. Piedziņas spura ir piestiprināta pie dēļa un fiksējas ar standarta mehānismu. Skaitļošana tika veikta, izmantojot SolidWorks Flow Simulation programmatūru ar mērķi pilnveidot piedziņas spuras spiediena zonas formu ar minimālu pretestības spēku no šķidrums plūsmas un, iespējams, lielāku ieplūdes ātruma

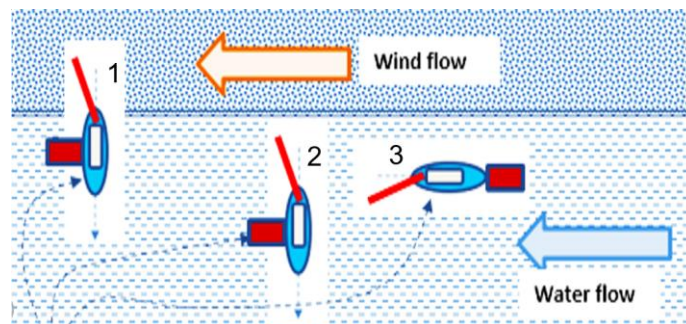
attiecību. Modelēšanas rezultāti parādīja, ka spiediena zonas forma rada ievērojamu frontālo pretestību, aprēķini parādīja, ka malu noapaļošana nodrošināja 35% no pretestības koeficienta samazinājuma, bet turpmāka pilnveidošana samazināja to, līdz papildu 10%, publikācija Nr. 23.

### 3.1. Mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijas šķidrumā enerģijas ieguvei

Autonomas robotizētas zivs iekārtas darbības princips parādīts 3.1. un 3.2. attēlā.



3.1. att. Autonomā zemūdens transportlīdzekļa (AZT) darbības un kustības trajektorija: 1 – akumulatora uzlādes vai apmaiņas stacija (sausais doks); 2 – akumulatora uzlādes vai apmaiņas stacija (zemūdens); 3 – zivs korpuss; 4 – perforēta aste spura.

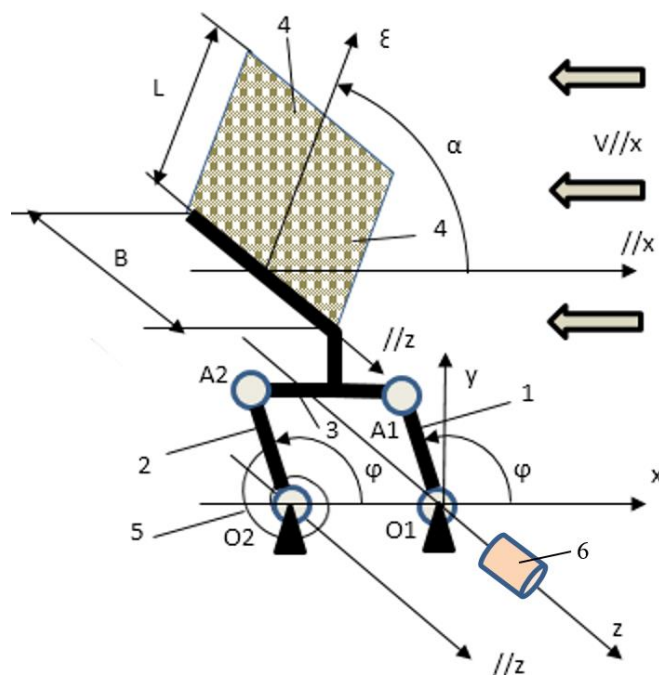


3.2. att. AZT barošanas bloku uzlādes sistēma bez dokiem: 1 – uzlādes sistēma, izmantojot aste svārstīšanos vēja plūsmā. 2, 3 – uzlādes sistēma, izmantojot aste svārstības paralēli un perpendikulāri ūdens plūsmai (nākotnes koncepcija).

#### 3.1.1. Aste spuras translācijas kustības sistēma ar lineāru atsperi

Robotizētas zivs perforētas plāksnes aste modelis parādīts 3.3. attēlā. Plāksnes vai aste spura ar platumu  $B$  un garumu  $L$  pieņemot, ka sistēmai ir viena brīvības pakāpe, ja perforētā plāksne attiecībā pret vēju (fluīda plūsmu) ir leņķī  $\alpha$ ; un stieņi 1 un 2 leņķī  $\varphi$ , kas vērsti pret vēja virzienu. Lai nodrošinātu efektīvu griešanos gar  $z$  asi, izmanto lineāru atsperi ar stingrumu  $c$ . Elektroģenerators, kas paredzēts enerģijas iegūšanai, ir novietots uz  $z$  – ass.





3.3. att. Vibrējoša perforēta astes spura ar lineāru atsperes modeli: 1, 2 – divi vienāda garuma stieņi; 3 – trīsdimensiju šķērsstienis XY un YZ plaknēs; 4 – perforēta plāksne ar platumu  $B$  un garumu  $L$ ; 5 – vērpes atsperē ar rotācijas stingrumu  $c$ ; 6 – elektroģenerators.

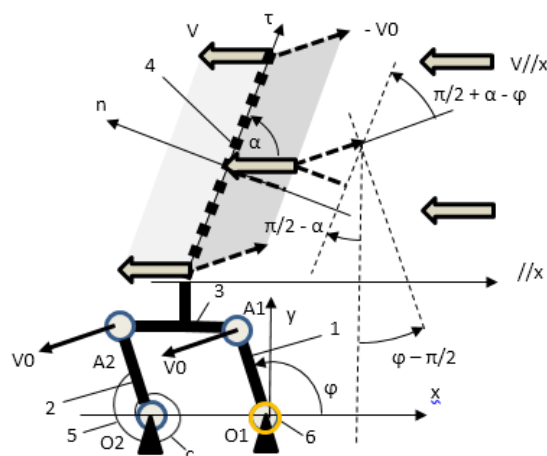
Vēja plūsmas mijiedarbības spēkus  $Q$  var aprēķināt pēc aptuveniem aprēķiniem saskaņā ar mehānikas teoriju (3.1):

$$Q = B \cdot L \cdot MCP \cdot \rho(1 + C) [V \sin(\alpha) - \omega \cdot r \cdot \cos(\alpha - \varphi)]^2 \text{sign}[V \sin(\alpha) - \omega \cdot r \cdot \cos(\alpha - \varphi)], \quad (3.1)$$

kur  $B$  – plāksnes platumu;  $L$  – garums;  $MCP$  – perforētas plāksnes mehātroniskās vadības funkcija;  $\rho$  – fluīda (gaisa) blīvums;  $V$  – vēja ātrums;  $\alpha$  – plāksnes leņķis attiecībā pret vēju;  $r$  – stieņu 1 un 2 garums;  $\varphi$  – stieņu 1 un 2 leņķis;  $\omega$  – stieņu 1 un 2 leņķiskais ātrums;  $C$  – plūsmas mijiedarbības konstante.

Vienādojumu (3.1) palīdz saprast astes spuras sistēma x-y plaknē. Aprēķina astes spuras un šķidrums plūsmas relatīvā ātruma projekciju pa normāli  $n$  (3.4. att.). Relatīvā ātruma projekcija ir atkarīga no plūsmas ātruma vektora  $V$  virziena un lieluma, kā arī no spuras plaknes pārvietošanās ātruma  $V_0 = \omega \cdot r$  (3.4. att.). Saskaņā ar mehānikas teoriju, mijiedarbības komponentus, kas ir paralēli spuras plaknes  $\tau$  asij, var neņemt vērā; tādējādi aiz astes spuras mijiedarbības komponentus raksturo nemainīgs  $C$  (3.1), (sk. Iepriekšējo 2.2. apakšnodaļu).





3.4. att. Sānu skats x-y plaknē perforētas astes spuras modelim

Dotajai elektromehāniskajai (mehatroniskajai) sistēmai (3.4. att.) ar vienu brīvības pakāpi kustības diferenciālvienādojums ir:

$$J_z \cdot \ddot{\varphi} = -Q \cdot r \cdot \cos(\varphi - \alpha) - c(\varphi - \varphi_0) - b \cdot \omega, \quad (3.2)$$

kur  $J_z$  – konstante, kas ietver sistēmas elementu masas un inerces momentus kinētiskās enerģijas izteiksmē.  $\ddot{\varphi}$  – stieņu 1, 2 vai ģenerators 6 leņķiskais paātrinājums;  $c$  – lineārās vērpes atsperes stingums,  $\varphi_0$  – neitrālais atsperes pagrieziena leņķis,  $b$  – ģenerators lineārās mijiedarbības koeficients,  $\omega$  – ģenerators vai stieņu 1 un 2 leņķiskais ātrums.

MCP laukuma maiņas vadības funkcija izvēlēta šāda (3.3):

$$MPC = C1 + C2 \cdot \text{sign}(\omega - \Delta), \quad (3.3)$$

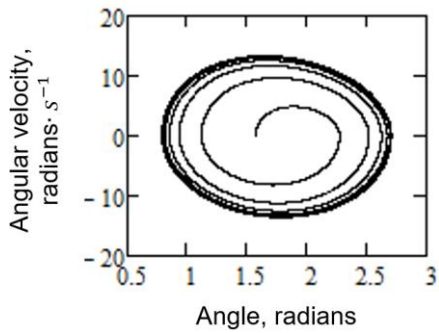
kur  $C1$ ,  $C2$  – pozitīvas konstantes, vienmēr mazākas par 1 un  $C1 > C2$ ,  $\Delta$  – mazi leņķiskā ātruma parametri, kas svārstās starp +1 vai -1.

Vienādojums (3.2) ir nelineārs, un tā risinājums jāmeklē skaitliskā formā. Turklāt jāatzīmē, ka vienādojumā ir daudz parametru, kuru vērtības būtu ieteicams optimizēt energoefektivitātes uzlabošanai.

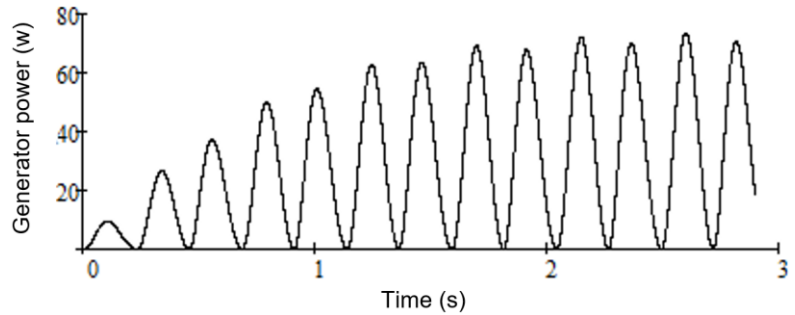
### 3.1.2. Astes spura ar lineāru atsperi translācijas kustības 2D modelēšana

Skaitliskai modelēšanai tika izvēlēta neliela plāksne ar izmēriem  $L = 0,25$  m un  $B = 0,4$  m, lai pārbaudītu apskatāmās sistēmas veiktspēju. Tika pieņemts, ka vēja plūsmas ātrums ir konstants  $V = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Attiecīgi apgabala maiņas mehatroniskie parametri:  $C1 = 0.55$ ,  $C2 = 0.45$ ,  $\Delta = 0.1$  rad. Stieņu 1 un 2 garumi un atsperes stingums:  $r = 0.25$  m,  $c = 40 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ . Pārējie parametri:  $\varphi_0 = \pi/2$  rad,  $\alpha = \pi/2$  rad,  $b = 0.4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $C = 0.5$ ,  $\rho = 1.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Grafikos parādīta lineārās atsperes funkcijas sistēmas kustības raksturs.



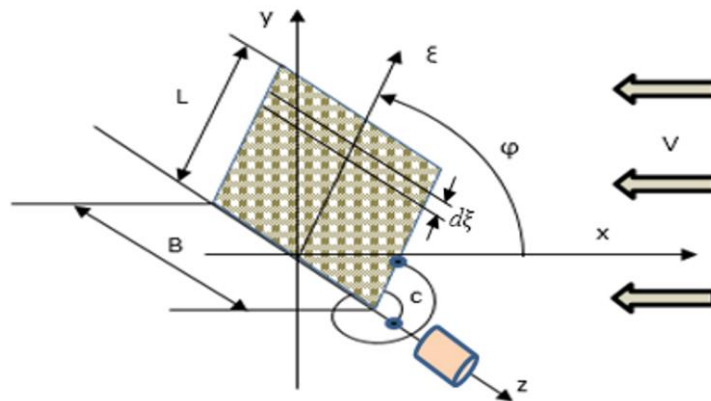
3.5. att. Kustība fāzu plaknē



3.6. att. Ģeneratora momentānā jauda.

### 3.1.3. Astes spuras plaknes rotācijas kustības sistēma ar nelineāru atsperi

Modelis sastāv no līdzīgas perforētas plāksnes (astes spuras) ar platumu  $B$  un garumu  $L$ . Plāksnei ir viena brīvības pakāpe ar leņķi  $\varphi$ . Tā var pagriezties ap fiksētu asi  $z$ . Nelineāras atsperes modelis 3.7. attēlā.



3.7. att. Vibrējošas astes plaknes spuras modelis ar nelineāru atsperi.

Saskaņā ar klasiskās mehānikas likumiem vēja mijiedarbības spēka moments  $M_z$  pret rotācijas asi  $z$  izsaka vienādojums (3.4):

$$M_z = B \cdot MCP \cdot \rho \cdot (1 + C) \cdot \int_0^L \left[ (V \cdot \sin(\varphi) - \xi \cdot \omega)^2 \xi \cdot d\xi \cdot \text{sign}(V \sin(\varphi) - \xi \cdot \omega) \right] \quad (3.4)$$

kur  $\xi$  – plāksnes mazā kvadrāta radiālā koordināta,  $d\xi$  – koordinātas diferenciālis (3.7. att.). pārējie parametri vienādojumā (3.4) ir tādi paši kā iepriekšējā (3.1) & (3.2). Šeit jāpiebilst, ka maziem ātrumiem  $V$  relatīvā ātruma virziens vienādojumā (3.4) var mainīties un variējot no +1 līdz -1.

Ņemot pozitīvu vērtību, iegūst vienādojumu (3.5):

$$M_z = B \cdot MCP \cdot \rho \cdot (1 + C) \left[ \frac{L^4 \cdot \omega^2}{4} - \frac{2L^3 \cdot V \sin(\varphi) \omega}{3} + \frac{L^2 \cdot V^2 \cdot [\sin(\varphi)]^2}{2} \right]. \quad (3.5)$$

Šajā gadījumā perforētās plāksnes kustības diferenciālvienādojums ir:

$$J_z \cdot \ddot{\varphi} = M_z - c(\varphi) - b \cdot \omega, \quad (3.6)$$

kur  $c(\varphi)$  – vērpes atsperes nelineārais griezes moments. Pārējās vērtības vienādojumā (3.6) ir tādas pašas, kā iepriekš minētās. Šajā pētījumā tika izmantota daļēja lineārā vērpes atsperē, kurai ir šādas īpašības:

$$-c(\varphi) = -c(\varphi - \varphi_0) - c \cdot K(\varphi - \varphi_0) \cdot [0.5 - 0.5 \operatorname{sign}(\varphi - \varphi_0)], \quad (3.7)$$

kur  $K$  ir atsperes nelinearitātes konstante.

Saskaņā ar (3.6) un (3.7) vienādojumiem perforētās plāksnes rotācijas kustība fāzes plaknē ar  $K = 10$  parādīta 3.8. attēlā. Tāpat griezes momenta līkne ir parādīta 3.9. attēlā. Plāksnes malas relatīvā ātruma  $V_r$  projekcijas vērtība pret normāli ir:

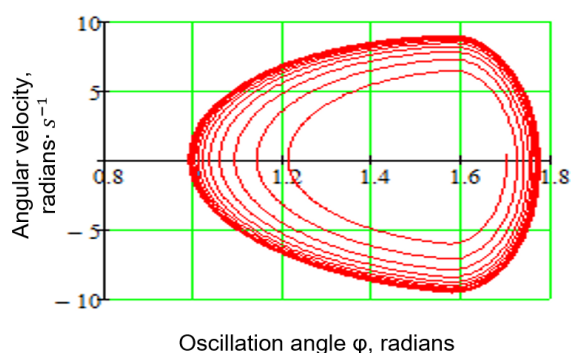
$$V_r = V \sin(\varphi) - L \cdot \omega. \quad (3.8)$$

Saskaņā ar vērtību no (3.5) vienādojuma, atrastai no integrāļa (3.4) vienādojumā, projekcijai (3.8) vienādojumā jābūt pozitīvai:

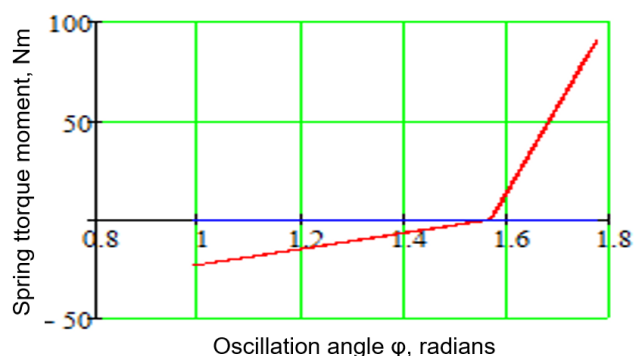
$$V_r = V \sin(\varphi) - L \cdot \omega \geq 0 \quad (3.9)$$

### 3.1.4. Astes spura rotācijas kustība ar nelineāru atsperi 2D modelēšana

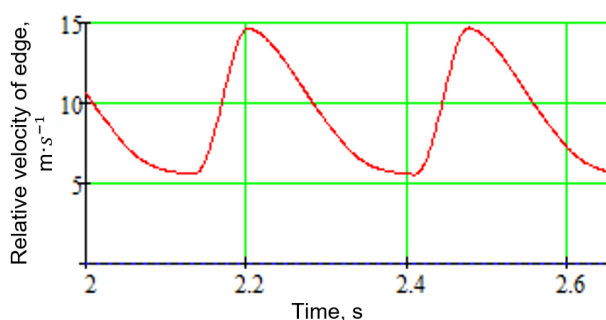
Šajā skaitliskās modelēšanas piemērā, tāpat kā (3.9) vienādojumā, izpildās nevienlīdzības nosacījums, kā tas redzams 3.10. attēlā. Rotācijas modeļa grafiskās analīzes beigās, redzama elektriskā ģeneratora momentāno jaudu (3.11. att.).



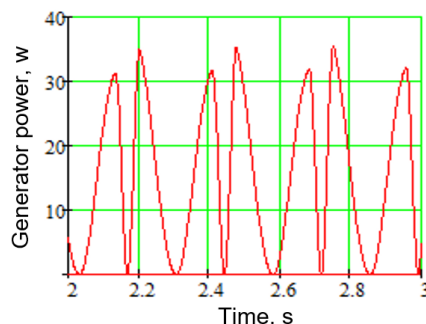
3.8. att. Perforētās plāksnes rotācijas kustība fāzu plaknē ar  $K = 10$ .



3.9. att. Rotācijas atsperes nelineārais griezes moments.



3.10. att. Plāksnes malas relatīvais ātrums  $V_r$  kā laika  $t$  funkcija.



3.11. att. Elektroģeneratora jauda kā laika  $t$  funkcija.

### 1.3.5. Secinājumi par apakšnodalu

No teorētiskajiem rezultātiem var izdarīt secinājumus.

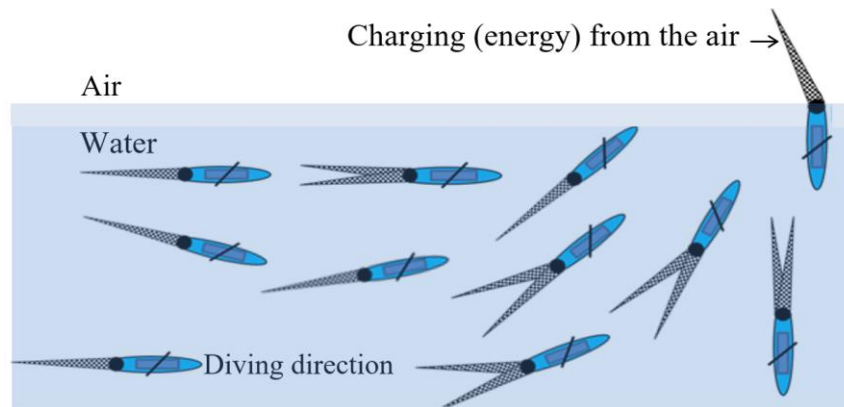
- 1) Stabils konstrukcijas svārstības no pastāvīgas vēja plūsmas, piemēram, astes spuras vai spārna var iegūt, ja mehatroniski maina perforētās plāksnes darbības laukumu. Stabils svārstību režīms tiek iegūts dažu ciklu laikā.
- 2) Iegūtā ģenerators momentānā jauda nav liela, iemesls ir, perforētās plāksnes mazais laukums. Kā arī lai palielinātu efektivitāti, obligāti jāveic parametriskā optimizācija.
- 3) No teorētisko rezultātu analīzes var secināt, ka ir iespējams realizēt efektīvu svārstību enerģijas ieguves no fluīda plūsmas robotizētas zivs vai citas formas fiziskam modelim.

## 3.2. Dubultā pievada modelis mainīga laukuma cieta ķermeņa struktūras vibrācijām šķidrumā enerģijas ieguvei

Tiek izpētīts vienkāršs divkāršs pārslēgšanas izpildmehānisms, kas var pārslēgties starp vienkāršu plakanu plāksni un perforētu plāksni galējās (leņķa) pozīcijās, izmantojot efektīvu mehatronisku mehānismu, lai pārvarētu darba vides viskozos spēkus. Mērķis ir izstrādāt jaunu pieeju enerģijas ieguvei, izmantojot netradicionālu piedziņu un enerģijas atjaunošanas iespēju, izmantojot dubulto mainīga laukuma vibrācijas tipa izpildmehānismu. Tāpat kā iepriekšējais modelis, uzlādēšanas laikā enerģijas iegūšanai tiek izmantota apkārtējā vide (gaiss). Visi procesu raksturojošie vienādojumi tiek veidoti saskaņā ar klasiskajiem mehānikas likumiem. Ir izskaidrota mehatroniskā sistēma, un iegūtie rezultāti tiek detalizēti apskatīti gaisam, kā darba videi enerģijas iegūšanai.

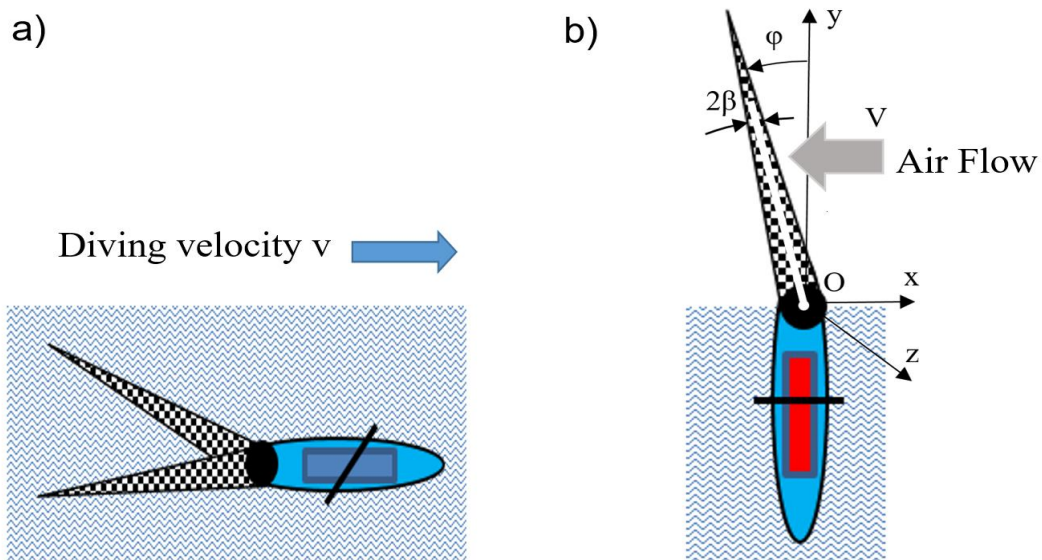
### 3.2.1. Dubultā darbības pievada izpildmehānisma darbības niršanas un uzlādes pozīcijās

Kā parādīts 3.12. attēlā, robota niršanas kustības laikā astes forma tiek mainīta no vienas astes uz dubultā pievada asti ap asi  $O$  (3.13. att. b)). Nepārtraukts darbības process atkārtojas, radot niršanas spēku, [61, 62] astes spura šeit sastāv no divām perforētām plakanām plāksnēm. Astes spuras (perforētās plāksnes), kas atrodas bloķētā stāvoklī, veido atsevišķu asti un šo īpašo stāvokli sauc par "slēgtu", jo abas perforētās plāksnes (astes spuras) relatīvi nepārvielojas un perforācijas noslēdz laukumu, radot plakanas plāksnes gludu virsmu. Šīs vienas astes spuras galējos stāvokļos (leņķos), kad mainās virziens, notiek pāreja uz perforētu plāksni, ņemot vērā plāksņu relatīvo kustību šajā pozīcijā.



3.12. att. Dubultā pievada un vienas astes spuras atlocīšanas niršanas kustībā ūdenī kopā ar uzlādēšanos no gaisa.

Uzlādes laikā zivs astes spuras tiek izcelta no ūdens, un uzlādēšanai tiek izmantota apkārtējā fluīda plūsma no gaisa (3.13. att. b)). Tiek pieņemts, ka plūsma ir lamināra no labās puses uz kreiso. Vienas spuras aste galējos leņķos ierosina plātņu relatīvo kustību (maina kontaktvirsmas laukumu) un vēja iedarbībā tiek ierosinātas plāksnes svārstības, enerģijas papildināšanai. (3.13. att. b)).



3.13. att. Modeļu darbības princips: a) Dubultā pievada astes izpildmehānisms niršanas kustībā ūdenī; b) vienas spuras principa pievads uzlādēšanas stāvoklī gaisā.

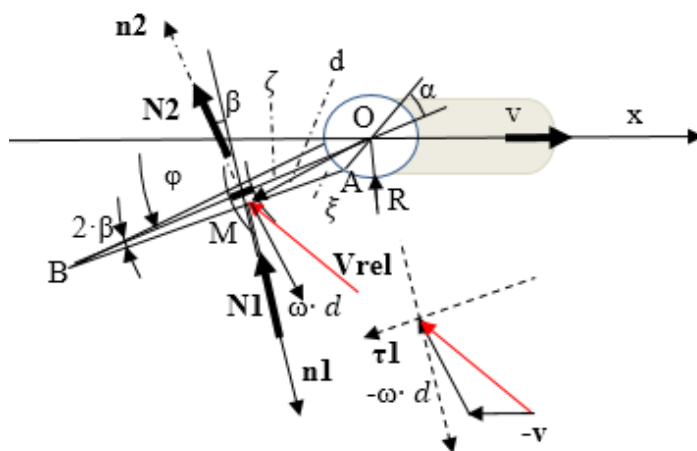
### 3.2.2. Robotu vienas astes horizontālās kustības matemātiskais modelis šķidrumā

Pieņem, ka robotam horizontālas niršanas kustībai ir vienkāršots viena virziena pievads (3.13. att. b)). Pieņem, ka modelis veic vienkāršu lineāru kustību laikā, svārstoties ap asi  $O$ . Korpusu un asti tiek aprakstīta kā mehāniskā sistēma ar vienu brīvības pakāpi, ko nosaka koordināta  $x$ . Lai izvairītos no nestabilitātes – objekta rotācijas kustības, robotizētās zivs astes masas centrs sakrīt ar rotācijas asi  $O$ . Robotu kustības diferenciālvienādojums (3.10):

$$(m_0 + m) \ddot{x} = -N_1 x - N_2 \dot{x} - b \cdot \dot{x}^2 \cdot \text{sign}(\dot{x}), \quad (3.10)$$

kur  $m_0$  – korpusa masa;  $m$  – astes masa;  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  – attiecīgi korpusa paātrinājums un ātrums;  $N_1 x$  – šķidrums mijiedarbības komponents spiediena zonā;  $N_2 \dot{x}$  – šķidrums mijiedarbības

komponents ar asti sūkšanas (vākuma) zonā;  $b \cdot \dot{x}^2$  – korpusa nelineāra mijiedarbība ar šķidrums taisnā kustībā atkarībā no kustības ātruma  $v = \dot{x}$ ;  $b$  – konstante.



3.14. att. Shematiskis astes un šķidrums mijiedarbības aprēķina modelis

Lai noteiktu vektora  $N1x$  un  $N2x$  komponentus, tiek ņemta vērā mijiedarbība divos bezgalīgi mazos astes apgabalos spiediena un sūkšanas zonās, kā parādīts 3.14. attēlā. Jāņem vērā arī astes leņķiskā ātruma griešanās virziens, kā arī zivs korpusa relatīvās kustības virziens. Rotācijas ātruma komponents plāksnes laukumam ir atkarīgs no attāluma līdz rotācijas asij, to izsaka no (3.10) kā integrālo-diferenciālvienādojumu, ko var aptuveni atrisināt, izmantojot skaitliskās metodes.

Pirms integrēšanas tiek izveidoti analītiski saišu vienādojumi, spiediena zonai (uzplūdes virzienam) trīsstūriem OAB un OMB, (3.11), (3.12). 3.14. attēls:

$$\xi = \frac{R \sin(\gamma)}{\sin(\alpha + \beta - \gamma)}; \quad (3.11)$$

$$d = \frac{R \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta - \gamma)}, \quad (3.12)$$

ja  $\zeta$ ,  $d$  un  $R$  ir parādīti 3.14. attēlā, bet  $\gamma$  ir  $\sphericalangle$  MOB leņķis.

Saskaņā ar iepriekšējā 2. nodaļa aprakstīto inženiertehnisko aprēķinu metodi, lai noteiktu spēkus  $N1x$  un  $N2x$ , vispirms tiek atrasti spēki normālā virzienā  $N1$ ,  $N2$  (3.14. att.). Tie ir atkarīgi no relatīvā ātruma projekcijas kvadrātiem, kas norādīti (3.13), (3.14):

$$|N1| = B \cdot \rho \left| \int_0^\beta (v \cdot \sin(\varphi - \beta) + \omega \cdot \xi)^2 d\xi \right|; \quad (3.13)$$

$$|N2| = B \cdot \rho \cdot C \left| \int_R^{R2} (v \cdot \sin(\varphi) + \omega \cdot \zeta)^2 d\zeta \right|, \quad (3.14)$$

kur  $\zeta$  – attālums no sāna AMB un  $d\zeta$  ir diferenciālis no tā, abus aprēķinot no (3.12);  $\zeta$  – radiālais attālums gar OB (3.14. att.);  $C$  – konstante, aptuveni 0.5 (sk. 2.1 apakšnodaļu).

Aptuvenam (3.10) vienādojuma risinājumam, spēkus  $N1x$  un  $N2x$  var izteikt kā (3.15) un (3.16):

$$F1x = |N1| \cdot \text{sign} \left( v \cdot \sin(\varphi - \beta) + \omega \frac{R + R2}{2} \right) \sin(\varphi - \beta); \quad (3.15)$$

$$F2x = |N2| \cdot \text{sign} \left( v \cdot \sin(\varphi) + \omega \frac{R + R2}{2} \right) \sin(\varphi); \quad (3.16)$$

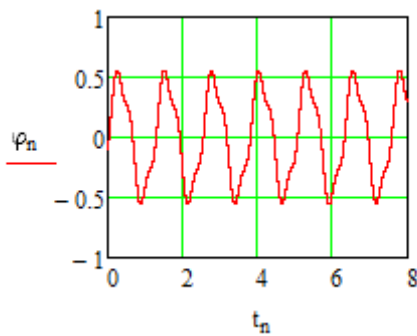
### 3.2.3. Skaitliskās 2D modelēšanas rezultāti taisnvirziena robotizētas zivs kustībai šķidrumā

Tālāk ir sniegts skaitliskās modelēšanas piemērs ar parametriem:  $R = 0.05$  m;  $R2 = 0.25$  m. Astes spuras griešanās leņķi un leņķisko ātrumu izsaka ar (3.17), (3.18):

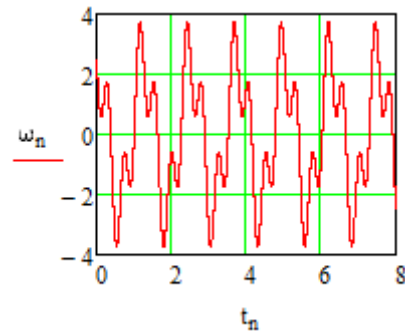
$$\varphi = a [\sin(p \cdot t) + 2(\lambda_3) \cdot \sin(3p \cdot t + \varepsilon_3)]; \quad (3.17)$$

$$\omega = a [\sin(p \cdot t) + 6p(\lambda_3) \cdot \cos(3p \cdot t + \varepsilon_3)], \quad (3.18)$$

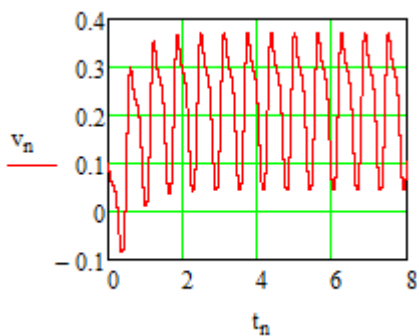
kur  $\varepsilon_3 = -1.571$ ;  $\lambda_3 = \pm 0.1$ ;  $p = 5$  un  $a = 0.5$ .



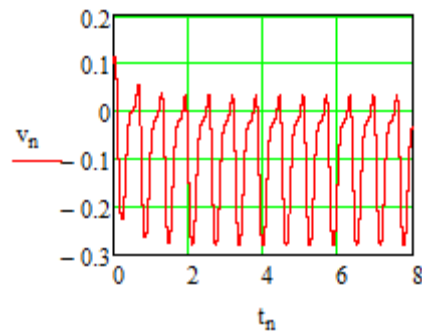
3.15. att. Astes pagrieziņa leņķis, kā laika  $t$  funkcija.



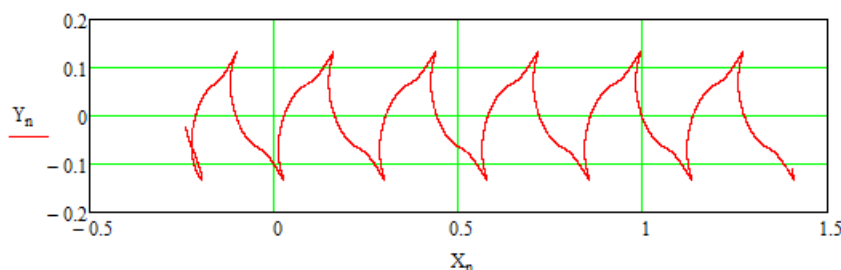
3.16. att. Astes pagrieziņa leņķiskais ātrums, kā laika  $t$  funkcija,  $\lambda_3 = -0.1$ .



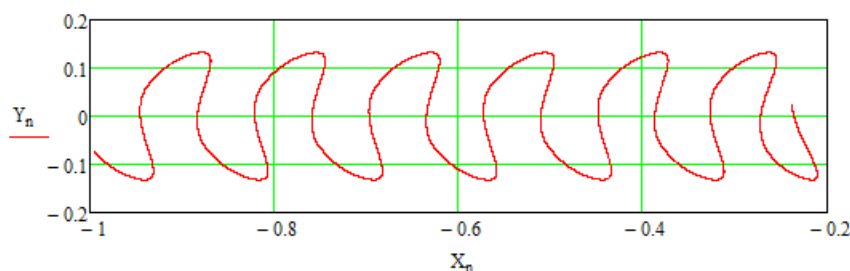
3.17. att. Korpusa ātrums  $v$ , kā laika  $t$  funkcija  $\lambda_3 = -0.1$ .



3.18. att. Korpusa atpakaļgaitas ātrums  $v$ , kā laika  $t$  funkcija  $\lambda_3 = +0.1$ .



3.19. att. Astes punkta B trajektorija, virzoties uz priekšu absolūtajās koordinātēs  $X - Y$  plaknē,  $\lambda_3 = -0.1$ .



3.20. att. Astes punkta B trajektorija, virzoties atpakaļgaitā absolūtajās koordinātēs  $X - Y$  plaknē,  $\lambda_3 = +0.1$ .

No skaitliskās modelēšanas rezultātiem var izdarīt šādus secinājumus:

1. Periodiski režīmi sākas ļoti ātri, jo mijiedarbības frontālais spēks ir proporcionāls darba vides blīvumam;
2. Mainot poliharmoniskās rotācijas fāzes, plūsmā ir iespējams kustēties abos virzienos (uz priekšu un atpakaļ);
3. Iegūtās analītiskās – skaitliskās attiecības var izmantot mehatroniskā dzinēja sintēzē.

### 3.2.4. Matemātiskais modelis zivs robota barošanas bloka uzlādēšanai ar vienu spuras izpildmehānismu

Lādēšanas stāvoklī robotizētās zivs stāvoklis ir statisks. Spura (aste) kā izpildmehānisms mijiedarbojas ar gaisa plūsmu, rotējot ap fiksētu asi  $Oz$  (3.13. att. b)), līdzīgi kā iepriekšējā apakšnodaļā, arī šeit dotajai sistēmai ar vienu brīvības pakāpi kustības diferenciālvienādojums (3.19) ir:

$$J_z \cdot \ddot{\varphi} = Mwind_z - Mel(\varphi) - Mgen \cdot (\dot{\varphi}), \quad (3.19)$$

kur  $J_z$  – Rotācijas moments pret  $z$ -asi.  $\ddot{\varphi}, \dot{\varphi}, \varphi$  – attiecīgi leņķiskais paātrinājums, ātrums un leņķis;  $Mwind_z$  – gaisa plūsmas mijiedarbības moments ap  $z$ -asi,  $Mel(\varphi)$  – moments no lineāras vai nelineāras elastīgās atsperes,  $Mgen \cdot (\dot{\varphi})$  – ģenerators lineārās mijiedarbības koeficients,  $\omega$  – lineārs vai nelineārs ģenerators moments.

Momentu  $Mwind_z$  nosaka atsevišķi spiediena un sūkšanas zonām, līdzīgi kā iepriekšējā procedūrā (3.11) – (3.16). Ja trīsstūrveida astes plūsmas izraisītās spiediena un iesūkšanas zonas nemaina virzienu, integrētais diferenciālvienādojums tiek vienkāršots. Kā piemēru teorētiski bezgalīgai plānai plāksnei ( $\beta = 0$ ) un iegūst (3.20), (3.21) vienādojumus:



$$Mwind_z = (1+C) \cdot B(\omega) \cdot \rho \left[ \int_{R1}^{R2} (V \cdot \cos(\varphi) + \omega \cdot \zeta)^2 \zeta \cdot d\zeta \right]; \quad (3.20)$$

$$Mwind_z = (1+C) \cdot B(\omega) \cdot \rho \left[ \frac{R2^4 - R1^4}{4} \omega^2 + 2 \frac{R2^3 - R1^3}{4} \omega \cdot V \cdot \cos(\varphi) + \frac{(R2 - R1)V \cdot \cos(\varphi)^2}{2} \right], \quad (3.21)$$

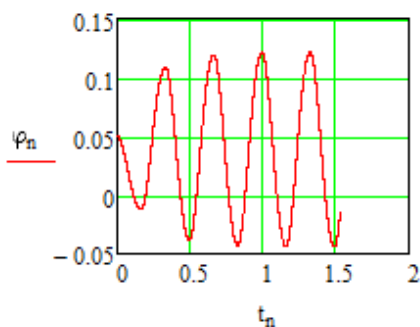
kur  $V$  – plūsmas ātrums;  $R1, R2$  – mijiedarbības zonas radiālie attālumi;  $C$  – konstante;  $B(\omega)$  – perforētās plāksnes laukuma apmaiņa, kas izteikta kā  $\omega$  funkcija;  $\rho$  – gaisa blīvums.

Lai aprēķinātu robota uzlādes enerģiju, izmanto (3.19) un (3.21) vienādojumu. Šeit jāpiebilst, ka ar mehatroniskas ierīces palīdzību sistēmā var mainīt perforētās astes mijiedarbības laukumu un līdz ar to arī mainīt ģenerators uzlādes jaudas, kā optimālas vadības nosacījumu kritērijs.

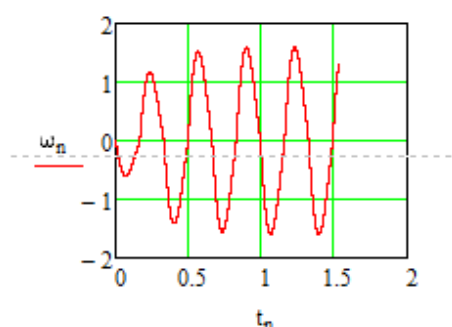
Modelēšanas rezultāti ir parādīti zemāk ar salīdzinoši mazas plāksnes piemēru, gadījums ar lineāru atsperi un ģeneratoru:

$$Mel_z = v \cdot \varphi; \quad Mgen_z \cdot (\dot{x}) = b \cdot \dot{\varphi}, \quad (3.22)$$

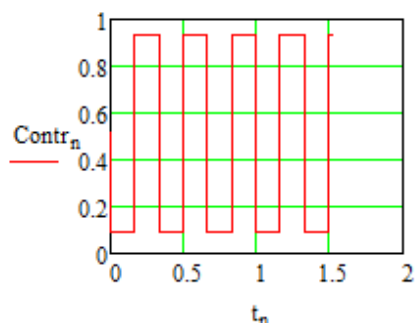
kur  $c$  un  $b$  – konstantes.



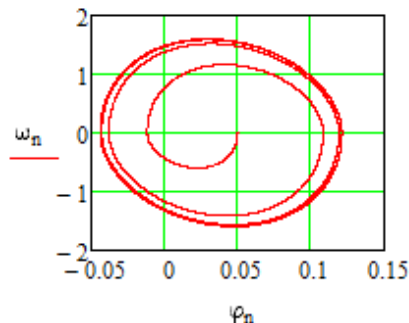
3.21. att. Perforētās plāksnes pagriezienu leņķis  $\varphi$  kā laika  $t$  funkcija.



3.22. att. Perforētās plāksnes leņķiskais ātrums  $\omega$  kā laika  $t$  funkcija.



3.23. att. Perforētās plāksnes laukuma maiņas kontrole kā laika  $t$  funkcija.



3.24. att. Kustība fāzu plaknē.

Secinājumi no skaitliskās modelēšanas rezultātiem:

1. Plakanu plākšņu perforāciju atvēršana un aizvēršana var samazināt vai palielināt mijiedarbības laukumu, līdz ar to mainās mijiedarbības spēki, sistēma ir elastīga un svārstības ir stabilas – periodisks cikls tiek sasniegts trijos līdz piecos gājienos.

### 3.2.5. Secinājumi par apakšnodaļu

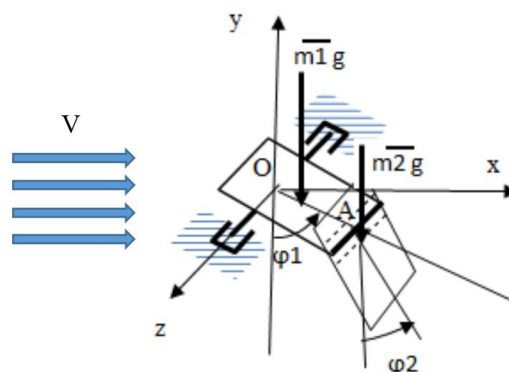
- 1) Robotās zivs analītiskais modelis niršanas kustībā ļauj kustēties uz priekšu un atpakaļ, mainot astes piedziņas fāzi.
- 2) Iespējas attīstīt pētījumos dubultās piedziņas izpildmehānismam, lai varētu nodrošināt ne tikai taisnstūrveida kustību, bet arī stūrēšanu.
- 3) Enerģijas uzlādes režīmā mehatroniskajā vadībā astes mijiedarbības laukumu var mainīt, atverot vai aizverot perforācijas.
- 4) Pētījums parāda, kā inženiertehniskajos aprēķinos ir iespējams iegūt samērā vienkāršotus diferenciālvienādojumus objekta rotācijas kustībai un kustībai plaknē šķidrumā. Korpusa ātrums virzienā uz priekšu ir lielāks, salīdzinot ar ātrumu atpakaļgaitā 3.17. un 3.18. attēls.
- 5) Lai arī iepriekš apskatītie aprēķini attiecas uz mazām, plakanām perforētām plāksnēm, tos var attiecināt uz jebkura izmēra un ģeometrijas plāksnēm.

## 3.3. Dubultplāksnes vibrāciju analīze fluīda plūsmā

Vērojot procesus dabā, kad vējš iepūš koku lapās, sākas kustība, čaboņa. Tāpat, vērojot ūdens augu vibrācijas upē ūdens plūsmas ietekmē. Ir aktuāli pārbaudīt šādas vibrācijas netradicionālas enerģijas iegūšanai (flapping sistēmas) [63 – 75]

### 3.3.1. Dubultplāksnes modeļa eksperimenti vēja tunelī

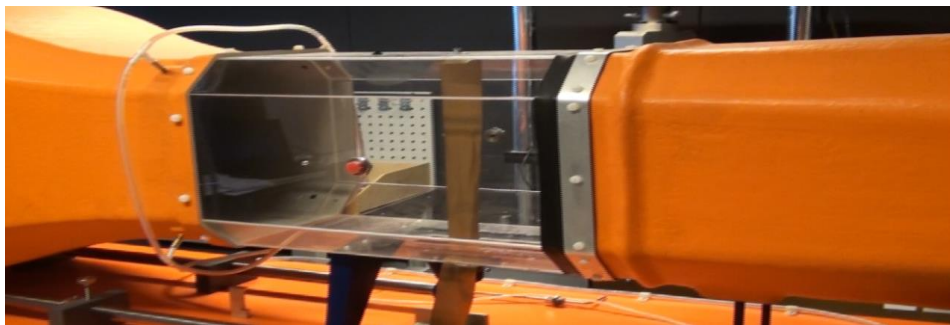
Objektu vibrācijas apkārtējā vidē ietver kustību fluīda iekšienē, neliela ātruma diapazonā, kad kustīgās elementu daļas maina ātruma virzienu. Šādu mehānisku sistēmu var analizēt, kā dubultsvārstu sistēmas vibrācijas fluīda plūsmā (3.25. att.).



3.25. att. Dubultplāksnes shematiskais modelis.

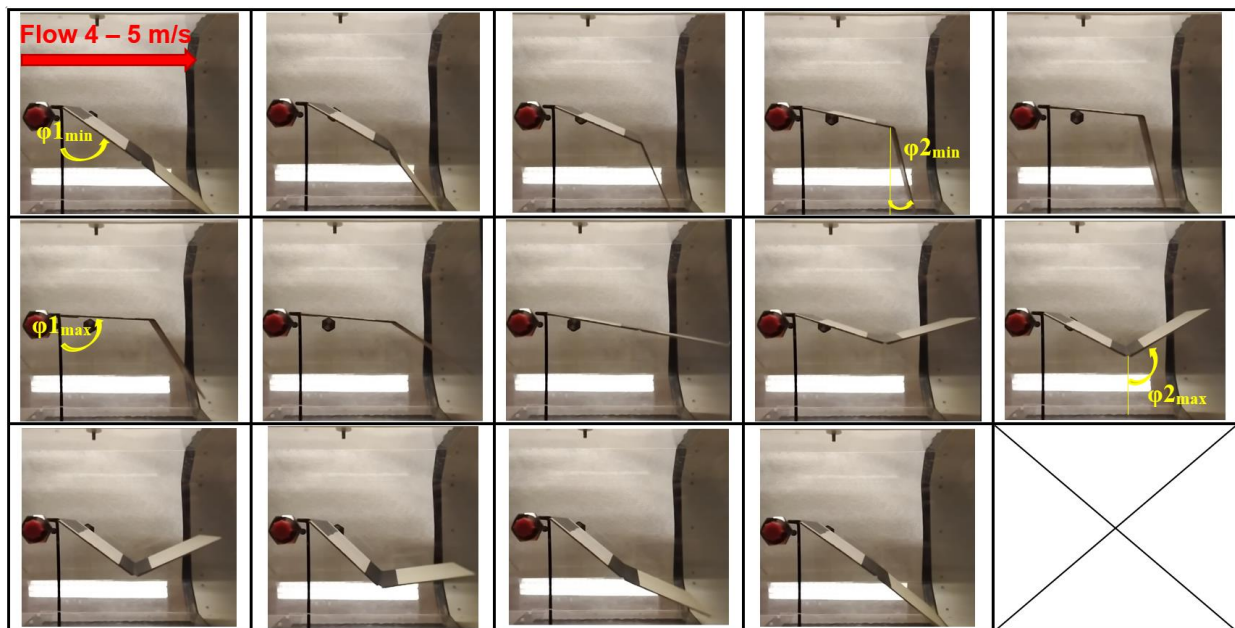
Eksperiments ar Armfield zemskaņas vēja tunelī (sk. 3.26. att.) veikts RTU Materiālu Eksperimentālās Mehānikas zinātniskajā laboratorijā. Mērījumi veikti pie pieciem dažādiem plūsmas ātrumiem, kas norādīti nākamajos rezultātu attēlos un apkopoti grafikos 3.32. – 3.33. attēlā. Kustības analīzei izmantota video kamera Xiaomi ar Samsung 48 MP ISOCELL

Bright GM2 sensoriem un ierakstīšanas ātrumu 240 kadri sekundē. Analīzes mērķis ir noteikt, kā mainās plākšņu kustība vienā svārstību ciklā pie dažādiem plūsmas ātrumiem.

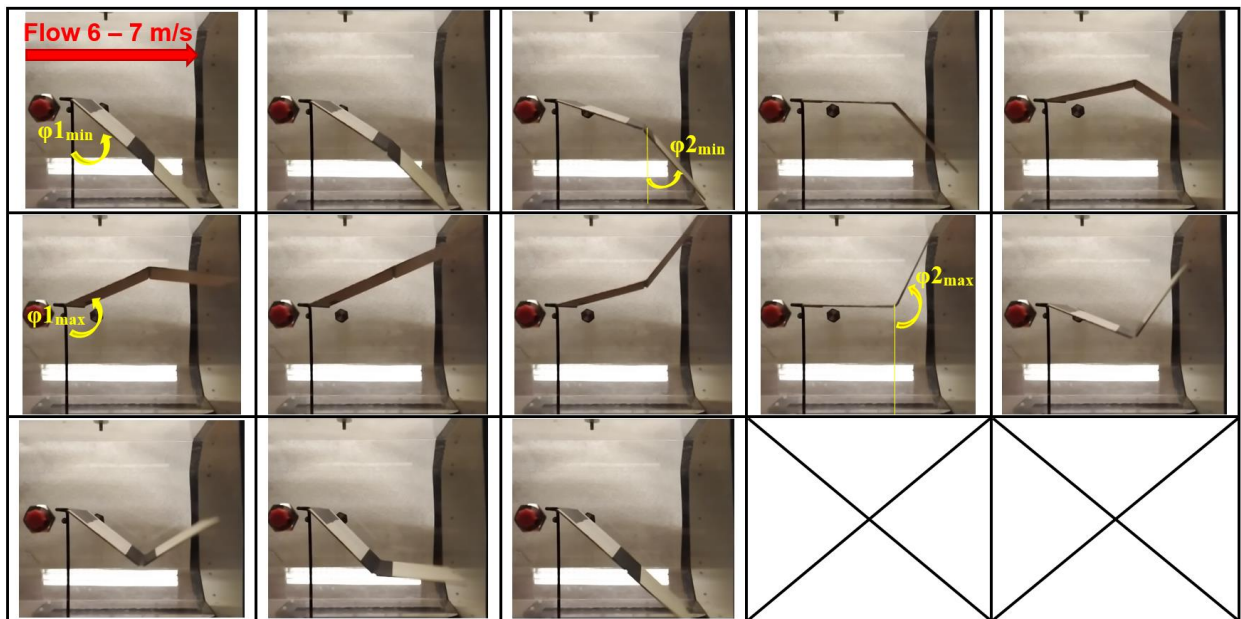


3.26. att. Armfield zemskaņas vēja tunelis.

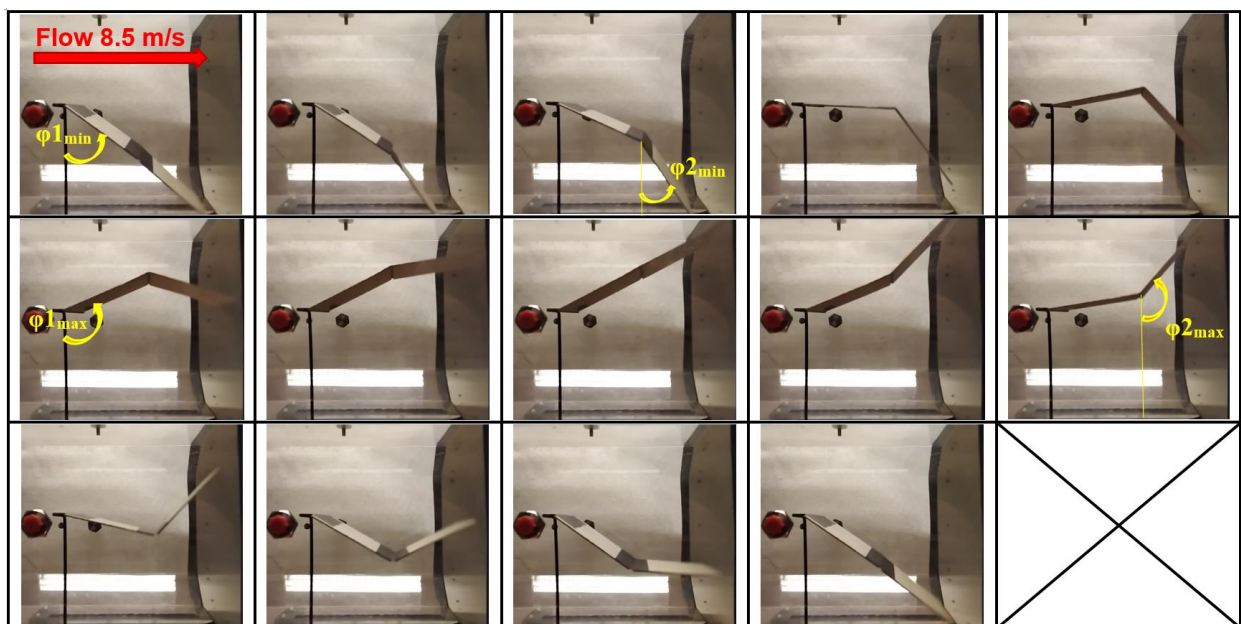
Plākšnes izgatavotas no presēta kartona 3 mm biezumā, tām ir kvadrātiska forma ar 120 mm garām sānu malām. Savstarpēji plākšnes savienotas un brīvi var rotēt gan savā starpā, gan savienojumā ar T veida stiprinājumu horizontālo daļu. Stiprinājuma vertikālās daļas apakša fiksēta pie tuneļa galda pamatnes. Plākšņu viena cikla kustības rezultāti pie dažādiem ātrumiem parādīti nākamajos 3.27. – 3.31. attēlos.



3.27. att. Dubultplākšnes modeļa viens svārstību cikls pie plūsmas ātruma  $4 - 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

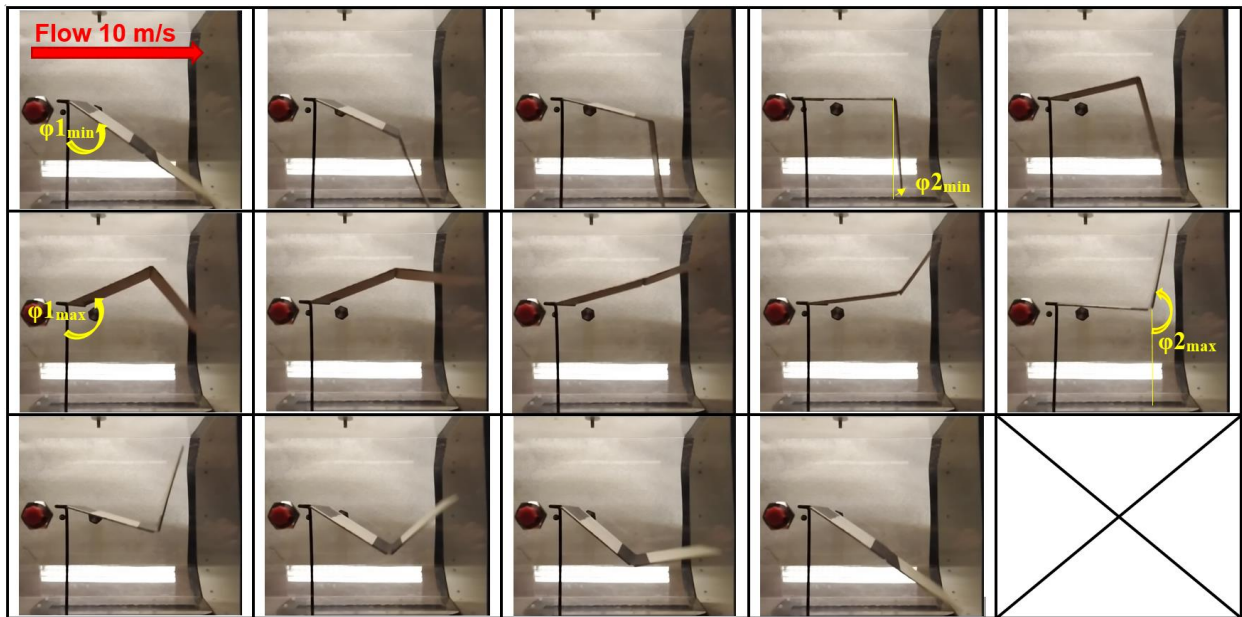


3.28. att. Dubultplāksnes modeļa viens svārstību cikls pie plūsmas ātruma  $6 - 7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

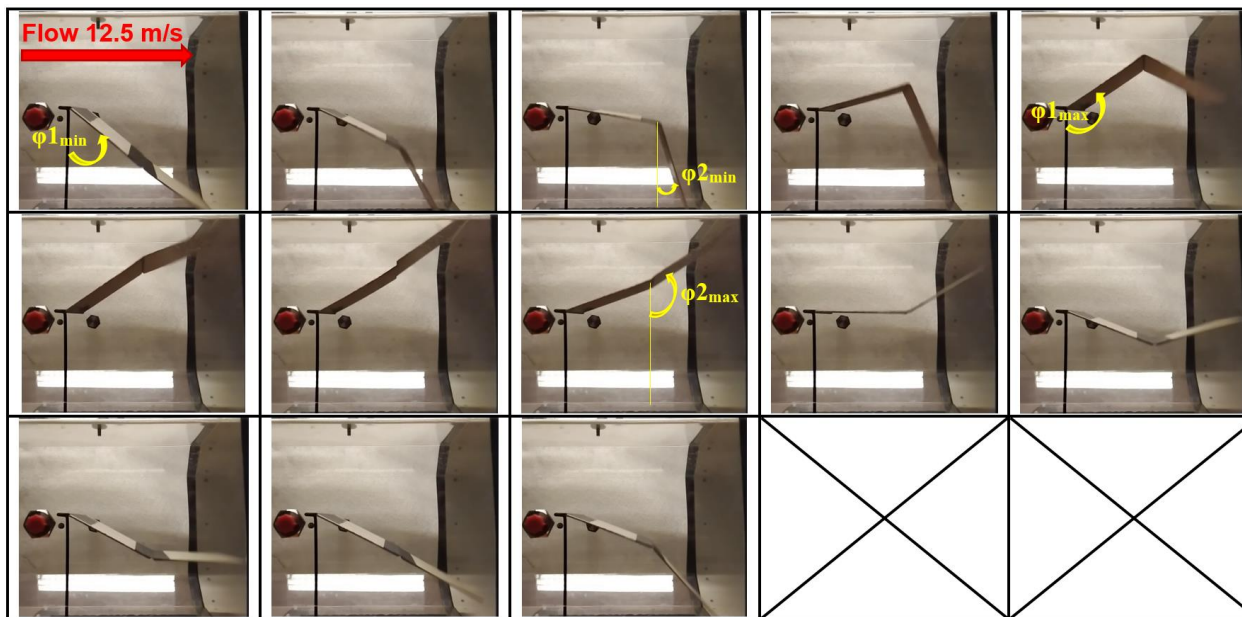


3.29. att. Dubultplāksnes modeļa viens svārstību cikls pie plūsmas ātruma  $8.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



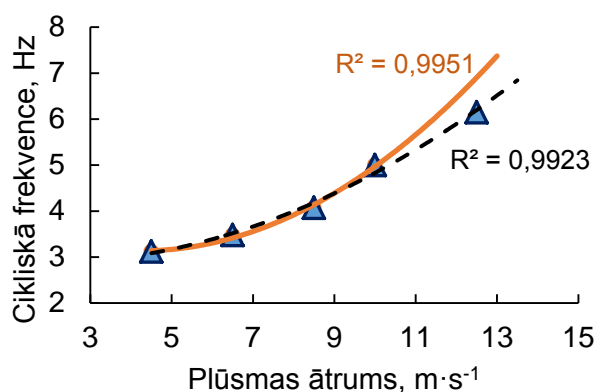


3.30. att. Dubultplāksnes modeļa viens svārstību cikls pie plūsmas ātruma  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

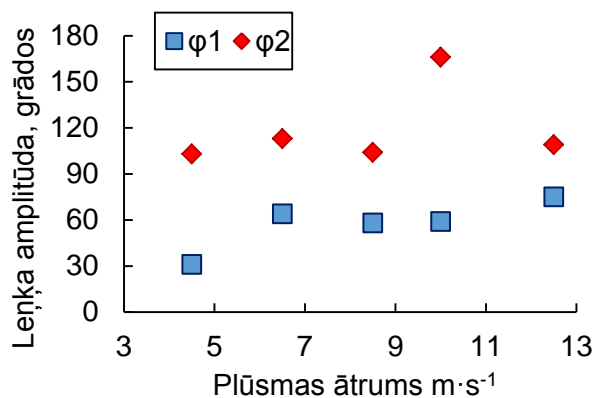


3.31. att. Dubultplāksnes modeļa viens svārstību cikls pie plūsmas ātruma  $12.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Palielinoties plūsmas ātrumam attiecīgi pieaug plākšņu svārstību cikla frekvence (sk. 3.32. att.). Aproximējot ar otrās kārtas polinomu pie visiem plūsmas ātrumiem korelācijas koeficients  $R^2$  ir tuvu 1. Aproximējot visus punktus, korelācijas koeficients ir nedaudz mazāks, salīdzinot ar pirmo četru punktu aproksimāciju. Veicot eksperimentu, novērots, ka pie lielākiem ātrumiem, virs  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , plākšņu kustību arvien vairāk ietekmē tuneļa sienas ierobežojumi. Līdz ar to objektīvi savā starpā salīdzināmi pirmie četri gadījumi.



3.32. att. Dubultplākšnes viena svārstību cikla frekvence atkarībā no plūsmas ātruma.



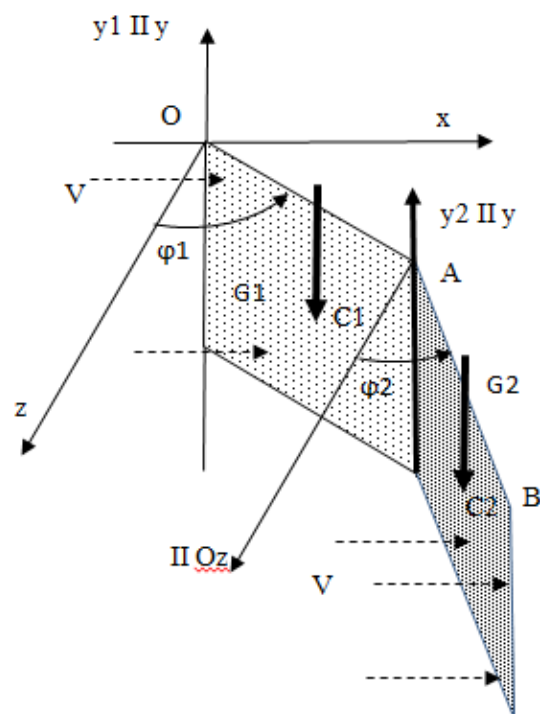
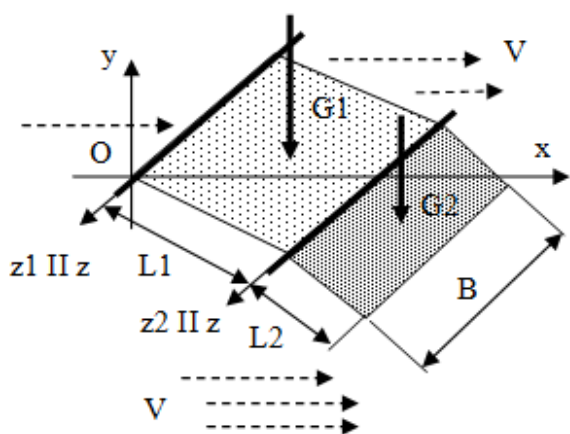
3.33. att. Rotācijas leņķa  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$  amplitūda pie dažādiem plūsmas ātrumiem.

No enerģijas ieguves viedokļa, vislielākā rotācijas leņķa amplitūda ir otrajai plākšnei pie  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (sk. 3.33. att.) pie kura tā veic gandrīz 0.5 apgriezienus (rotācijas amplitūda  $166^\circ$ ).

### 3.3.2. Dubultplākšnes analītiskais modelis

Divu savstarpēji piestiprinātu plākšņu un vienas savienotas ar pamatu ar rotācijas šarnīriem analīzē, izmanto klasisko mehānikas teorija [76, 77]. Modelis tiek analizēts, kā dubultais svārstis ar fluīda mijiedarbības spēkiem un noskaidroti kustības virziena maiņas punkti. Pēc kā, ņemot vērā vēja mijiedarbības spēkus, tiek izveidoti diferenciālvienādojumi, svārsta dubultās kustības analīzei.

Apskatītais modelis sastāv no divām taisnstūrveida plākšnēm (3.34. un 3.35. att.). Šķidrums plūsmas mijiedarbība ar dubultplākšņu svārsta tipa mehānismu laikā mainīgai plūsmai ģenerē stabilas svārstības [78]. Divi sistēmas modeļi (kā divas plākšnes ar garumu  $L_1$ ,  $L_2$  un platumu  $B$ ) ir parādīti 3.34. un 3.35. att. Pirmajā modelī plākšnes griežas ap horizontālām asīm  $z_1$  un  $z_2$  ar leņķisko ātrumu  $\omega_1$  un  $\omega_2$  (3.34. att.). Plākšņu pagriezienu var izteikt ar leņķiem  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ . Gravitācijas mijiedarbības  $G_1$  un  $G_2$  notiek vertikālā virzienā, paralēli  $Oy$  asij. Šķidrums horizontālais plūsmas ātrums  $V$  pozitīvais virziens ir paralēls  $Ox$  asij. Parādīts, ka rotācijas asu horizontālai pārvietošanai ir nepieciešama vadība sistēmas orientācijai pret plūsmu. Vertikālo asu gadījumā var pievienot rotācijas atsperi.

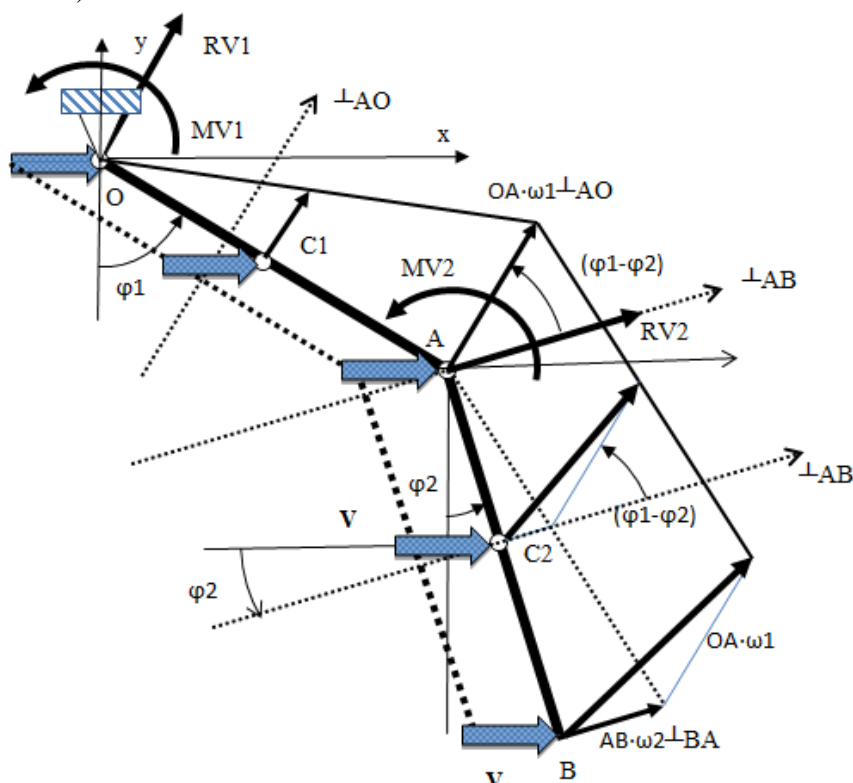


3.34. att. Horizontālais dubultsvārsta modelis.

3.35. att. Vertikālais dubultsvārsta modelis.

### 3.3.3. Šķidruma plūsmas mijiedarbības aprēķini

Plūsmas mijiedarbībai ar plāksnēm tiek izmantota kvadrātiska relatīvā ātruma komponenta sakarība (3.36. att.).



3.36. att. Šķidruma plūsmas mijiedarbības spēki:  $RV_1, MV_1$  – galvenais vektors un galvenais pirmās plāksnes mijiedarbības spēku moments uz asi  $Oz$  punktā  $O$ ;  $RV_2, MV_2$  – galvenais vektors un galvenais otrās plāksnes mijiedarbības spēku moments uz ass  $z_2$  punktā  $A$ .

Pirmajai un otrajai plāksnei šķidrumu plūsmas mijiedarbības galvenos vektorus  $RV1$ ,  $RV2$  un galvenos momentus  $MV1$ ,  $MV2$  punktos O un A izsaka ar formulām (3.23), (3.24) [79]:

$$\begin{aligned} RV1 &= \int_0^{L1} (V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1)^2 \cdot \text{sign}(V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1) d\xi1; \\ MV1 &= \int_0^{L1} (V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1)^2 \cdot \text{sign}(V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1) \xi1 d\xi1, \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} RV2 &= \int_0^{L1} (V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1)^2 \cdot \text{sign}(V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot \xi1) d\xi1; \\ MV2 &= \int_0^{L2} (V \cdot \cos(\varphi2) - \omega1 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \omega2 \cdot \xi2)^2 \cdot \text{sign}(V \cdot \cos(\varphi2) - \omega1 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \omega2 \cdot \xi2) \cdot \xi2 d\xi2. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Gadījumā, ja apakšintegrālās funkcijas (3.23) un (3.24) ir pozitīvas uz robežām  $\xi1 = L1$  un  $\xi2 = L2$ , piemēram:

$$V \cdot \cos(\varphi1) - \omega1 \cdot L1 \geq 0, \quad (3.25)$$

$$V \cdot \cos(\varphi2) - \omega1 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \omega2 \cdot L2 \geq 0. \quad (3.26)$$

No formulām (3.23) un (3.24) var atrast:

$$RV1 = D1 \left( \frac{L1^3 \cdot \dot{\varphi}1^2}{3} - L1^2 \cdot V1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1) + L1 \cdot V^2 \cdot (\cos(\varphi1))^2 \right), \quad (3.27)$$

$$MV1 = D1 \left( \frac{L1^4 \cdot \dot{\varphi}1^2}{4} - \frac{2 \cdot L1^3 \cdot V \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1)}{3} + \frac{L1^2 \cdot V^2 \cdot (\cos(\varphi1))^2}{2} \right), \quad (3.28)$$

$$RV2 = D2 \left( \frac{L2 \cdot (V \cdot \cos(\varphi2) - L1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2))^2}{3} + \frac{L2^3 \cdot \dot{\varphi}2^2}{3} - L2^2 \cdot \dot{\varphi}2 \cdot (V \cdot \cos(\varphi2) - L1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2)) \right), \quad (3.29)$$

$$MV2 = D2 \left( \frac{L2^4 \cdot \dot{\varphi}2^2}{4} + \frac{L2^2 \cdot (V \cdot \cos(\varphi2) - L1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2))^2}{2} - \frac{2 \cdot L2^3 \cdot \dot{\varphi}2 \cdot (V \cdot \cos(\varphi2) - L1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2))}{2} \right). \quad (3.30)$$

Plūsmas ātruma funkciju  $V$  (3.27) – (3.30) var izteikt Furjē rindas locekļos kā laika  $t$  funkciju:

$$V = V0 \cdot (1 + \lambda \cdot \sin(pt) + \lambda2 \cdot \sin(2pt + \alpha2) + \lambda3 \cdot \sin(3pt + \alpha3) + \dots), \quad (3.31)$$

kur  $V0$ ,  $\lambda1$ ,  $\lambda2$ ,  $\alpha2$ ,  $\lambda3$ ,  $\alpha3$  – konstantes.

Ja nevienādības (3.25), (3.26) neizpildās, parametri  $RV1$ ,  $RV2$  un  $MV1$ ,  $MV2$  jāaprēķina skaitliski integrējot pēc laika no (3.23) un (3.24) integrāļiem.

Mijiedarbībām ar lineāru atkarību var izmantot zema ātruma plūsmām un plāksņu svārstībām ar vienādojumiem:



$$\begin{aligned}
RV1 &= D1 \left( L1 \cdot V \cdot \cos(\varphi1) - \frac{L1^2 \cdot \dot{\varphi}1}{2} \right); \\
MV1 &= D1 \left( \frac{L1 \cdot V \cdot \cos(\varphi1)}{2} - \frac{L1^3 \cdot \dot{\varphi}1}{3} \right);
\end{aligned}
\tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
RV2 &= D2 \left( L2 \cdot V \cdot \cos(\varphi2) - \frac{L2^2 \cdot \dot{\varphi}2}{2} - L1 \cdot L2 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) \right); \\
MV2 &= D2 \left( \frac{L2^2 \cdot V \cdot \cos(\varphi2)}{2} - \frac{L2^3 \cdot \dot{\varphi}2}{3} - \frac{L1 \cdot L2^2 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2)}{2} \right).
\end{aligned}
\tag{3.33}$$

### 3.3.4. Kustības diferenciālvienādojumi

Lai atrastu sistēmas kustības diferenciālvienādojumus ar divām brīvības pakāpēm, tika izmantots virtuālā darba princips [4]. Punktu A un C2 virtuālie pārvietojumi  $\delta rA$  un  $\delta rC2$  var izteikt kā:  $\delta rA = L1 \cdot \delta\varphi1$ ;  $\delta rC2 = r2 \cdot \delta\varphi2$ , kur  $\delta\varphi1, \delta\varphi2$  ir virtuālie leņķiskie pārvietojumi pirmajai un otrajai plāksnei.

Tad, ja  $\delta\varphi2 = 0$ , bet  $\delta\varphi1 \neq 0$ :

$$\begin{aligned}
MV1 - M\Phi C1 - m1 \cdot g \cdot r1 \cdot \sin(\varphi1) - \Phi C1Ot \cdot r1 + RV2 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \Phi AOt \cdot L1 \\
- \Phi C2At \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \Phi C2An \cdot L1 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - m2 \cdot g \cdot L1 \sin(\varphi1) - MG1 = 0.
\end{aligned}
\tag{3.34}$$

Turklāt, ja  $\delta\varphi2 \neq 0$ , bet  $\delta\varphi1 = 0$ :

$$\begin{aligned}
MV2 - M\Phi C2 - \Phi C2At \cdot r2 - \Phi AOt \cdot r2 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) \\
+ \Phi AOn \cdot r2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - m2 \cdot g \cdot r2 \cdot \sin(\varphi2) - MG2 = 0.
\end{aligned}
\tag{3.35}$$

Šeit

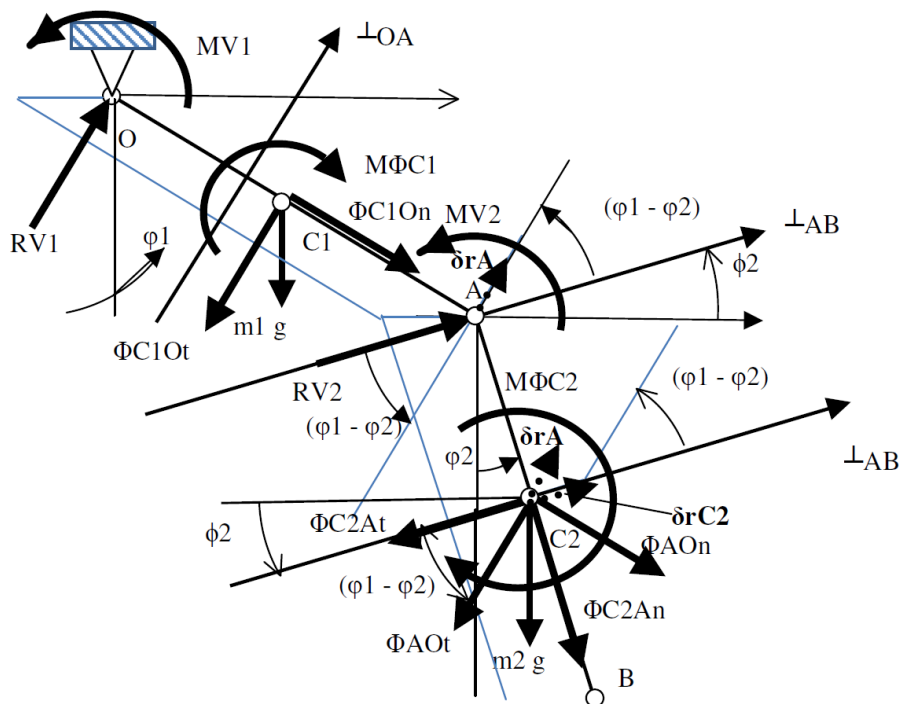
$$\begin{aligned}
M\Phi C1 &= J1 \cdot \ddot{\varphi}1; & \Phi C1Ot &= m1 \cdot r1 \cdot \ddot{\varphi}1; & \Phi AOt &= m2 \cdot L1 \cdot \ddot{\varphi}1, \\
\Phi C2At &= m2 \cdot r2 \cdot \ddot{\varphi}2; & \Phi C2An &= m2 \cdot r2 \cdot (\dot{\varphi}2)^2, \\
M\Phi C2 &= J2 \cdot \ddot{\varphi}2; & \Phi AOn &= m2 \cdot L1 \cdot (\dot{\varphi}1)^2,
\end{aligned}$$

kur  $g$  – brīvās krišanas paātrinājums;  $J1, J2$  – attiecīgās plāksnes inerce moments;  $\dot{\varphi}1, \dot{\varphi}2, \ddot{\varphi}1, \ddot{\varphi}2$  – leņķiskais ātrums un paātrinājums attiecīgajām plāksnēm ar masu  $m1$  un  $m2$ ;  $MG1, MG2$  – slāpējošā spēka moments, piemērām, no ģeneratora.

Pēc (3.34) un (3.35) vienādojuma vienkāršošanas seko:

$$\begin{aligned}
MV1 - \left( J1 + m1 \cdot r1^2 + m2 \cdot L1^2 \right) \cdot \ddot{\varphi}1 - m1 \cdot g \cdot r1 \cdot \sin(\varphi1) \\
+ RV2 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - m2 \cdot r2 \cdot \ddot{\varphi}2 \cdot L1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) \\
- m2 \cdot r2 \cdot (\dot{\varphi}2)^2 \cdot L1 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - m2 \cdot g \cdot L1 \cdot \sin(\varphi1) - MG1 = 0;
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

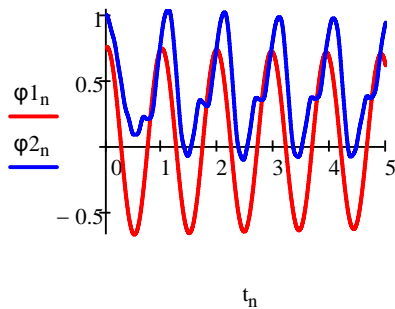
$$\begin{aligned}
MV2 - (J2 + m2 \cdot r2) \cdot \ddot{\varphi}2 - m2 \cdot L1 \cdot \dot{\varphi}1 \cdot r2 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) \\
+ m2 \cdot (\dot{\varphi}1)^2 \cdot L1 \cdot r2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - m2 \cdot g \cdot r2 \cdot \sin(\varphi2) - MG2 = 0.
\end{aligned}
\tag{3.37}$$



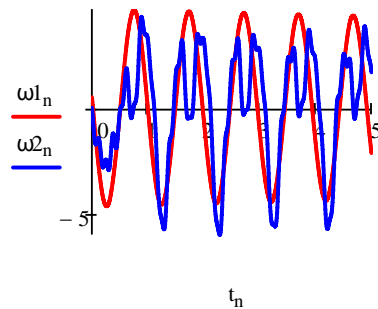
3.37. att. Spēku shēma virtuālā darba principam.

### 3.3.5. Modelēšanas piemērs ar MathCAD un WorkingModel

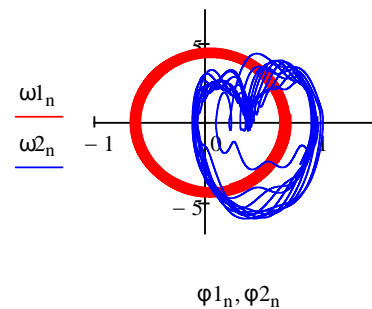
Modelējot vienādojumus (3.36), (3.37) ar lineāras mijiedarbības spēku (3.32), (3.33) grafiskais rezultāts parādīts 3.38. – 3.40. attēlā ar parametriem  $V_0 = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 0.2$ ;  $\lambda_2 = 0.4$ ;  $\alpha_2 = 0$ , sk. (3.31). Komentāri par kustības īpašībām doti zemāk redzamajos grafikos.



3.38. att. Plākšņu rotācijas leņķa izmaiņas pēc laika. Kustība izteikti stabila ar zemu pārejas procesu.

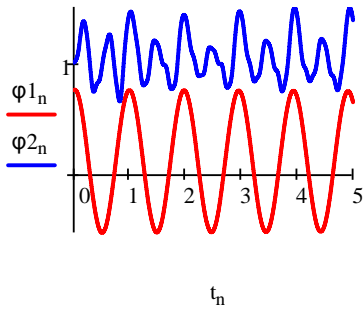


3.39. att. Leņķiskā ātruma izmaiņas pēc laika. Abām plāksnēm leņķiskā ātruma amplitūda ir gandrīz vienāda un svārstās vienā frekvencē.

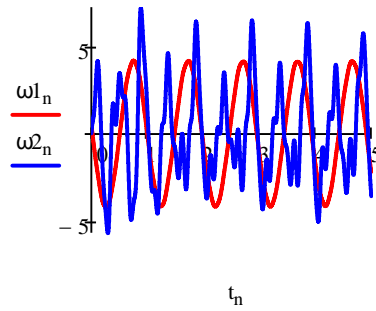


3.40. att. Plākšņu kustības fāzu plakne. Pēc pārejas procesa kustība otrajai plāksnei nostabilizējas.

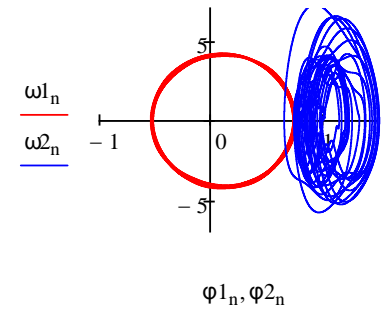
Ar palielinātas plūsmas ātrumu ( $V_0 = 7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 0.2$ ;  $\lambda_2 = 0.4$ ;  $\alpha_2 = 0$ ) modelēšanas grafiskais rezultāts lineāras mijiedarbības spēku gadījumā parādīts 3.41. – 3.43. attēlā.



3.41. att. Plākšņu rotācijas leņķa izmaiņas pēc laika. Otrās plāksnes rotācijas leņķa amplitūda samazinās.



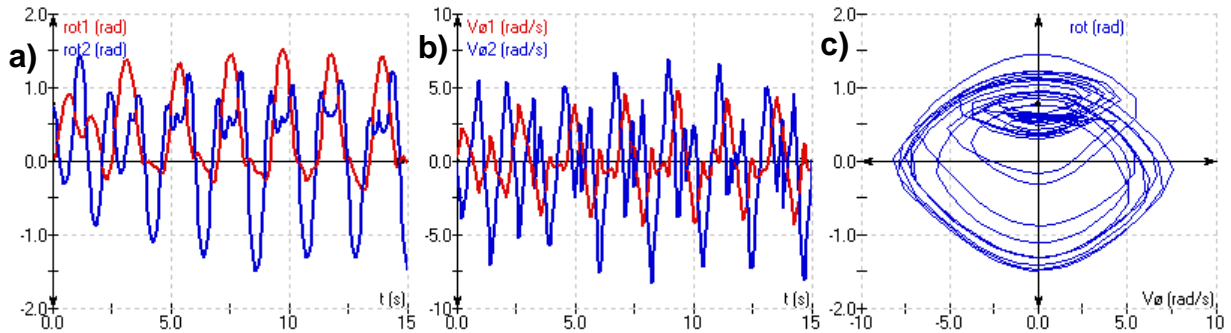
3.42. att. Leņķiskā ātruma izmaiņas pēc laika. Otrajai plāksnei leņķiskā ātruma amplitūda un frekvence pieaug.



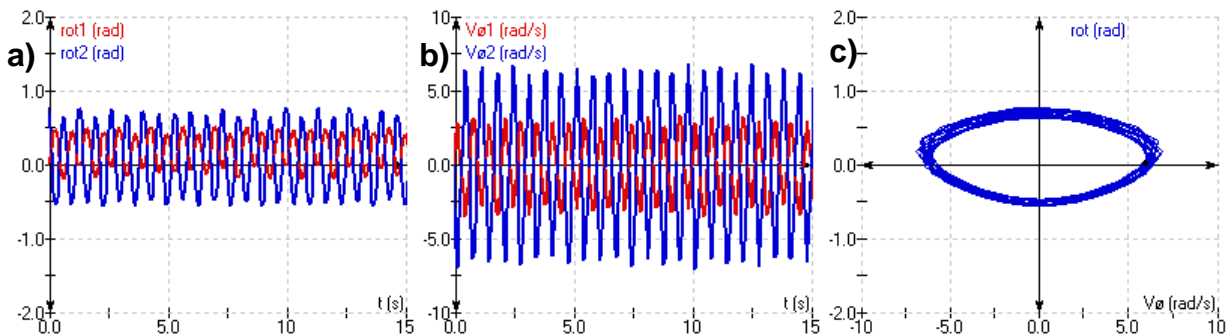
3.43. att. Plākšņu kustības fāzu plakne. Otrajai plāksnei ilgs pārejas process.

Modelēšanas rezultāti ar datorprogrammu WorkingModel 2D parādīti 3.44. attēlā.

$V_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



$V_0 = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



3.44. att. 2D plākšņu kustība pie  $V_0 = 2$  un  $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ : a) plākšņu rotācijas leņķa izmaiņas pēc laika; b) leņķiskā ātruma izmaiņas pēc laika; c) Otrās plāksnes kustība fāzu plaknē.

Modelējot ar WorkingModel, otrās plāksnes svārstības ir stabilākas pie lielāka plūsmas ātruma (sk. 3.44. att. c)) un arī samazinās rotācijas amplitūda abām plāksnēm (sk. 3.44. att. a)). WorkingModel aprēķins ir tikai informatīvs, jo programma ņem vērā tikai daļiņu vai objektu centra ātrumu un vēja virzienu, bet nerēķina plūsmas mijiedarbības ietekmi pēc kontakta ar objektu.

### 3.3.6. Secinājumi par apakšnodaļu

- 1) Reālā šķidrums plūsmā (gaisa vai ūdens) ātrums nav konstants, bet mainās laika apgabalā. Šīs īpašība rada stabilu vibrācijas kustību dubultā svārsta sistēmā.
- 2) Šeit izpētīto sistēmu rezultāti parāda, ka šīs vibrācijas var izmantot enerģijas ieguvē no fluīda plūsmas.
- 3) Piedāvātās ierīces reāliā pielietojamība ir jāturpina pētīt ar pievienotu ģeneratoru jaudas mērījumiem.
- 4) Abu programmu (Math CAD un Working Model 2D) modelēšanas rezultāti apstiprina teoriju.

### 3.4. Ūdens pretestības pētījums motorizēta SUP dēļa piedziņas spuras formai

Promocijas darba zinātnisko publikāciju kopas dotajā apakšnodaļā pētījums ir projekta pirmā daļa, kuras mērķis ir izveidot optimālu spuras konstrukciju SUP (Stand Up Paddle) dēļa motorizēšanai. Pirmais mehānikas inženieru uzdevums ir novērtēt pievienotā objekta hidrodinamisko pretestību un izvēlēties dizainu, kas nodrošina mazāku ūdens pretestību.

Praktiskajās kuģu hidrodinamikas rokasgrāmatās teikts, ka vilces spēks un hidrodinamiskā pretestība ir sarežģīta problēma, un, lai to atrisinātu lietderīgi izmantot CFD analīzi [80, 81]. Šīs lietas var tikt skatītas dalīti. Ir liela iespēja pieļaut kļūdas aprēķinos un nevajadzīgi iztērēt laiku, apskatot visu objektu – SUP dēli kopā ar spuru. Citos CFD pētījumos piemēram, par zemūdenēm, parādīja, ka zemūdenes kopējā pretestība palielinās, uzstādot tai piedēkļus, bet ietekme uz viļņu veidošanos ir salīdzinoši niecīga [82]. Tāpēc darbā piedziņas spuras konstrukcija analizēta atsevišķi.

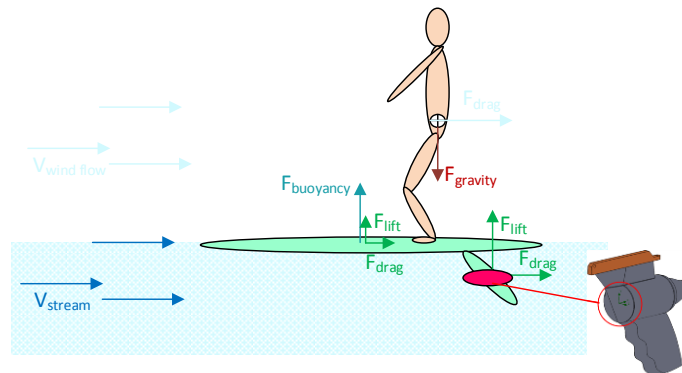
SUP dēlis ir kā mazs kuģis un atklāta dzenskrūve parasti tiek uzskatīta par vienkāršāko un vieglāko piedziņas veidu [83], taču šajā projektā, piedziņa ir slēgta tipa – ūdens metēja princips. Tā kā SUP dēlis galvenokārt tiek izmantots tūrismam dažādās ūdenstilpnēs, dzenskrūve ir jāaizsargā no dažādiem iespējamiem ūdenstilpnes svešķermeņiem. Līdz ar to korpuss vai plūsmas kanāls kalpo arī kā aizsargbarjera, pasargājot no bojājumiem. Ūdens metēju var uzskatīt par īpaša veida dzenskrūves tipu [84 – 87], ko detalizētāk paredzēts pētīt vēlākajos projekta posmos. Pievienotajai piedziņu sistēmas masai jābūt pietiekami mazai, lai nodrošinātu, ka netiek traucēta peldspēja. Ūdens metējs ar motoru ir integrēti SUP standarta spurā tā, lai pēc iespējas mazāk būtu nepieciešams investēt papildus detaļu izveidē un to montēšanā. Uzdevums ir izvēlēties dizaina variantu, līdzsvarojot ražošanas vienkāršību un efektivitāti. No projektēšanas viedokļa visvieglāk ražot ir ar ielūdi kanāla sānos. Šī opcija tiek tālāk novērtēta rezultātu sadaļā.

Ņemot vērā citu pētnieku ieteiktās procedūras [88,89] CFD fluīda (ūdens) pretestības aprēķiniem, tika izvirzīta pētījuma hipotēze, ka spuras motora daļas korpusa formas optimizēšana uzlabos piedāvātā ūdensdzinēja risinājuma efektivitāti. Hipotēzes pamatā bija Hoerera sniegtā teorija [51], kurā pierādīts, ka šķautņainu formu noapaļošana nav perfekta, bet joprojām ir efektīva metode, lai samazinātu pretestības koeficientu. Rezultātu sadaļa parādīts, ka šī hipotēze apstiprinās. Noapaļotās malas nodrošināja samazinājumu par 35% no

kopējās motorizētās spuras pretestības koeficienta (Drag), un pēc papildus formas optimizēšanas, tika iegūts papildu 10% samazinājums.

Dzenošās ūdens strūkļa reakcijas spēkui un momenti mijiedarbībā ar korpusu [90] šeit atsevišķi netiek izskatīti, bet ņemti vērā pētījumā kopumā.

Spēki uz sistēmu apskatīti nākamajā 3.45. attēlā. SUP dēlis pārvietojas divos veidos – ūdenī un gaisā.



3.45. att. Spēki, kas iedarbojas uz SUP dēli, bez piedziņas.

Ūdens vidē dominē hidrostatiskais spiediens un no tā izrietošais vertikāli vērsta izspiestā šķidruma spēks. Hidrodinamiskie spēki darbojas uz dēli, kā pretestības spēki: pret plūsmu *Drag* un cēlējspēks *Lift*. Robežslāņa bīdes spēki darbojas gandrīz paralēli plūsmas virzienam un tā ietekme uz cēlējspēku ir niecīga [91]. Dēļa formai pretestības spēks lielākoties ir saistīts ar virsmas berzes pretestības tangenciālajiem spēkiem [51].

Pretestības spēks, no šķidruma plūsmas ar ieplūdes kanāliem palielina pretestību [91]. Šajā darba apskatīta tikai objekta ārējā forma, bez šķidruma ieplūdes iekšējā tilpumā. Pretestības spēka  $F_D$  noteikšanai (sk. iepriekš 2.1. apakšnodaļu) izmanto (2.1) vienādojumu. Savukārt vilkmes spēku  $T$  aprēķina, izmantojot rokasgrāmatu [83], kā parādīts (3.38) vienādojumā:

$$T = \rho \cdot A_2 \cdot V_2 \cdot (V_2 - V_1) \quad (3.38)$$

kur  $T$  – sistēmas radītais vilces spēks, N;  $\rho$  – ūdens blīvums,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $A_2$  – sprauslas šķērsriezuma laukums,  $\text{m}^2$ ;  $V_2$  – no sistēmas izejošā ūdens ātrums,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $V_1$  – sistēmā ienākošā ūdens ātrums,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

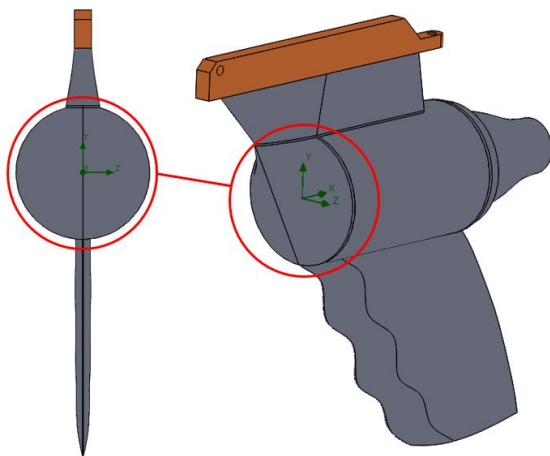
Lai panāktu lielāku vilci, ir nepieciešama lielāka atšķirība starp ūdens ieplūdes un izplūdes ātrumu. Tādējādi izplūdes sprausla būtu jāprojektē tā, lai panāktu lielāku ūdens izejošo ātrumu no sistēmas, savukārt ieplūdes atveres konstrukcijai, gluži pretēji, būtu jānodrošina, lai ūdens ienākšanas ātrums būtu iespējams tuvu dēļa peldēšanas ātrumam. Ieplūdes raksturošanai izmanto attiecību  $IVR = V_1 / V_2$  (Inlet velocity ratio). SUP dēļi nav paredzēti dinamiskai peldēšanai uz ūdens, parasti, peldēšanas ātrums bez motora ir mazāks par pastaigas ātrumu  $6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Plānotais maksimālais elektriskā SUP dēļa ātrums ir ap  $9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Neatkarīgi no tā, cik efektīvs ir dzinēja sūkņi, būs zināmi veiktspējas zaudējumi, ko izraisa plūsmas virpuļi ieplūdē un SUP dēļa korpusa robežas slānī. Lai samazinātu ieplūdes zudumus, šajā nodaļā vispirms uzmanība tiek pievērsta ieplūdes kanālu dizainam (sūkņa hidraulisko īpašību un sprauslu konstrukcijas analīze paredzēta nākamajos projekta posmos).

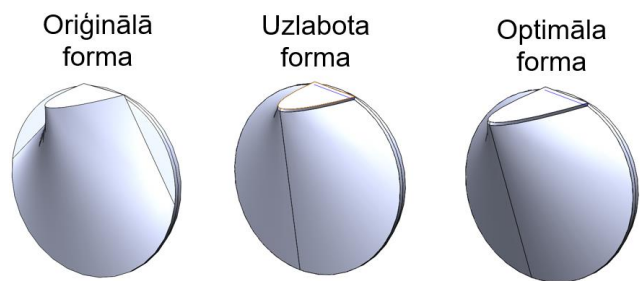
Robežslānis veidojas objekta saskarē ar kustīgu straumi, tas ir plāns viskozā šķidrums slānis, kas atrodas tuvu cietajai sienas virsmai. Plūsmas ātrums pie sienas ir nulle [51], viskozitātes dēļ veidojas tā saucamā plūsmas “pielipšana” (*sticks*) sienai. Šajā apakšnodaļā apskatītā objekta forma ir krietni sarežģītāka, un precizitātes uzlabošanai tiek veikta skaitliska analīze izmantojot laiktelpas aprēķina metodi ar Navjē-Stoksa vienādojumiem.

### 3.4.1. 3D motorizētās spuras plūsmas analīzes eksperimentālā daļa

Modelis izveidots ar SolidWorks, kā kopsalikums no vairākām atsevišķām detaļām (sk. 3.46. att.). Spuras forma pretstatā ir ļoti plāna un plūdena. Vislielāko frontālo laukumu pret plūsmu veido cilindriskās daļas motora vāks. Sākotnējais motora vāka risinājums redzams 3.47. attēlā, kā oriģinālā forma. Pēc tam šī forma tika uzlabota, lai atbrīvotos no iekšējām šķautnēm un eksperimentāli optimizēta ar mērķi samazināt hidrodinamisko pretestību.

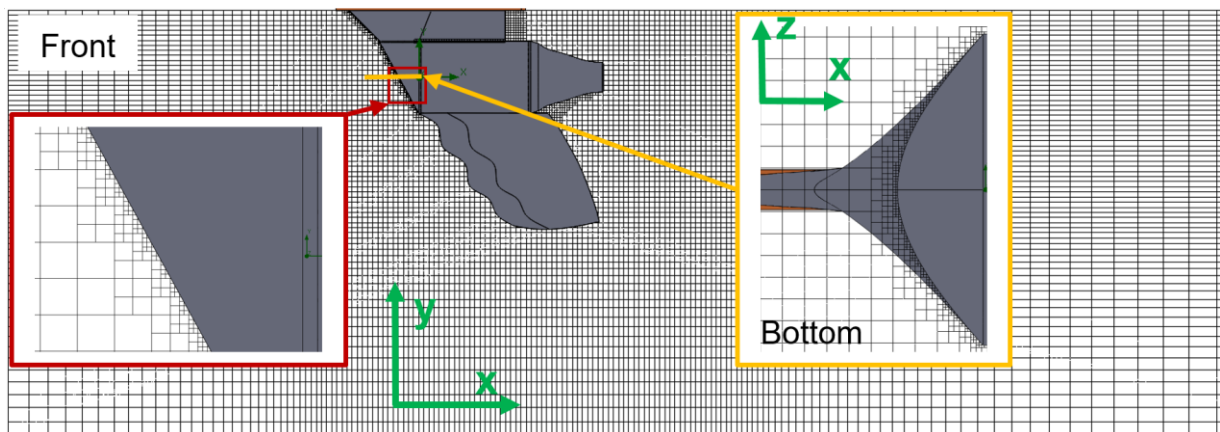


3.46. att. Motorizētā SUP dēļa spura: cilindriskās daļas motora vāks (ar sarkanu)



3.47. att. Motora vāka formas modeļi

Pie sākuma nosacījumiem tiek uzdots plūsmas ātrums  $v_x = 2.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . No laika atkarīgajam Navjē-Stoksa vienādojum tiek izveidots plūsmas tīklojums ar sākotnējo galīgo elementu skaitu virs  $7 \cdot 10^5$  (sk. 3.48. att.). Šeit speciāli tiek izdalīts smalkāks tīklojums spiediena zonai (sk. 3.46. att.).

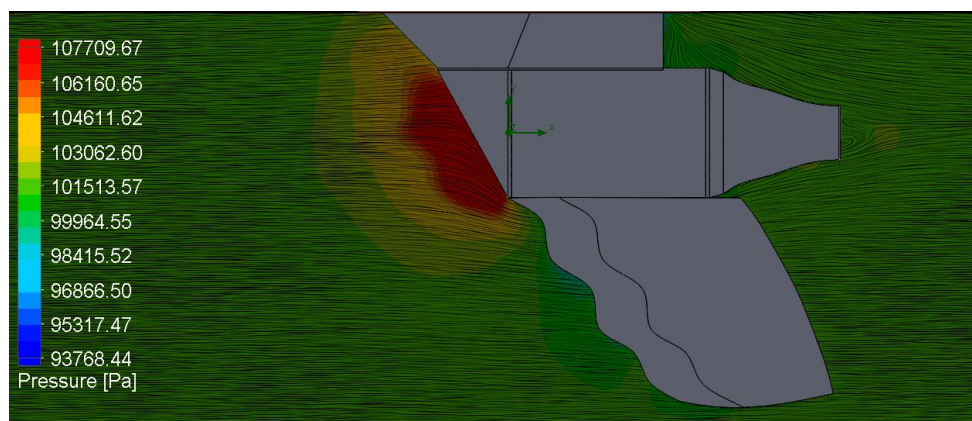


3.48. att. Plūsmas galīgo elementu tīklojums ar fokusu uz spiediena zonu motora vāka priekšā.

Atšķirībā no tradicionālās pieejas galīgo elementu analīzē, kur modelis tiek sadalīts noteiktā skaitā elementu (piemēram, tetraedros vai trijstūros), SolidWorksFlow plūsmas simulācijās tiek izmantota tehnika, ko sauc par galīgo tilpuma pieeju (Finite Volume approach). Izmantojot šo metodiku, 3D modeļa lielums un forma un šķidruma telpa paliek nemainīgi, bet tīklojuma elements simulācijas laikā var mainīties un atjaunināties. Šādu adaptīvu risinājumu sauc par *solution - adaptive meshing*, kurā aprēķina programma var precizēt tīklojuma elementa izmēru un uzlabot tīklojumu, nepārtraucot rēķināšanas programmu. Šī pieeja ievērojami palielina rezultātu precizitāti īsākā laika posmā. Aprēķinu modelī spiediena zonai ir laikā nemainīgs, bet visam modelim adaptīvs 4 tīklojuma smalcināšanas līmenis (sk. 3.48. att.).

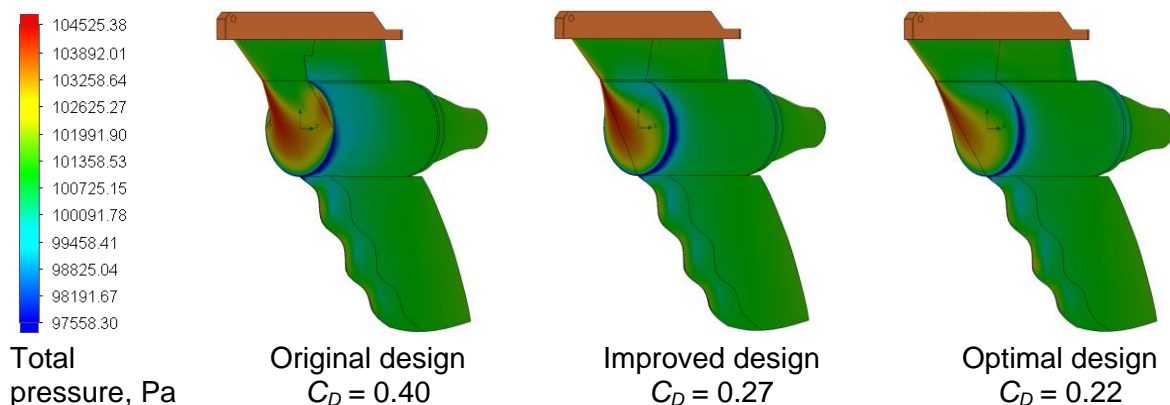
### 3.4.2. 3D motorizētās spuras plūsmas analīzes rezultāti

Plūsmas līniju un spiediena sadalījums ap motorizēto SUP dēļa spuru apskatāms nākamajā 3.49. attēlā. Redzams, lielākais plūsmas radītais spiediens veidojās motora vāka priekšpusē.



3.49. att. Plūsmas līniju un spiediena sadalījums ap motorizēto SUP dēļa spuru

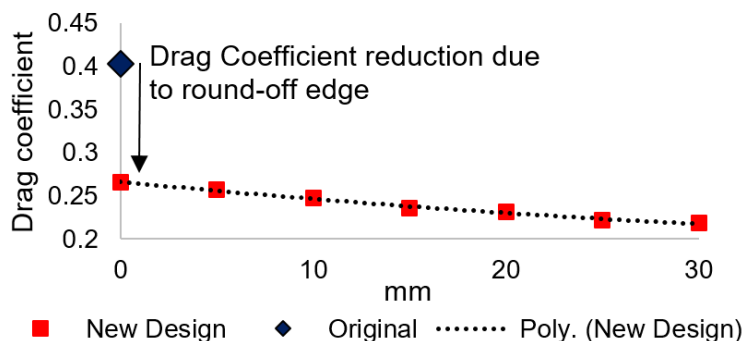
3.50. attēlā parādīts, ka sākotnēji piedāvātajam dizainam ar ieplūdi tuneļa sānos ir ievērojami trūkumi salīdzinājumā ar ieplūdi tuneļa priekšpusē. Tumši zilā krāsa tuneļa sānos norāda, ka spiediens uz sāniem ir mazākais, līdz ar to, ieplūdes ūdens daudzums no sāniem būs daudz mazāks nekā ūdens daudzums, kas ieplūstu no priekšpuses.



3.50. att. Spiediena sadalījums no ūdens plūsmas uz motorizētās spuras korpusa: oriģinālajai, uzlabotajai un optimizētajai formai.

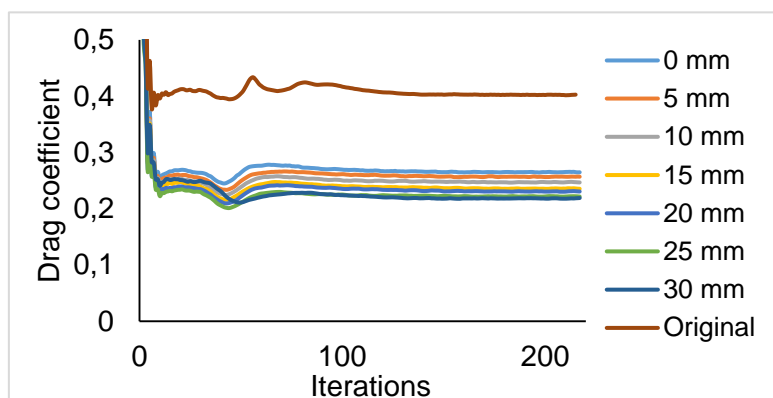


Hidrodinamiskās pretestības koeficienta un pretestības spēka rezultāti, kas iegūti plūsmas simulācijas, ir apkopoti 3.51. attēlā, kur oriģinālā forma ar sāna iegriezumiem ir apzīmēta ar melnu punktu, bet uzlabotā korpusa forma ir norādīta ar sarkanajiem punktiem, kuri aproksimēti ar otrās kārtas polinomu.



3.51. att. Hidrodinamiskās pretestības koeficients (pa kreisi) un pretestības spēks (pa labi) oriģinālajai un uzlabotajai motorizētās spuras formai.

Rezultāti 3.51. attēlā parāda, ka motora vāka malu noapaļošana samazina pretestības koeficientu no 35 % līdz 45 %. Uzlabotās formas optimizācija, pretestības koeficientam, rada starpību par 10%, kur kritērijs ir horizontālais augstums motora vākam  $h = 0$  līdz 30 mm (sk. 3.47. att.) un tas tiek ierobežots ar spuras maksimālo pieļaujamo horizontālo platumu. Simulācijās aprēķins veikts, līdz plūsmas pretestības spēks vairs nemainās, izpildās konverģences nosacījums. Visas pretestības koeficienta izmaiņas pēc iterāciju skaita visiem gadījumiem apskatīti 3.52. attēlā. Pārejas process beidzas pēc 50 iterācijām un plūsma nostabilizējas uzlabotajai formai, bet process ir ilgāks oriģinālajai formai ar šķautnēm uz frontālās daļas virsmas.

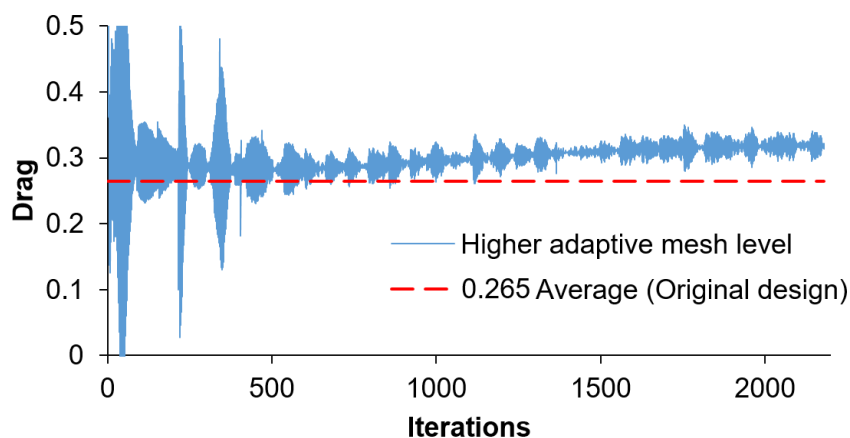


3.52. att. Hidrodinamiskās pretestības koeficienta izmaiņa pēc iterāciju skaita.

Lai pārliecinātos par modeļa precizitāti, tiek veiktas papildus simulācijas ar lielāku adaptīvā tīklojuma pakāpi, ko plašāk izmanto plūsmas dinamikas analizē pētot virpuļus. Iterāciju skaits tiek palielināts virs 2000 (sk. 3.53. att.). Simulācija veikta vienam gadījumam pie  $h = 0$ . Redzams, ka plūsma vairs nav stabila un aprēķins kļūst krietni komplicētāks un laikietilpīgāks. Līdz apmēram 600 – 700 iterācijām vidējā pretestības koeficienta vērtība ir ļoti tuvu iepriekš noteiktajam ap 0.28 un atšķirība ir 5% robežās. Pārreķinot arī citus gadījumus tendence saglabājās. Un var pieņemt, ka lai noteiktu formas ietekmi uz pretestības



koeficienta izmaiņu, uzdevumu var risināt fokusējot aprēķinu uz noteiktu formas izmaiņas vietu apskatītajam objektam. Šādi, būtiski samazinot nepieciešamos laika un datu saglabāšanas resursus.



3.53. att. Hidrodinamiskās pretestības koeficienta izmaiņa pēc iterāciju skaita ar lielāku adaptīvā tīklojuma pakāpi (zilā līnija) un vidējā iepriekš noteiktā (sarkana raustīta līnija).

### 3.4.3. Secinājumi par apakšnodaļu

- 1) No 3D plūsmas stimulācijām var secināt, ka plūsmas pretestības koeficienta noteikšanā var izmantot divu veidu metodes. Pirmajā, fokusējoties tikai uz lokālu apskatītā objekta tilpuma laukumu. Otrajā gadījumā, apskatot visu objektu tilpumā ar automātiski precizētu – adaptīvo tīklojuma elementa izmēru. Rezultātu atšķirība ir mazāka par 5 %, līdz ar to, pretestības koeficienta noteikšanai lietderīgi izmantot pirmo metodi, vairākkārtīgi samazinot aprēķina laika un datu saglabāšanas resursus, un samazinot iespēju kļūdaini interpretēt plūsmas turbulences ietekmes, ja tās netiek skatītas atsevišķi.
- 2) Plūsmas simulācijas rezultāti ļauj secināt, ka motorizētā spuras ģeometriskā forma rada ievērojamu frontālo pretestību un to var samazināt, izvēloties optimālu motora vāka formas dizainu.
- 3) Motora caurules korpusa ieplūdes konstrukcija ar rievām sānos ir mazāk efektīva, par frontālo ieplūdi saglabājot plūsmas virzienu.
- 4) Motora vāka malu noapaļošana nodrošināja 35% samazinājumu hidrodinamiskās pretestības koeficientam un ir rekomendējams uzlabojums, ko ieviest ražošanā. Tālāka formas optimizācija samazina pretestības koeficientu vēl par 10%.

## 3.5. Secinājumi par nodaļu

1. Stabīlas konstrukcijas, piemēram, astes spārna vai spārnu, svārstības no pastāvīgas vēja plūsmas var izraisīt, ja mehatroniskā vadības sistēma maina plāksnes darbības laukumu. Stacionāras svārstības notiek ļoti ātri, dažu ciklu laikā. Iegūtā ģeneratora momentānā jauda nav liela, dēļ mazā perforētās plāksnes laukuma. Lai palielinātu efektivitāti, obligāti jāveic parametru optimizēšana.

2. Zemūdens robotu ilgstošas darbības nodrošināšanai ir jābūt iespējai pārslēgt mehatronisko vadības sistēmu no korpusa nirkšanas cikla kustības uz jaudas uzpildes cikla kustību gaisa plūsmā. Enerģijas papildināšana ir iespējama arī zem ūdens. Šajā gadījumā ir jāizmanto zemūdens straume. Pētījumā piedāvātā inženiertehniskā aprēķina metode ļauj analizēt dažādu objektu kustības un šķidrumu mijiedarbību. Metode ļauj modelēt objekta sarežģīto kustību šķidrumā.

3. Reālā fluīda plūsmā (gaisa vai ūdens) ātrums nav konstants, bet mainās laika apgabalā. Šī īpašība rada stabilu vibrācijas kustību dubultā svārsta sistēmā. Praktiskie eksperimenta rezultāti vēja tunelī parāda, ka modelim ir daudz iespēju turpmākiem pētījumiem: enerģijas ieguves prototipa izveide; jaudas mērījumi matemātiskā modeļa validācijai; ģenerators vadības optimizācija pie mainīgiem plūsmas ātrumiem.

## SECINĀJUMI

1. Promocijas darba (kā tematiski vienotas zinātnisko publikāciju kopas) pirmajā nodaļā skaitliskā modeļa izveide skeletonam ar braucēju uz slīpas plaknes sniedz iespēju: prognozēt kustību daudz garākā trases posmā, ņemot vērā ledus berzes koeficientu, aerodinamisko pretestību, slieces elastību raksturojošos parametrus un virsmas profilu (eksperimentos izmantotās stata estakādes maksimālais garums ir 50 m, sportistu sacensībās izmantoto trašu garumi ir vidēji 1200 m).
2. Izmantojot mehānikas likumus, ir iespējams analītiski noteikt ledus berzes koeficientu un aerodinamiskās pretestības koeficientu. Pie ievades parametriem nepieciešams kustības ātrums noteiktos laika vai pārvietojuma punktos, pie laika mērīšanas sensoriem, vismaz divos etapos. Skeletoņa sportā un citos ziemas renes sporta veidos metodi var izmantot, ja ātrums pārsniedz  $6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  un apskatītie etapi pietiekoši īsi, lai pieņemtu, ka pretestības koeficienti etapos ir konstanti. Metodes novitāte sniedz iespēju vienlaikus noteikt gan ledus berzes koeficientu, gan gaisa pretestības koeficientu, paverot plašas iespējas tās pielietošanai praksē.
3. No praktiskajiem eksperimentiem var secināt, ka, palielinot slieces stingumu sportistu izmantotajā skeletoņa kamanu slieču spriegošanas diapazonā, berzes spēku radīto svārstību frekvence samazinās kustības virzienā un praktiski nemainās vertikālajā virzienā. Slieces stinguma izmaiņas praktiski neietekmē noteiktās skeletoņa kamanas struktūras pašsvārstību rezonanses frekvences 15 Hz un 71 Hz kustības laikā. Izstrādātais 6BP matemātiskais modelis skeletoņa kamanu pašsvārstības frekvenču noteikšanai ļauj viegli un ātri noteikt aptuvenās rezonanses frekvences, zinot skeletoņa kamanas un slieces stinguma parametru vērtības. Eksperimentālos rezultātus papildus ietekmē vides apstākļi, kuros mainās slieces elastīgās īpašības (papildus šajā darbā netiek apskatīti).
4. Promocijas darba otrajā nodaļā ir izstrādāta jauna metode aptuvenas plūsmas un nekustīgas ķermeņa mijiedarbības aprēķināšanai: kustīgam ķermenim ar mazu gaisa plūsmas ātrumu, nekustīgam ķermenim gaisa plūsmā un kustīgai prizmai gaisa plūsmā. Tiek pieņemts, ka šķidrums ir laminārs, šķidrums ir nesaspiežams un fluīda viskozitāte netiek ņemta vērā matemātiskajā modelēšanā, bet kā alternatīva tiek izmantots mijiedarbības koeficients (konstante).
5. Tiek iegūts stabils rezultāts enerģijas ieguvei ar mainīga laukuma prizmām (2.41. att.). Lai arī iegūtā jauda ir maza, piedāvātā teorija (superpozīcijas princips) palīdz identificēt cēloni un dod iespēju strādāt pie efektivitātes uzlabošanas. Ierosinātais princips izskaidro viegli saprotamā un tiešā veidā matemātisko būtību. Tika konstatēts, ka alternatīva pieeja cieta ķermeņa un fluīda (gaisa) mijiedarbības parādības enerģijas ieguves aprēķināšanā, izmantojot vienkāršu matemātisko modeli, ir praktiski pielietojama, neizmantojot tradicionālās CFD virpuļa izraisītās vibrāciju metodes.
6. Šajā darbā izstrādātā metode palīdz vienkāršoti veikt analīzes, optimizācijas un sintēzes uzdevumus objektu mijiedarbībai ar šķidrumiem objektam translācijas kustībā. ņemot vērā tikai ķermeņa un šķidrums mijiedarbības koeficientu. Teoriju var attiecināt uz jebkuras

sarežģītības ķermeņa šķidruma mijiedarbību, ja tas paredzēts matemātiska rakstura darbībām.

7. Promocijas darba trešajā nodaļā apskatīti zemūdens transporta līdzekļi, kur stabilas konstrukcijas, piemēram, astes spārna vai spārnu, svārstības no pastāvīgas fluīda plūsmas var izraisīt, ja mehatroniskā vadības sistēma maina plāksnes darbība laukumu. Stacionāras svārstības notiek ļoti ātri, dažu ciklu laikā. Iegūtā ģenerators momentānā jauda ir neliela dēļ mazo perforēto plāksņu laukuma. Efektivitātes uzlabošanai jāveic parametru optimizēšana.
8. Zemūdens robotu ilgstošas darbības nodrošināšanai ir jābūt iespējai pārslēgt mehatronisko vadības sistēmu no korpusa niršanas cikla kustības uz jaudas uzpildes cikla kustību gaisa plūsmā. Enerģijas papildināšana ir iespējama arī zem ūdens. Šajā gadījumā ir jāizmanto zemūdens straume. Pētījumā piedāvātā inženiertehniskā aprēķina metode ļauj analizēt dažādu objektu kustības un šķidrumu mijiedarbību. Metode ļauj modelēt objekta sarežģīto kustību šķidrumā.
9. Reālā fluīda plūsmā (gaisa vai ūdens) ātrums nav konstants, bet mainās laika apgabalā. Šī īpašība rada stabilu vibrācijas kustību dubultā svārstu sistēmā. Praktiskie eksperimenta rezultāti vēja tunelī parāda, ka modelim ir daudz iespēju turpmākiem pētījumiem: enerģijas ieguves prototipa izveide; jaudas mērījumi matemātiskā modeļa validācijai; ģenerators vadības optimizācija pie mainīgiem plūsmas ātrumiem.
10. Pēc 3D plūsmas stimulācijām var secināt, ka plūsmas pretestības koeficienta noteikšanā var izmantot divu veidu metodes. Pirmajā, fokusējoties tikai uz lokālu apskatītā objekta tilpuma laukumu. Otrajā gadījumā, apskatot visu objektu tilpumā ar automātiski precizētu – adaptīvo tīklojuma elementa izmēru. Rezultātu atšķirība ir mazāka par 5 %, līdz ar to, pretestības koeficienta noteikšanai lietderīgi izmantot pirmo metodi, vairākkārtīgi samazinot aprēķina laika un datu saglabāšanas resursus, un samazinot iespēju kļūdaini interpretēt plūsmas turbulences ietekmes, ja tās netiek skatītas atsevišķi.

## AVOTU UN IZMANOTĀS LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] Я. Виба. „Оптимизация и синтез виброударных машин.” – Рига: Зинатне, 1988. 253 с
- [2] Э.Лавендел. Синтез оптимальных вибромашин. 1970, Рига: Зинатне, 252 с
- [3] Э.Лавендел, А. Субач. Результаты экспериментального исследования удара с трением. — В кн.: Вибрационная техника. М., 1966, с. 285-292.
- [4] Л. Стойменов. Нецентральный удар шероховатых тел. Проблемы, гипотезы, результаты экспериментального изучения. — Българска академия на Науките. Теоретична и приложна механика, 1972, т. 3, но 3, с. 61-71.
- [5] Л. Стойменов. Некоторые результаты экспериментального изучения удара шероховатых тел при скольжении. — Прикладная механика, 1972, т. 8, вып. 8, с. 52-60.
- [6] В. Плявниекс. Расчет косоугольного удара о препятствие. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1969, вып. 18, с. 87-110.
- [7] В. Плявниекс. Косое соударение двух тел. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1969, вып. 19, с. 69-82.
- [8] В. Плявниекс. Косое соударение двух шарообразных тел. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1969, вып. 19, с. 83-88.
- [9] В. Плявниекс. Пространственное соударение двух тел. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1970, вып. 20, с. 75-88.
- [10] В. Плявниекс. Пространственное соударение с переменным направлением скольжения. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1971, вып. 21, с. 37-46.
- [11] И. Блехман, Г. Джакелидзе. Вибрационное перемещение. М., Наука, 1964. 412 с.
- [12] Э. Лавендел. Система гипотез в технических расчетах по вибрационному перемещению. В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, Зинатне, 1971, вып. 21, с. 5 - 10.
- [13] Р. Нагаев. Периодические режимы вибрационного перемещения. М., Наука, 1978. 160 с.
- [14] М. Фейгин. Особенности динамики систем с ударными взаимодействиями, связанные с существованием скользящих движений. — В кн.: Механика машин. М., Наука, 1972, вып. 33-34, с. 188-196.
- [15] М. Фейгин, Ю. Федосенко. Существование, аппроксимация и устойчивость периодических движений с участком скользящего режима вибрационных механизмов с ударными взаимодействиями. — В кн.: Вибротехника. Каунас, 1973, вып. 3(20), с. 281-288.
- [16] Э.Лавендел, Я. Виба. особенности оптимального синтеза виброударных систем. В кн.: Вибротехника. Каунас, 1973, вып. 3(20), с. 47-54.
- [17] Itagaki K, Lemieux G E and Huber N P 1987 Preliminary Study of Friction Between Ice and Sled Runners. J. Phys. (Paris), Colloq. 48 297–301

- [18] Federolf P A, Mills R and Nigg B 2008 Ice friction of flared ice hockey skate blades *J. Sports Sci.* 26 1201–8
- [19] Poirier L, Lozowski E P, Maw S, Stefanyshyn D J and Thompson R I 2011 Experimental analysis of ice friction in the sport of bobsleigh *Sport. Eng.* 14 67–72
- [20] de Koning J J, de Groot G and van Ingen Schenau G J 1992 Ice friction during speed skating *J. Biomech.* 25 565–71
- [21] Braghin F, Cheli F, Melzi S and Sabbioni E 2012 Experimental Assessment of Bobsleigh Dynamics and Ice-Skate Contact Forces ed R Allemang, J De Clerck, C Niezrecki and J R Blough *Top. Modal Anal.* II 6 487–98
- [22] Scherge M, Böttcher R, Richter M and Gurgel U 2013 High-speed friction experiments under lab conditions: on the influence of speed and normal force *ISRN Tribol.* 2013 1–7
- [23] Scherge M, Böttcher R, Spagni A and Marchetto D 2018 High-Speed Measurements of Steel–Ice Friction: Experiment vs. Calculation *Lubricants* 6 26
- [24] Makkonen L and Tikanmäki M 2014 Modeling the friction of ice *Cold Reg. Sci. Technol.* 102 84–93
- [25] Lozowski E 2014 A model of ice friction for skeleton sled runners *A Model of Ice Friction for Skeleton Sled Runners*
- [26] Hoerner, Sighard F 1965 *Hoerner Fluid-Dynamics DRAG* (Oxford University Press)
- [27] Hoerner, Sighard F 1985 *Fluid Dynamic Lift - Practical Information on Aerodynamic and Hydrodynamic Lift NASA STI/Recon Tech. Rep. A 507*
- [28] Å P D and Avital E 2006 Influence of the position of crew members on aerodynamics performance of two-man bobsleigh *39 2733–42*
- [29] Pernpeintner A and Winkler A 2010 Lessons learned from the aerodynamic shape development process of a bobsleigh *Procedia Eng.* 2 2407–12
- [30] Pernpeintner A and Winkler A 2010 *Procedia Engineering Lessons Learned from the Aerodynamic Shape Development Process of a Bobsleigh Procedia Eng.* 2 2407–12
- [31] Shim H, Lee Y and Kim K 2017 *Journal of Wind Engineering Optimization of bobsleigh bumper shape to reduce aerodynamic drag Jnl. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 164 108–18
- [32] Sciacchitano A and Pattnaik P 2018 *Near Wake Analysis of a Two-Man Bobsleigh Scaled Model †*
- [33] Chowdhury H, Alam F, Arena S and Mustary I 2013 An experimental study of airflow behaviour around a standard 2-man bobsleigh *Procedia Eng.* 60 479–84
- [34] Chowdhury H, Loganathan B, Alam F and Moria H 2015 Aerodynamic body position of the brakeman of a 2-man bobsleigh *Procedia Eng.* 112 424–9
- [35] Motallebi F, Dabnichki P and Luck D 2015 *Advanced bobsleigh design . Part 2 : aerodynamic modifications to a two-man bobsleigh 218 139–44*
- [36] Poirier L 2011 *Ice Friction in the Sport of Bobsleigh (UNIVERSITY OF CALGARY)*
- [37] Hubbard M, Kallay M and Rowhani P 1989 *Three-Dimensional Bobsled Turning Dynamics Int. J. Sport Biomech.* 5 222–37
- [38] Roche J, Turnock S and Wright S 2008 *An Analysis of the Interaction Between Slider Physique and Descent Time for the Bob Skeleton ( P153 ) Eng. Sport.* 2 101–9
- [39] *Rules I and Release S 2019 International Skeleton Rules*

- [40] Lewis O., Aerodynamic analysis of a 2-man bobsleigh. MA thesis, 2006, TU Delft.
- [41] Hess, D.P., Soom, A.: Normal vibrations and friction under harmonic loads: Part i—hertzian contacts. (1991) *Journal of Tribology*, 113 (1), pp. 80-86, doi: 10.1115/1.2920607
- [42] Hess, D.P., Soom, A., Kim, C.H.: Normal vibrations and friction at a Hertzian contact under random excitation: Theory and experiments. (1992) *Journal of Sound and Vibration*, 153 (3), pp. 491-508, doi: 10.1016/0022-460X(92)90378-B
- [43] Dassault Systemes SolidWorks Corporation: SolidWorks Simulation Premium: Dynamics (2018), pp. 1-178
- [44] Akin, J.E.: Finite element analysis concepts: Via solidworks. (2010) *Finite Element Analysis Concepts: Via Solidworks*, pp. 1-335, doi: 10.1142/7785
- [45] Kurowski, P.M: *Vibration Analysis with SolidWorks Simulation 2016*. (2016), SDC Publications, Mission, KS
- [46] Lalanne, C.: *Mechanical Vibration and Shock Analysis: Second Edition*. (2010) *Mechanical Vibration and Shock Analysis: Second Edition*, 4, pp. 1-436, doi: 10.1002/9780470611968
- [47] Newland, D.E.: *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. (1993) Third edition, pp 1-477, doi:10.1155/1994/561605
- [48] Crank, J. 1984, *Free and Moving Boundary Problems*. Oxford University Press, 425pp.
- [49] Finlayson, B.A. 1992. *Numerical Methods for Problems with Moving Fronts*. Ravenna Park, WA, Ravenna Park Publishing, 605pp.
- [50] Sears, W.R. 2011. *Introduction to Theoretical Aerodynamics and Hydrodynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 203 pp.
- [51] Hoerner, S.F. 1965. *Fluid-Dynamic Drag*. Published by the Author, Bakersfield, CA., 456 pp.
- [52] Beal, J. & Viroli, M. 2015. Space–time programming. *Phil. Trans. R. Soc. A* 373: 20140220.
- [53] Beal, J., Usbeck, K. & Benyo, B. 2013. On the Evaluation of Space-Time Functions. *The Computer Journal*. 56(12), 1500–1517.
- [54] Goldstein, H., Poole, C. & Safko, J. 2015. *Classical Mechanics*. Third Edition, Wesley, 625pp.
- [55] Meriam, J. L., Kraige, L.G. & Bolton, J.N. 2015. *Engineering Mechanics: Dynamics*, 8th Edition, Wiley, 736 pp.
- [56] Clancy L.J. *Aerodynamics*. New York, London: Publishing by Pitman, 1975. 610 p.
- [57] Pontryagin L.S., Boltyanski V.G., Gamkrelidze R.V., and Mishchenko E.F. *Mathematical theory of optimal processes* Fizmatgiz. Moscow, 1961. 391 p. (in Russian).
- [58] Boltyanski V.G. *Mathematical Methods of Optimal Control* (in Russian), Izdat. “Nauka”, Moscow, 1966. 307p. English translation: Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York – Montreal-London. Xiv, 1971, pp. 272.
- [59] Lee E. B. and Markus L. *Foundations of Optimal Control Theory*. New York: Wiley. 1967. 576 p.
- [60] Boltyanski V., Martini H., and Soltan V. “The Maximum principle –How it came to be?” *Geometric Methods and Optimization problems*. New York: springer, 1998, pp. 204-227.

- [61] Viba, J., Shtals, L., Eiduks, M.: Energy extraction from air or water by vibrations. *Latvian Journal of Physics and Technical Sciences, physical and technical problems of energetics*. Vol 46(2). pp 3-12. (2009). doi: 10.2478/v10047-009-0005-2.
- [62] Viba, J., Beresnevich, V., Tsyfansky, S., Kruusmaa, M., Fontaine, J.G., Megill, W. : New Designs of fin type propulsive devices of robotic fish. In: 15th International Conference on Advanced Robotics, Tallinn University of Technology, pp 625-630, 2011. doi: 10.1109/ICAR.2011.6088600.
- [63] Mckinney, W., & DeLaurier, J. 2012. Wingmill: An Oscillating-wing windmill. *Journal of energy*, vol.5, no. 2, 109 pp.
- [64] Peng, Z., & Zhu, Q. 2009. Energy harvesting through flow-induced oscillations of a foil. *AIP Physics of fluids*, vol. 21(12).
- [65] Ashraf, M. A., Joung, J., & Lai, J.C.S. 2011. Numerical Analysis of an Oscillating –Wing wind and hydropower generator. vol.49, no.7, 1374-1386pp.
- [66] Xie, Y., Lu, K., & Zhang D. 2014. Investigation on energy performance of an oscillating foil with modified flapping motion. *Renewable energy*. Vol.63, 550-557pp.
- [67] Jeanmonod, G., & Olivier, M. 2017. Effects of chordwise flexibility on 2D flapping foils used as an energy extraction device. *Journal of fluids and structures*. vol.70, 327-345pp.
- [68] Boudis, A, Benzaoui, A., Oualli, H., Guerri O., & Bayeul –Laine, A.C., & Coutier Delgosha, O. 2018. Energy extraction performance improvement of a flappingfoil by the use of combined foil. 1651-1663 pp.
- [69] Zhu Q et al (2002) Three-dimensional flow structures and vorticity control in fish-like swimming. *J Fluid Mech* 468:1–28
- [70] Boudis, A, Benzaoui, A., Oualli, H., Guerri O., & Bayeul –Laine, A.C., & Coutier Delgosha, O. 2018. Energy extraction performance improvement of a flappingfoil by the use of combined foil. 1651-1663 pp.
- [71] Simpson, B.J., Licht, S., Hover, F.S., Triantafyllou, M.S. 2008. Energy extraction through flapping foils. *OMAE27, Proceedings of 27th international conference on offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
- [72] Lu, K., Xie, Y., Zhang, D., and Xie, G. 2015. Systematic investigation of flow evolution and energy extraction performance of a flapping –airfoil power generator. *Energy*, Vol. 89, 138-147 pp.
- [73] Sun, T., Zhao, J., Yan, X., Xu, P. 2016. A new flapping – hydrofoil wave power generating unmanned ocean vehicle .*OMAE2016, Proceedings of the ASME 35th international conference on ocean ,offshore and arctic engineering*.
- [74] Ashraf, M.A., Khan, A.A., Miah, Md.S. 2019. An overview of progress in flapping wing power generation. *Conference proceedings of ICMET, Oman*. <http://bps.energy/biostream>.
- [75] Xiao, Q. and Zhu, Q. 2014. A review on flow energy harvesters based on flapping foils. *Journal of fluids and structures*, Vol 46, 174- 191 pp.
- [76] Viba J., Vitols D., Tsyfansky S., Beresnevich V., Noskovs S., Jakushevich V. A vibrating object interaction with fluids. *Scientific Journal of Riga Technical University. Transport and Engineering. Mechanics*. Riga Technical University Press, 2015. pp. 7 – 11. (in Latvian).



- [77] Martynyuk A. A. and Nikitina N. V. "The Theory of Motion of a Double Mathematical Pendulum," *International Applied Mechanics*, Vol. 36, No. 9, 2000, pp. 1252-1258.
- [78] Ozoliņš, O., Cipruss, V., Vība, J., Jakovļevs, O. Double Pendulum Motion Analysis in Variable Fluid Flow. In: *15th International Scientific Conference "Engineering for Rural Development": Proceedings. Vol.15*, Latvia, Jelgava, 25-27 May, 2016., pp.720-725.
- [79] Anthony Bedford, Wallace Fowler. *Engineering Mechanics. Statics & Dynamics*. Fourth Edition. Pearson Prentice Hall. 2005. - 622. p.
- [80] Jennings, G. (2007). *Motorized Water Sports, Water-Based Tourism, Sport, Leisure, and Recreation Experiences*. UK: Elsevier
- [81] Bertram, V. (2011). *Practical ship hydrodynamics*. UK: Elsevier.
- [82] Shariati, S. K., Mousavizadegan, S. H. (2017). The effect of appendages on the hydrodynamic characteristics of an underwater vehicle near the free surface. *Applied Ocean Research*, 67, 31-43. DOI: 10.1016/j.apor.2017.07.001
- [83] Carlton, J. (2018). *Marine propellers and propulsion*. USA: Butterworth-Heinemann. DOI: 10.1016/B978-0-08-100366-4.00016-X
- [84] Cooper, R. D., & Doroff, S. W. (Eds.). (1971). *Unsteady Propeller Forces, Fundamental Hydrodynamics [and] Unconventional Propulsion*. Office of Naval Research.
- [85] Gong, J., Guo, C. Y., Wang, C., Wu, T. C., & Song, K. W. (2019). Analysis of waterjet-hull interaction and its impact on the propulsion performance of a four-waterjet-propelled ship. *Ocean Engineering*, 180, 211-222. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.04.002
- [86] Brandau, J. H. (1968). Performance of Waterjet Propulsion Systems-A Review of the State-of-the-Art. *Journal of Hydronautics*, 2(2), pp.61-73. DOI: 10.1109/ULTSYM.2013.0335
- [87] ITTC (2005c). Report of the Specialist Committee on Validation of Waterjet Test Procedures. Proceedings of 24th International Towing Tank Conference, Vol. 11. Edinburgh, UK. Published by The University of Newcastle upon Tyne, UK.
- [88] Bulten, N. W. H. (2006). Numerical analysis of a waterjet propulsion system. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven. <https://doi.org/10.6100/IR614907>
- [89] Hoerner, S. F. (1965). *Fluid Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance*. Washington, D.C.: Hoerner fluid dynamics.
- [90] Kandasamy, M., Ooi, S. K., Carrica, P., Stern, F. (2010). Integral force/moment waterjet model for CFD simulations. *Journal of fluids engineering*, 132(10).
- [91] Cengel, Y. A., Cimbala, J. M. (2017). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. 4th ed. New York: McGraw-Hill Education.

## **PIELIKUMI**

## ZINĀTNISKĀS PUBLIKĀCIJAS

### Par pirmo nodaļu iesniegtās publikācijas:

21. Žurnālā “Tribology international” iesniegtais raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba pirmajā nodaļā ar nosaukumu – Unveiling ice friction and air drag for faster sliding in winter sports (sk. 1. pielikumu);
24. “14th International Conference on Vibration Problems 2019” konferences raksts publicēšanas procesā, par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba pirmajā nodaļā ar nosaukumu – Analysis of the skeleton sled with different runner stiffnesses sliding motion induced vibrations on an inclined ice track (sk. 2. pielikumu).

**Publicētās pirmās nodaļas zinātniskās publikācijas** Nr. 6<sup>1</sup>, 7<sup>2</sup>, 10<sup>3</sup>, 12<sup>4</sup>, 14<sup>5</sup>, 15<sup>6</sup> skatīt internetā.

### Par otro nodaļu iesniegtās publikācijas:

22. Žurnāls “*Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*” iesniegtais raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba otrajā nodaļā ar nosaukumu – optimization of energy extraction using definite geometry prisms in air (sk. 3. pielikumu).

**Publicētās otrās nodaļas zinātniskās publikācijas** Nr. 1<sup>7</sup>, 3<sup>8</sup>, 4<sup>9</sup>, 5<sup>10</sup>, 8<sup>11</sup>, 11<sup>12</sup>, 16<sup>13</sup>, 17<sup>14</sup> skatīt internetā.

### Par trešo nodaļu iesniegtās publikācijas:

23. Žurnāls “*Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*” iesniegtais raksts par pētījumiem, kas apskatīti promocijas darba trešajā nodaļā ar nosaukumu – resistance estimation for propulsion system of a motorized sup board equipped with waterjet (sk. 4. pielikumu).

**Publicētās trešās nodaļas zinātniskās publikācijas** Nr. 2<sup>15</sup>, 13<sup>16</sup>, 18<sup>17</sup> skatīt internetā.

---

<sup>1</sup> <https://www.scientific.net/KEM.800.298>

<sup>2</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2019/Papers/N424.pdf>

<sup>3</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2019/Papers/N229.pdf>

<sup>4</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2018/Papers/N179.pdf>

<sup>5</sup> <http://tf.llu.lv/conference/proceedings2018/Papers/N094.pdf>

<sup>6</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2017/Papers/N031.pdf>

<sup>7</sup> <https://www.intechopen.com/books/design-optimization-of-wind-energy-conversion-systems-with-applications/synthesis-and-optimization-of-wind-energy-conversion-devices>

<sup>8</sup> <https://dspace.emu.ee/xmlui/handle/10492/4796>

<sup>9</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2020/Papers/TF170.pdf>

<sup>10</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2020/Papers/TF365.pdf>

<sup>11</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2019/Papers/N147.pdf>

<sup>12</sup> <https://www.jvejournals.com/article/20801/abs>

<sup>13</sup> <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610217338377>

<sup>14</sup> <https://www.jvejournals.com/article/17676>

<sup>15</sup> <https://dspace.emu.ee/xmlui/handle/10492/6054>

<sup>16</sup> <http://www.tf.llu.lv/conference/proceedings2018/Papers/N092.pdf>

<sup>17</sup> [http://tf.llu.lv/conference/proceedings2015/Papers/071\\_Viba.pdf](http://tf.llu.lv/conference/proceedings2015/Papers/071_Viba.pdf)

### Publikācija Nr. 21

#### **Unveiling ice friction and aerodynamic drag for faster sliding in winter sports: an accent on the start**

Izdošanas procesā žurnālam "Tribology international"

Līdzautori: Jānis Vība, Kārlis Agris Gross un Marins Čerpinska

Berzes spēku ietekmes kontrole renes zievas sporta veidos ir nebeidzams izaicinājums sportiem, treneriem un tehniskajam personālam. Pareiza aprīkojuma izvēle ir atkarīga no apkārtējās vides pretestības spēku ietekmes prognozēšanas. Iemesli, kāpēc slīdes berzes koeficients uz ledus virsmas pie maziem ātrumiem nav pietiekami pētīts, tiek apskatīts šajā rakstā. Pētījumā dati par pretestības koeficientiem tika iegūti no laika sensoriem ledus trasē un no portatīva paātrinājuma mērītāja piestiprināta pie skeletoņa kamanām. Portatīvais paātrinājuma mērītājs uz skeletoņa kamanām palīdzēja izpētīt pārejas procesu no statiskās berzes uz kinētisko berzi. Ātrums, pie kura "stick and slip" (pielipšanas efekts) izzuda un kustība stabilizējās bija ap 6 m/s. Salīdzinot ar citiem pētījumiem, berzes koeficients, kas, aprēķināts pie ātruma, virs 6 m/s, iegūts 0,0045. Pirmais no trim braucieniem uzrādīja lielāku berzes koeficientu 0,0067, kas saistīts ar zemāku skeletoņa slieces temperatūru pirms uzsilšanas berzes procesā. Gaisa pretestības koeficients iegūts 0,0004 pie ātruma 8 m/s. Šī pētījuma laikā izveidotā sensoru un datu analīzes sistēma ir gatava uzstādīšanai uz ledus trasēm, lai automātiskai noteiktu ledus berzes un aerodinamiskās pretestības koeficientus.

# Unveiling ice friction and aerodynamic drag for faster sliding in winter sports: an accent on the start

Martins Irbe<sup>a,b,\*</sup>, Janis Viba<sup>b</sup>, Karlis Agris Gross<sup>a</sup>, Marina Cerpinska<sup>b</sup>

Riga Technical University, <sup>a</sup>Biomaterials Research Laboratory

<sup>b</sup>Institute of Mechanics and Machine building

[martins.irbe@rtu.lv](mailto:martins.irbe@rtu.lv), [janis.viba@rtu.lv](mailto:janis.viba@rtu.lv), [kgross@rtu.lv](mailto:kgross@rtu.lv), [marina.cerpinska@rtu.lv](mailto:marina.cerpinska@rtu.lv)

**Author contribution:** **Martins Irbe:** Investigation, Software, Analysis, Visualization, Validation, Writing- 1st draft. **Janis Viba:** Methodology, Software, Data curation. **Karlis Agris Gross:** Conceptualization, Writing – 2<sup>nd</sup> draft, Supervision, Visualization, Project administration, Funding acquisition. **Marina Cerpinska:** Writing- Reviewing and Editing.

**Keywords:** Skeleton, sliding friction, optical timing sensors, accelerometer.

## Abstract

Better control of friction on ice is an unending challenge in winter sports. Decisive improvements for the upgrades of sport equipment hinge on precise prediction of the resistance forces. However, the reasons behind changing sliding friction coefficient at low velocities is still insufficiently addressed. In this paper, accurate data on the resistance coefficients was obtained from timing sensors on an ice track and a portable accelerometer at the base of the skeleton. Data was collected by timing sensors as the skeleton slid down an ice track. A portable accelerometer on the skeleton helped study the transient conditions at the start when static friction transitioned to kinetic friction. The velocity at which the "stick and slip" effect faded and the sliding motion stabilized was 6 m/s. The friction coefficient calculated at velocities above 6 m/s was 0.0045, in agreement with other studies. However, the first of three runs showed a greater friction coefficient of 0.0067, associated with a lower temperature of the steel runner before warming by frictional heating. The air resistance coefficient was 0.0004 for velocities up to 8 m/s. The system of sensors and data analysis developed during this study is ready to be installed on ice tracks and to provide automated calculation of friction on ice and aerodynamic resistance.

## 1. Introduction

Winter sport competitions on ice have noticeably lower friction that increases speed to make winter sports more dynamic and exciting. Every hundredth or even thousandths of a second becomes critical in sliding winter sports such as bobsled, skeleton and luge. An athlete's skill, favourable aerodynamics of the athlete's body position, sportwear textile [1] satisfies initial conditions for being a possible winner, leaving the sled's sliding surface the last remaining consideration for sliding to victory. The rules of the International Bobsleigh and Skeleton Federation (IBSF) [2] state that only standard steel runners with specific composition and hardness are allowed in the competitions, therefore additional improvements rely solely on lowering the sliding resistance. To decrease the resistance, athletes and their support teams must understand the relative contribution and ways of reducing the impact of two factors – ice friction and aerodynamic drag. This paper focuses on resistance forces during start, because start times have specific importance on bobsled performance [3].

### 1.1. Resistance forces

Both the ice friction and the aerodynamic drag need to be considered together to provide an objective view of the resistance to sliding in skeleton. These resistance forces react differently to the change in sliding velocity. Kietzig et.al. [4] showed that at higher velocities more frictional heat is produced than at slower speeds, resulting in a greater melt water production and more lubrication, which facilitates the sliding motion. On the other hand, Kietzig et.al. [4] acknowledged that the higher velocity drag force outweighs the benefits from a thicker lubricating layer. The aerodynamic analysis of bobsleighs conducted in the last decade are summarized by Shim et al. [5], where authors focused on numerical research of variation in the drag coefficient of the bobsleigh with respect to a Reynolds number.

As noted by Norheim et al. [6], friction is both material and system dependent. Material dependency in skeleton is ruled by ice surface roughness and sled material. System dependency – by sliding velocity, and frictional heating [4]. Ice friction has been researched experimentally, considering

the deceleration of a moving sled, closely following the deformation of the slider, or conducting high speed tribometer tests. Initial field experiments on timing sled sliding started in 1987 by Itagaki et al. [7] and continued two decades later [8], Fig 1. In 1992, de Koning et al. [9] used strain gauges fixed to an ice-skating skate and looked at vertical and horizontal forces. The same approach was applied to a bobsled slider by Braghin et al. [10], but the calculated ice friction appeared too high. A high speed tribometer provided the best insight into the ice friction up to 28 m/s [11] and later to 65 m/s [12] to show a decreasing ice friction with speed. The left side of Fig. 1 summarizes previous research and methods and positions the goal and methods to be used here.

Modelling of the sled motion was sought as an additional tool to understand ice friction. In 2014, two independent research groups, Makkonen et al. [13] and Lozowski et al. [14]-[15] developed numerical models of sled motions. The next high-speed 65 m/s tribometer experiments, performed in 2018 [12], correlated well with experimental results and model of friction based on frictional melting and viscous shearing [13]. Very few studies though have compared numerical modelling with experimental results during the start phase, a growing need within this new field of research.

Aerodynamic drag requires free movement of the sliding body relative to air. There are few published studies, either in the wind tunnel, or by numerical modelling directed at skeleton sliding, however, athletes are aware that understanding aerodynamics is a key to their success. Katie Tannenbaum, Competitor on the Skeleton World Cup, imitated sledding inside the large wind tunnel and admitted after training that she changed her body position and the way she prepares her sled before a race [16]. The fundamentals of air resistance were addressed by Hoerner [17] considering computational fluid dynamics and seeking validation by wind tunnel tests. The left side of Fig 1. shows that initial studies were conducted in 2005 on flow visualization around the bobsleigh [18], later viewed from the perspective of race car aerodynamics for reducing the drag [19], returning to the basic design of bobsled for reducing the aerodynamic drag [5]. The bobsled bumper shape has been optimized for a 3% reduction in drag [20]. Measurements in the wind tunnel [21] were made mainly on the two-men training bobsleigh and addressed the side walls, nose angle and positioning of the driver and brakeman for reducing the drag. Unfortunately, results from the wind tunnel and numerical models rarely provide any absolute values [22]. Meanwhile, absolute values are necessary when comparing aerodynamic drag with ice friction. Aerodynamic drag increases with the square of the velocity as shown in our previous study [23], where ice friction coefficient fluctuated between 0.003 and 0.005. Fig. 1 (right) shows that the ice friction force is initially large and then is small relative to the air drag force. During the first seconds of motion both forces are equally important. This is the first study where both the ice friction coefficient and the air drag coefficient are simultaneously determined at the start opening the opportunity for a complete analysis of the sliding situation.

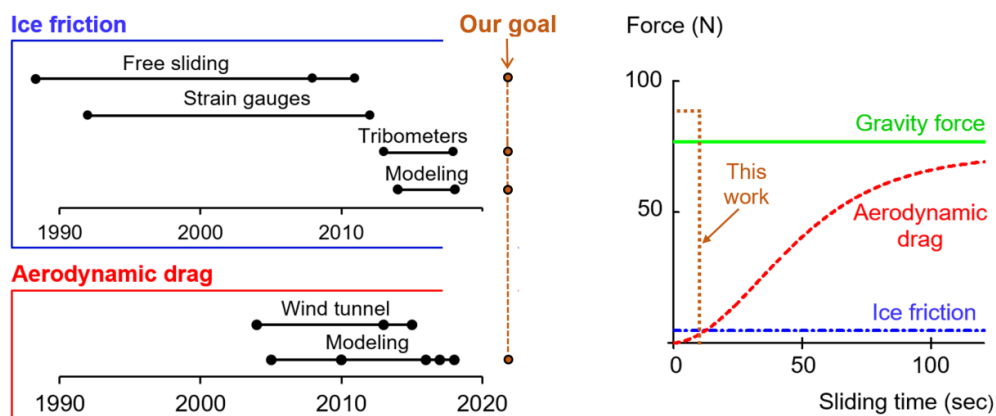


Figure 1. Experimental and modelling studies on ice friction and aerodynamic drag (left). A representation of forces acting on a sliding motion system (right).

In this study, modeling results are shown alongside experimental results from an ice track. The ice friction and aerodynamic drag forces include coefficients that need to be determined. For this purpose, differential equations describing the motion were formed and integrated. These equations will be solved numerically to determine the resistance coefficients at different sliding conditions. To minimise the effects from the gravity force, the track with small inclined plane angle  $\alpha$  ( $\alpha = 4.5^\circ$ ) was chosen.

The objective is to describe a method for numerical analysis of the resistance forces (ice friction and aerodynamic drag) and experimentally determine these resistance forces at the Sigulda bobsled push-start facility ice track in Latvia. This study will provide a functional method for determining the skeleton resistance forces. The method will allow the determination of the ice friction coefficient and the aerodynamic drag coefficient in real-time during sliding.

## 1.2. Ice friction at the start

During start the velocity of the sliding bobsled is low and is therefore dependant on friction between ice and sledge more than on aerodynamic drag (Fig.1 (right)). For sliding slower than 10 m/s air temperature influences sliding speed the most, while runner load and runner roughness has less influence [24]. Frictional heating is minimal at low speeds [25]. Meanwhile, previous research of Scherge et al. [11] and Makkonen et al. [13] suggested that at low speeds friction coefficient changes rapidly as well. Scherge et al. [11] showed that the rapid change applies for the velocity under 3 m/s for a bobsled. Makkonen et al. [13] showed a steady ice friction coefficient was observed for the velocity over 6 m/s. These findings suggest that during the start when the velocity is low, there is a rapid reduction in ice friction, which could not be explained by the frictional melting of ice.

The effect of frictional melting on sliding was revised in recent years. Electrical resistance experiments quoted by Blau [25] used electrodes embedded in skis to show that surface melting which occurs below  $-20^{\circ}\text{C}$  is local and could not form a continuous water film. The recent study of Ovaska and Tuononen [26] used white light interferometry to show that despite previous assumption that there is a lubricating water film formed through frictional melting [27]-[28], there is no actual evidence of a global melt layer on ice. Ovaska and Tuononen [26] found only minor signs of surface melting (in form of refrozen meltwater droplets) immediately after an ice skate slid over ice instead of a water layer acting as a lubricant. As noted by Formenti in the review paper on ice friction [29], pressure melting is not anymore considered to be the reason for low friction of skates on ice regardless of sliding velocity.

Considering the above, there should be another important physical phenomena other than frictional heating during the start. The start of sliding is a transient condition, during which frictional behaviour changes from static friction to kinetic friction, and it appears that specific transient condition lasts for some seconds. Bowden and Hughes [28] experimentally showed that static friction is much higher than kinetic friction, specifically at low speeds showing that pressure melting phenomena has no great effect on friction at low speeds. Bowden and Hughes [28] suggested that surfaces at low speed are not sliding continuously, but are rather moving by a process of "stick and slip". This study supports the latter explanation.

## 2. Calculation of resistance coefficients from data on the motion

Two numerical models will be compared with experimental data and determine both ice friction and air resistance coefficients.

First, a functional mathematical model of a sliding object should be introduced. Researchers agree that for the case of flat ice, the only forces acting along the direction of sliding  $x$  (Fig.2) are ice surface friction and aerodynamic drag [8]. The lift force acts in the direction of normal force [23]. Thus, for a one degree of freedom (1DOF) skeleton motion dynamics analysis, Newton's second law can be applied with forces acting on the object downwards to the right (direction  $x$ ), as shown in eq. (1):

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - F_f - F_D, \quad (1)$$

where  $m$  is the object mass;  $a$  is a body acceleration along the  $x$ -axis;  $g$  is gravitational acceleration equal to  $9.81 \text{ m/s}^2$ ;  $\alpha$  is an angle of an inclined plane;  $F_f$  is ice friction force;  $F_D$  is the aerodynamic drag force.

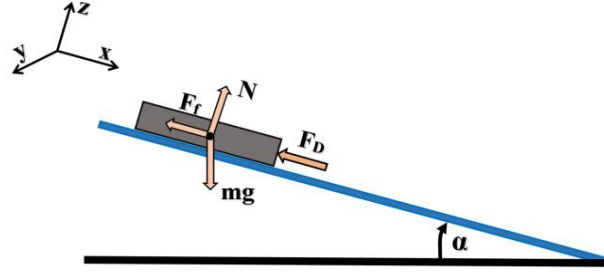


Figure 2. The model with one DOF on the inclined plane with the ice friction force -  $F_f$ , the aerodynamic drag force -  $F_D$ , and the normal reaction force -  $N$  for a body with mass -  $m$ , sliding down a slope with angle  $\alpha$  under the influence of gravity  $g$ .

Ice friction force  $F_f$  in eq. (1) considers the friction coefficient  $\mu$ , mass  $m$ , gravitational acceleration  $g$  and cosine of  $\alpha$  - angle of an inclined plane. Aerodynamic drag force  $F_D$  from eq. (1) can be written as  $F_D = \frac{\rho \cdot D \cdot A}{2} \cdot v^2$ , where  $\rho$  is the density of air;  $D$  is drag coefficient;  $A$  is effective cross section and  $v$  the velocity of the sled.

For further analysis a new drag coefficient is going to be introduced, because all experiments used the same sled and similar air conditions. A comparable modeling step was proposed by Poirier et al. [8], where the drag constant during deceleration of the sled was introduced as  $\alpha$ . In this paper  $\alpha$  is used to describe incline angle, therefore a new air resistance coefficient is going to be  $B_D$ . The difference of our proposal is to include the mass into new coefficient, obtaining  $B_D = \frac{\rho \cdot D \cdot A}{2 \cdot m}$ . Thus, eq. (1) rewritten in differential equation form becomes (2.1):

$$m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - m \cdot B_D \cdot (\dot{x})^2, \quad (2.1)$$

where  $\ddot{x}$  is acceleration, the second derivative of displacement in time  $t$ ;  $\dot{x}$  - velocity, the first derivative of displacement  $x$  in time  $t$ .

For the following calculations function  $F(v')$  should be defined using eq. (2.1) as follows in eq. (2.2):

$$F(v') = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) - m \cdot B_D \cdot (v')^2, \quad (2.2)$$

where  $\mu$  is instantaneous friction coefficient between runners and ice;  $B_D$  is air resistance coefficient.

At this stage we acknowledge that the friction coefficient  $\mu$  is variable, but we use an instantaneous value. To analytically determine coefficients  $\mu$  and  $B_D$ , the differential equation (2.1) must be integrated. Two methods are developed here to determine the coefficients  $\mu$  and  $B_D$ . One method takes into consideration the travelled time and the other method considers the distance travelled. These methods allow calculating resistance coefficients with input data from instantaneous velocity records with either time or distance records as presented on Fig.3 a) and b) respectively.

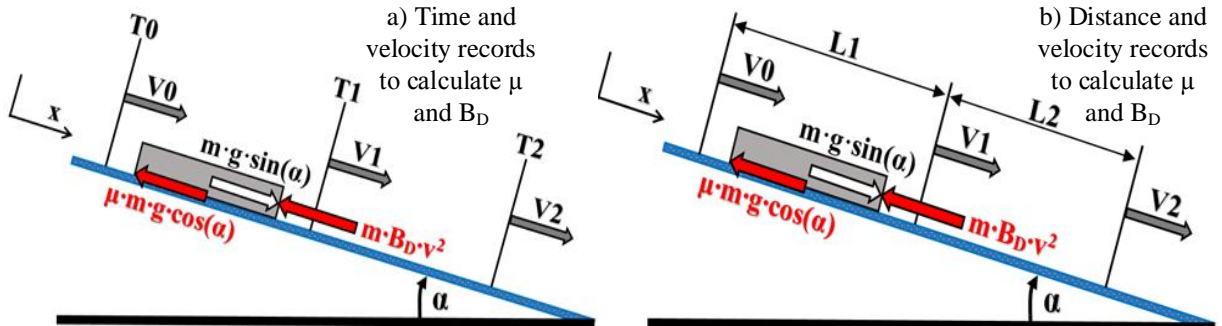


Figure 3. Model showing the forces acting on the sliding body and the three sets of data: a) time and velocity; b) distance and velocity.



## 2.1. Recording time and velocity

The differential equation (2.1) was directly integrated over time, giving the relationship between velocity  $v$  and time  $t$  (3.1).

$$t(v) - t_0 = m \int_{v_0}^v \frac{dv'}{F(v')} \quad (3.1)$$

where  $t(v)$  is a time at a given moment;  $v$  is a velocity at a given moment;  $v_0$  and  $t_0$  are the initial velocity and time; respectively  $v'$  is the parameter for integration.

Inserting  $F(v')$  from eq. (2.2) into eq. (3.1) provides eq. (3.2):

$$t(v) - t_0 = \int_{v_0}^v \frac{dv'}{g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot v'^2} \quad (3.2)$$

To solve equation (3.2) only time and velocity are required, as shown in Fig.3 a). The time was measured using optical sensors. Velocity was calculated from measurement experiment by dividing the actual distance slid with the actual time (measured with optical sensors) required to slide the respective distance.

## 2.2. Recording distance and velocity

The differential equation (2.1) was directly integrated over displacement  $x$ , giving a relationship between velocity  $v$  and displacement  $x$  (4.1):

$$x(v) - x_0 = m \int_{v_0}^v \frac{v' dv'}{F(v')} \quad (4.1)$$

where  $x(v)$  is a coordinate at a given moment;  $x_0$  is the coordinate at the start,  $F(v')$  is a function defined in equation (2.2) above.

Inserting  $F(v')$  from eq. (2.2) into eq. (4.1) provides eq. (4.2):

$$x(v) - x_0 = \int_{v_0}^v \frac{v' \cdot dv'}{g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot v'^2} \quad (4.2)$$

## 2.3. Calculating coefficients with input data from instantaneous records

Time measurements at three locations on the ice track (as per Fig.3 a), make it possible to calculate the resistance coefficients  $\mu$  and  $B_D$  (shown later in the Results section table of Fig.5).

The differential equation (3.2) is integrated over time in two stages, with time and velocity data from the experiment;  $T_0$ ,  $V_0$  for the initial condition,  $T_1$ ,  $V_1$  during sliding and  $T_2$ ,  $V_2$  as the final condition (Fig. 3 a)). For integration, a constant  $C_1$  is required. To calculate  $C_1$ , motion at time  $t_0 = 0$  s is analysed. Inserting a zero value at  $t_0 = T_0$  and  $V_0$  gives an equation for calculating the first integration constant  $C_1$  as shown in eq. (5.0):

$$-\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_0}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = 0 + C_1. \quad (5.0)$$

The constant  $C_1$  is then used to form a relationship between motion at the end of the first stage of the sliding (5.1) and at the end of the second stage of sliding (5.2).

$$\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_1}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = -T_1 + \frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_0}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} \quad (5.1)$$

$$\frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_2}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} = -T_2 + \frac{a \tan\left(\frac{\sqrt{B_D} \cdot V_1}{\sqrt{\mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - g \cdot \sin(\alpha)}}\right)}{\sqrt{B_D \cdot \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha) - B_D \cdot g \cdot \sin(\alpha)}} \quad (5.2)$$

where  $V_0$ ,  $V_1$  and  $V_2$  are velocity at the start, at the 2nd location and at the end.  $T_1$  and  $T_2$  were 7.6 s and 1.2 s in this study. As a result, two equations (5.1) and (5.2) with two unknowns ( $\mu$  and  $B_D$ ) are obtained. For this study the calculation of coefficients  $\mu$  and  $B_D$  was done numerically using the MathCAD software command "Given-Find".

Similarly, the resulting differential equation (4.2) for the model presented in Fig.3 b) can be used to determine the resistance force coefficients  $\mu$  and  $B_D$ . Then, the integration constant  $C_2$  can be calculated using initial velocity  $V_0$  and position  $x_0 = 0$  providing eq. (6.0):

$$\frac{\ln(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_0^2)}{2 \cdot B_D} = 0 + C_2. \quad (6.0)$$

The constant  $C_2$  from the two sliding stages will provide the relationships at the end of the first stage (6.1) and at the end of the second stage (6.2):

$$\frac{\ln(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_1^2)}{2 \cdot B_D} = -L_1 + \frac{\ln(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_0^2)}{2 \cdot B_D}, \quad (6.1)$$

$$\frac{\ln(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_2^2)}{2 \cdot B_D} = -L_2 + \frac{\ln(g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) - B_D \cdot v_1^2)}{2 \cdot B_D}, \quad (6.2)$$

where  $L_1$  and  $L_2$  are the distances of the first and second stages, specifically 35 m and 10 m in this study. As a result, two equations (6.1) and (6.2) with two unknowns ( $\mu$  and  $B_D$ ) are obtained, and unknown coefficients could be calculated.

This section showed that by recording the sliding time it is possible to determine the friction and air resistance coefficients without acceleration sensors on the moving skeleton. Nevertheless, Results will show that the acceleration sensor provides supplementary information as sliding begins, to reflect rapidly changing friction coefficients.

## 2.4. Numerical model

In this study, a numerical model in MathCAD software was continuously amended with data from the sliding experiments. First, the differential equation of motion (2.1) was numerically integrated with a small time step  $s = 2 \cdot 10^{-5}$  s, using the Euler step integration method. Calculations were performed with MathCAD. The following parameters were used for modelling: mass of the moving sled and slider  $m = 100$  kg, plane inclination angle  $\alpha = 4.5^\circ$ , acceleration due to gravity  $g = 9.81$  m·s<sup>-2</sup>, friction coefficient  $\mu = 6.7 \cdot 10^{-3}$ , aerodynamic drag coefficient  $B_D = 2.1 \cdot 10^{-4}$ .

After the experiments were completed, the numerical test was run. The purpose of the test was to evaluate the accuracy of the two analytical methods for determining parameters  $\mu$  and  $B_D$  by comparing them both to the numerical results of direct integration of eq. (2.1). To do it velocities  $V_0$ ,  $V_1$ , and  $V_2$  were calculated numerically and compared in both analytical methods. The parameters at 5 m, 40 m and 50 m checkpoints from ice track experiments were used. Calculation was made at the following selected displacement points: starting point  $x_0 = 5$  m; middle point  $x_1 = 40$  m and end point  $x_2 = 50$  m. Respectively, values of length for eq. (6.1) and eq. (6.2) were:  $L_1 = 35$  m and  $L_2 = 10$  m. Time intervals calculated for eq. (5.1),(5.2) were:  $T_1 = 7.5$  s and  $T_2 = 1.2$  s. In this numerical test the resulting maximum errors for the two initially accepted coefficients  $\mu$  and  $B_D$  did not exceed  $1.3 \cdot 10^{-4}$  % for the first “time” method and  $5.7 \cdot 10^{-2}$  % for the second “distance” method.

## 3. Experiment setup

In the experimental study, the skeleton slid down the angled ice-track. Experiments were conducted in Latvia at the Sigulda bobsled push-start facility with an added mass (ballast), Fig 4b. Sliding experiments were conducted on a straight 50 m long ice track set at an angle  $\alpha$  of  $4.5^\circ$ .

As a part of the study, an accelerometer was mounted symmetrically in the middle below the skeleton's centre of mass to record the acceleration (Fig. 4.a)). The acceleration frequency data was collected by a 3-axial portable accelerometer X16-1D at a 400 Hz recording speed. Experiment data was filtered using the Box-Jenkins Predictor Model [30]. To determine the acceleration, three runs (Run1, Run2, Run3) were made one after another in the same weather conditions and with the same starting conditions. The skeleton was freely allowed to commence sliding and the timing sensors registered the sliding times.

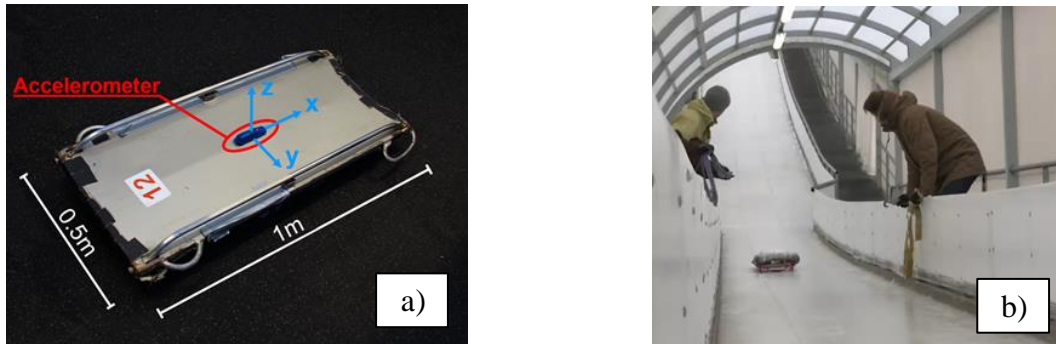


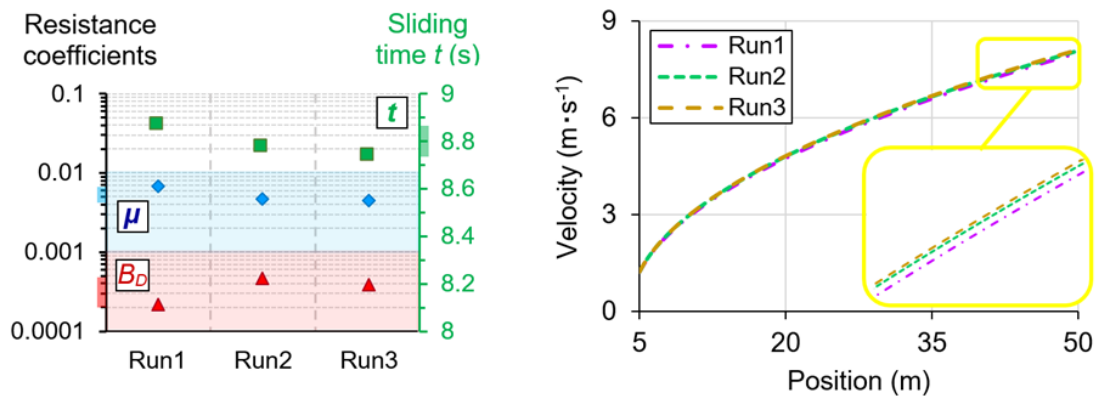
Figure 4. a) the overturned skeleton showing the accelerometer fixed in the centre; b) a view of Bobsled push-start facility in Sigulda showing the skeleton sliding down the ice track.

During the study, the ice track was equipped with 7 consecutive optical timing sensors that collected the time on the straight part of the track at a constant angle of inclination over a distance of 50 m at 0, 5, 10, 20, 30, 40 and 50 m respectively. In the results section, these sensor positions will be referred to as S1, S2, S3, S4, S5, S6 and S7. Velocity was recorded as the average between the measuring points. The sled weight was  $92 \pm 0.2\text{kg}$ . Ice temperature measured with a contact type thermocouple was  $-5^\circ \pm 1^\circ\text{C}$ . Air temperature was  $3^\circ \pm 0.5^\circ\text{C}$ .

## 4. Results and discussion

### 4.1. Experimental values of ice friction and aerodynamic drag coefficients

The forces acting on the sliding motion system, earlier shown in Fig. 1, suggested a greater ice friction than aerodynamic drag as sliding starts. Indeed, the average resistance coefficients calculated from measurement data (provided in the table in Fig.5) showed a greater ice friction coefficient than the aerodynamic drag coefficient. The aerodynamic drag coefficients were about 10-fold smaller than ice friction coefficient during the 50 m slide. A clear trend was observed – a decrease in ice friction coefficient from Run1 to Run 3 explained the shorter sliding time from Run1 to Run3.



	Parameters from experiments ice track timing system (sec)			Solved coefficients	
	5 m	40 m	50 m	$\mu$	$B_D$
<b>Run1</b>	4.106	11.723	12.971	$6.72 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-4}$
<b>Run2</b>	4.102	11.639	12.877	$4.62 \cdot 10^{-3}$	$4.76 \cdot 10^{-4}$
<b>Run3</b>	4.097	11.602	12.835	$4.33 \cdot 10^{-3}$	$3.85 \cdot 10^{-4}$

Figure 5. The skeleton sliding times from Sensor 2 to Sensor 7, the sliding velocity from Sensor 2 to Sensor 7, and the calculated resistance coefficients.

The table in Fig.5 summarizes the sliding time and experimentally obtained resistance coefficients. The longest run time for Run 1 (12.971 s) showed the slowest final velocity (dot-dash purple line in right upper corner, Fig 5). A comparison between the slowest and the fastest sliding times showed a 0.009 second difference (0.2%) at 5 meters, a 0.121 second difference (1.0 %) at 40 meters, and 0.136

second difference (1.0 %) at 50 meters. The range in sliding times is highlighted as a shaded time range on the right-hand sliding time axis in Fig.5 left upper corner, showing about a 0.1 second difference.

To estimate the average value of the ice friction coefficients  $\mu$  (varying from 0.00433 to 0.00672), results of Run 1 should be excluded, because the velocity of Run1 was lower than for Run2 and Run3 (the dotted purple line in Fig.5 stands out compared to green and brown dotted line). Thus, the average value of coefficient of friction becomes 0.0045. Nevertheless, results of Run1 show that slower motion means greater friction. If the reason for a decrease in friction from Run1 and Run2 was frictional heating, we suggest associating it with warming of the slider from friction, not ice melting and formation of the lubricating layer. Lubricating layer could only be formed close to the runner (the contact geometry is explained explicitly by Lozowski et al. [15]), and skeleton runners are so thin, that it would be highly unlikely that skeleton run three times on the same track. Analysis of time records shows that the total saving of sliding time due to warming of the slider is 1 % or 0.1 seconds at 50 meters.

#### 4.2. Adjustments to the friction coefficient should be made for the analytical models

The outcome from the analytical calculation resulting from eq. (2.1) is shown as a continuous red line. For this calculation, the ice friction coefficient was adjusted to 0.0067, corresponding to the experimentally obtained value for Run1. Experimental results are shown as blue dots in Fig.6.

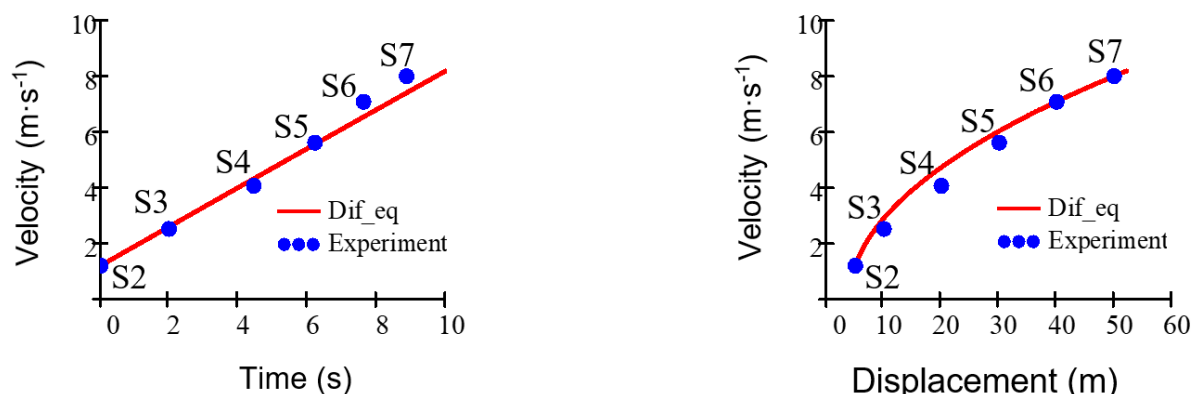


Figure 6. The numerical model showing the sliding velocity vs time (left) and sliding velocity vs displacement (right). The blue dots represent experimentally determined average sliding velocities from the time sensors on the bobsled push-start facility.

Since the ice friction force is not constant, the experimental blue points do not lie on the theoretically expected red line in Fig.6. The increase in acceleration demonstrated in the next section is shown for sensors S1-S5, Fig.6. A closer view of the sliding velocity vs time showed that three points (S2, S3 and S5) provided the most accurate result; the experimental points are on the curve for the analytical time model from eq. (5.1) and (5.2). The numerical model (red line) showed a linear relationship between the velocity and time. This supports the observation from Fig.1 (right) that at the start point for sliding, aerodynamic drag is negligible. Points S6 and S7 positioned above the straight line (Fig.6 left) suggest that higher acceleration was achieved after six to seven seconds of motion, confirming a decrease in friction.

In the plot of sliding velocity vs displacement, Fig. 6 (right), points of sensors S2, S6 and S7 from the experiment are located very close to the red line (analytical model result). A decrease in the friction that was expected at higher speeds ensured that points S6 and S7 fit the curve. Although for the differential equation we chose the greatest friction coefficient obtained during the sliding the entire 50 m length, the first set of experimental points were still lower from the analytical curve, suggesting that the friction force and respective friction coefficient for the initial period (up to six seconds of motion) was even greater than 0.0067.

### 4.3. Ice friction coefficient decreases at the start of sliding

A set of experiments were completed using the portable accelerometer placed in the centre of gravity on the underside of the skeleton (Fig.4.a). The objective was to track acceleration during the start. The change in acceleration during the slide over the 50 m distance for three runs (referred as Run1, Run2 and Run3 in Fig.7) was recorded. In Fig.7 all experimental acceleration curves start at the acceleration value close to  $0.4 \text{ m/s}^2$ , and then increase up to  $0.7 \text{ m/s}^2$  in six seconds, but after six to eight seconds the rapid increase in acceleration no longer exists. Therefore, six to eight seconds are critical for the competitive advantage during start. This time, however, may change depending on the venue, ice conditions, the load on the slider, and texture on the slider.

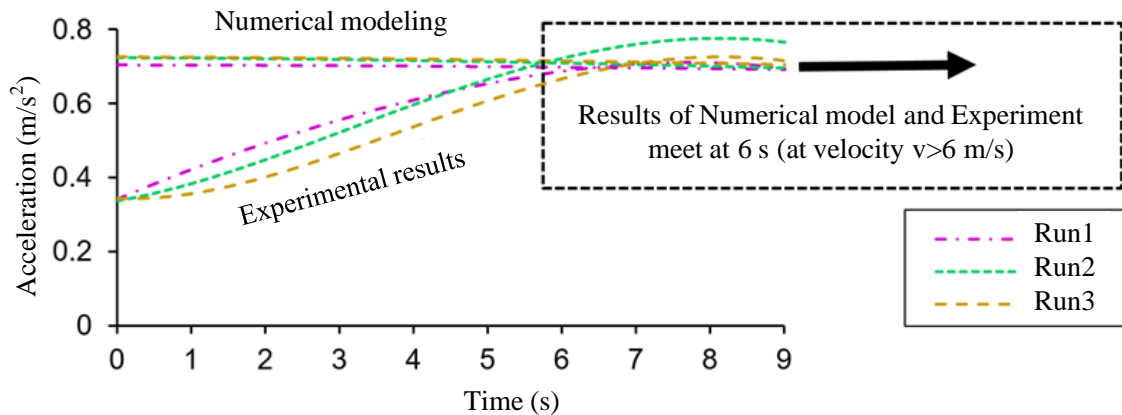


Figure 7. The comparison of curves of the acceleration records obtained on site and numerical modeling.

Following eq. (2.1), the increase in acceleration for the object with constant mass, shape on the slope at the constant inclination angle could be achieved by a decrease in the friction force. The aerodynamic drag force depends on the shape of the object and sliding velocity. The shape of the object did not change during study, materials did not change, while the velocity increased during start, which in fact would increase drag force. It follows from the eq. (2.1) that an increase in acceleration was achieved from a decrease in ice friction, which is possible due to the decreasing ice friction coefficient. Frictional heating is minimal at low speeds [25] and could not explain decrease in ice friction coefficient. Therefore, the explanation has mechanical nature. Surfaces at low speed are not sliding continuously, but are rather moving by a process of "stick and slip" [28]. Experimental results of Fig. 7 shows that the friction coefficient decreases as the velocity increases and the undesirable "stick and slip" effect disappears after 6 seconds of sliding.

If the ice friction coefficient would be constant, the acceleration would be a straight horizontal line in Fig.7. This line is depicted as the straight line from the Numerical modeling in Fig.7. Subsequent adjustments to resistance coefficients were made as follows: instead of assuming a constant ice friction coefficient of 0.0055, it is 0.0067 for Run1, 0.0046 for Run2 and 0.0043 for Run3, according to the table presented in Fig.5.

Based on this study, for initial sliding from the numerical models we suggest implementing a decreasing friction coefficient for the first six to eight second period for the acceleration to be constant. Future work can numerically determine the value of the coefficient of friction to provide a constant acceleration.

### 4.4. Comparing the friction coefficient with other studies

For comparison with other studies it was decided to calculate the average of the coefficient of friction from Run2 and Run3 giving a value of 0.0045. This value is ten times less than the value presented by Blau [25], but in a good agreement with the data presented by other investigators. Reading Figure 5.8 [25] (figure adapted from Tribology Handbook of 1991) shows that the friction coefficient for stainless steel and ice at  $-5^{\circ}\text{C}$  is about 0.03. Meanwhile, Poirier et al. [8] found the coefficient of friction to be around 0.0042. Makkonen et al. [13] used experimental data on ice friction

with verification of a mathematical model over a wide range of ambient conditions. The comparison of this study with Makkonen et al. [13] is illustrated in Fig.8. In this work, the ice friction coefficient  $\mu$  was 0.0043 for Run3 at  $-5^{\circ}\text{C}$ . Analysis of slide movement by Makkonen et al. [13] at an end velocity of around 8 m/s at  $-5^{\circ}\text{C}$  showed the ice friction coefficient  $\mu$  to be around 0.0045.

The friction coefficient presented by Scherge et al. [11] was greater. The specific friction was obtained during experiments with a bobsled that was heavier than the skeleton in this study, explaining the greater friction. The difference can be viewed in Fig.9, a modified figure from Scherge et al. [11].

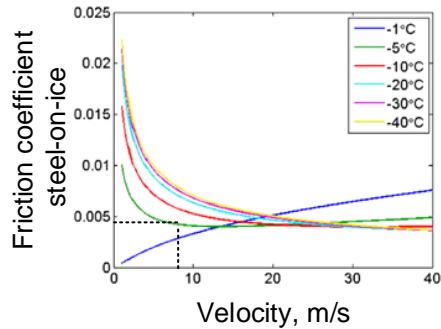


Figure 8. Modelled friction coefficient  $\mu$  steel-on-ice as a function of velocity at different temperatures, modified from Makkonen et al. [13].

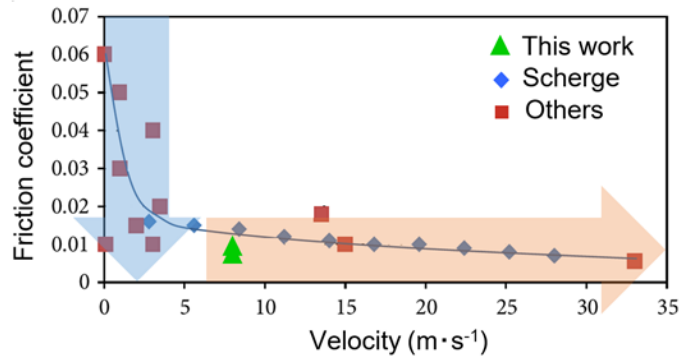


Figure 9. Friction coefficient  $\mu$  versus velocity with results of this work and of others, modified from Scherge et al. [11]

In Fig.6, within the previous section, experimental velocity data points are compared to the numerically modelled curve. The last experimental point is taken at 8 m/s. However, acknowledging the speed above at which friction coefficient will decrease slowly only due to frictional heating, we can expect that at speeds greater than 8 m/s, the numerical curve alone would provide good prediction of the sliding velocity. We conclude that numerical methods developed in this study offer a new tool for predicting the motion at a velocity  $> 6$  m/s. This conclusion is supported by Scherge et al. [11], as shown by the horizontal line in Fig.9.

#### 4.5. Application of the results and notes for future research

If a time measurement system could be introduced on the ice track and an automated calculation made of the resistance coefficients along a straight section of the ice track, then such a facility could be practically used by athletes during training and competitions. Further development of such a system could investigate sliding at different slopes and within the bends of the ice track. Since the friction force in contact with the base will have an additional transverse component, then the influence of the centrifugal force in the bend could be assessed. Given the centrifugal force in the bend, an increase in the friction force is expected, that could play a decisive role in the total sliding time. The trajectory into different radius bends and the angle of inclination could be investigated. Such information is presently not available, and this new measurement system, using both a numerical model and timing sensors, provides a mechanism to determine the effect of frictional forces on sliding on a large number of ice tracks. To confirm warming of the steel runner, a wireless thermocouple could be installed. Such suggestions have been previously given in a review paper by Formenti [29]. The quoted experiments of Colbeck et al. from 1995-1997 showed that temperature of the blade increases with velocity, but temperature was measured underneath the skates [29], because wireless technologies to measure temperature directly were not available at that time.

### 5. Conclusions

We have studied the friction between ice and skeleton runner on the small slope, with a focus on changes in the friction coefficient at the start of sliding. The main findings of our study are:

1. A portable accelerometer on the skeleton is a necessary tool to study the transient condition during the commencement of sliding, when static friction changes to kinetic friction.

2. The first skeleton slide more friction compared to the following runs, most probably from frictional warm-up of the skeleton runners. The shorter sliding time from warm-up phenomena is 1 % or 0.1 seconds at the 50 meters distance mark.
3. The velocity at which sliding motion becomes stable, and "stick and slip" effect faded was found to be 6 m/s. A comparison of the numerical model with experiment results show that the friction coefficient is not constant at the start, but is constant when the sliding speed is faster than 6 m/s. The value of the friction coefficient was 0.0045, in agreement with other studies.
4. The air resistance coefficient remained close to 0.0004 for the studied velocities up to 8 m/s.

## Acknowledgements

This work has been supported by the ERDF project “The quest for disclosing how surface characteristics affect slideability” (No.1.1.1.1/16/A/129).

The authors gratefully acknowledge the assistance from Dainis Dukurs, Ernests Jansons for assistance with experiments at the bobsled push-start facility.

## References

- [1] F. Alam, H. Chowdhury, H. Moria (2018) A review on aerodynamics and hydrodynamics in sports. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Energy and Power. ICEP2018. DOI: 10.1016/j.egypro.2019.02.158
- [2] International Skeleton Rules 2019, available online: [https://www.ibsf.org/images/documents/downloads/Rules/2019\\_2020/2019\\_International\\_Rules\\_SKELETON\\_cl.pdf](https://www.ibsf.org/images/documents/downloads/Rules/2019_2020/2019_International_Rules_SKELETON_cl.pdf)
- [3] A. D. Lopes, S. R. Alouche (2016) Two-Man Bobsled Push Start Analysis. *Journal of Human Kinetics* 50(1). DOI: 10.1515/hukin-2015-0143
- [4] A.M. Kietzig, S.G. Hatzikiriakos, P. Englezos (2010) Physics of ice friction *J Appl Phys*, 107 (8) 081101 DOI: 10.1063/1.3340792
- [5] H. Shim, Y. Lee, K. Kim (2017) Optimization of bobsleigh bumper shape to reduce aerodynamic drag *Jnl. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 164 108–18. DOI: 10.1016/j.jweia.2017.02.012
- [6] A. Norheim, N. K. Sinha, T. J. Yager (2001) Effects of the structure and properties of ice and snow on the friction of aircraft tyres on movement area surfaces. *Tribology international*, 34(9), 617-623, DOI: 10.1016/S0301-679X(01)00054-8
- [7] K. Itagaki, G. E. Lemieux, N. P. Huber (1987) Preliminary Study of Friction Between Ice and Sled Runners. *J. Phys. (Paris), Colloq.* 48 297–301. DOI: 10.1051/jphyscol:1987142
- [8] L. Poirier, E. P. Lozowski, S. Maw, D. J. Stefanyshyn, R. I. Thompson (2011) Experimental analysis of ice friction in the sport of bobsleigh *Sport. Eng.* 14 67–72. DOI: 10.1007/s12283-011-0077-0
- [9] J.J. de Koning, G. de Groot, G.J.v.I. Schenau (1992) Ice friction during speed skating *J Biomechanics*, 25 (6), pp. 565-571 DOI: 10.1016/0021-9290(92)90099-M
- [10] F. Braghin, F. Cheli, S. Melzi, E. Sabbioni (2012) Experimental Assessment of Bobsleigh Dynamics and Ice-Skate Contact Forces ed R Allemang, J De Clerck, C Niezrecki and J R Blough *Top. Modal Anal. II* 6 487–98. DOI 10.1007/978-1-4614-2419-2\_50
- [11] M. Scherge, R. Böttcher, M. Richter, U. Gurgel (2013) High-speed friction experiments under lab conditions: on the influence of speed and normal force *ISRN Tribol.* 2013 1–7. DOI: 10.5402/2013/703202
- [12] M. Scherge, R. Böttcher, A. Spagni, D. Marchetto (2018) High-Speed Measurements of Steel–Ice Friction: Experiment vs. Calculation. *Lubricants* 6 26. DOI: 10.3390/lubricants6010026
- [13] L. Makkonen, M. Tikanmäki (2014) Modeling the friction of ice. *Cold Reg Sci Technol*, 102, pp. 84-93. DOI: 10.1016/j.coldregions.2014.03.002
- [14] E. Lozowski (2014) A model of ice friction for skeleton sled runners. *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference.*
- [15] E. Lozowski, K. Szilder, L. Poirier. (2013) A Bobsleigh Ice Friction Model. *International Journal of Offshore and Polar Engineering* 24(1):1259-1267



- [16] T. Wells (2019) Science for Success: Applying Aerodynamics Research to Skeleton Sled Racing. Every Day Matters, The RPI Research & Discovery Blog. Available online: <https://everydaymatters.rpi.edu/science-for-success-applying-aerodynamics-research-to-skeleton-sled-racing/#.X04VUHkzY2w>
- [17] S. F. Hoerner (1985) Fluid Dynamic Lift - Practical Information on Aerodynamic and Hydrodynamic Lift NASA STI/Recon Tech. Rep. A 507
- [18] P. Dabnichki, E. Avital (2005) Influence of the position of crew members on aerodynamics performance of two-man bobsleigh 39 2733–42. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2005.10.011
- [19] A. Pernpeintner, A. Winkler (2010) Lessons learned from the aerodynamic shape development process of a bobsleigh *Procedia Eng.* 2 2407–12. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.04.007
- [20] A. Sciacchitano, P. Pattnaik (2018) Near Wake Analysis of a Two-Man Bobsleigh Scaled Model. DOI: 10.3390/proceedings2060319
- [21] F. Motallebi, P. Dabnichki D. Luck (2015) Advanced bobsleigh design. Part 2: aerodynamic modifications to a two-man bobsleigh, 218, 139–44. DOI: 10.1177/146442070421800207
- [22] L. Poirier (2011) Ice Friction in the Sport of Bobsleigh, PhD Thesis, University of Calgary, 273pp.
- [23] M. Irbe, K. A. Gross, J. Viba, M. Cerpinska (2018) Analysis of acceleration and numerical modeling of skeleton sled motion. *Eng. Rural Dev.* 17 1401–6. DOI: 10.22616/ERDev2018.17.N179
- [24] E. Jansons, J. Lungevics, K. Stiprais, L. Pluduma, K. A. Gross (2018) Measurement of sliding velocity on ice, as a function of temperature, runner load and roughness, in a skeleton push-start facility. *Cold Regions Science and Technology* 151 (2018) 260–266. DOI: 10.1016/j.coldregions.2018.03.015
- [25] P. J. Blau (2008) Friction science and technology, From Concepts to Applications, Second Edition. CRC press. DOI: 10.1201/9781420054101
- [26] M. Ovaska, A. J. Tuononen (2018) Multiscale imaging of wear tracks in ice skate friction. *Tribology International*, 121, pp. 280-286. DOI: 10.1016/j.triboint.2018.01.045
- [27] D. C. B. Evans, J. F. Nye and K. J. Cheeseman (1976), The Kinetic Friction of Ice. *Proc. R. Soc. Lond. A* 1976 347, 493-512. DOI: 10.1098/rspa.1976.0013
- [28] F.P. Bowden, T. Hughes (1939) The mechanism of sliding on ice and snow. *Proc R Soc A*, 172, pp. 280-298 DOI: 10.1098/rspa.1939.0104
- [29] F. Formenti (2014) A Review of the Physics of Ice Surface Friction and the Development of Ice Skating, *Research in Sports Medicine*, DOI: 10.1080/15438627.2014.915833
- [30] A. Pankratz (1983) Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models: Concepts and Cases (Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc.) DOI:10.1002/9780470316566



### Publikācija Nr. 24

#### **Analysis of the skeleton sled sliding motion induced vibrations with different runner stiffness's on an inclined ice track**

Publicēšanas procesā konferences rakstu krājumā "International Conference of Vibration Problems 2019"

Līdzautori: Jānis Vība, Kārlis Agris Gross un Marins Čerpinska

Viens no ziemas olimpisko spēļu sporta veidiem, un vienīgais sporta veids, kur ir iespējams mainīt saskares laukumu ar ledu, mainot slieces stingumu, ir skeletons. Stingums palielinās, saspiežot slieces galus, kā rezultātā veidojas mazāks kontaktvirsmas laukums ar ledu. Maz pieredzējuši sportisti izmanto slieci ar zemāku spriegojuma pakāpi, lai nodrošinātu lielāku stabilitāti. Lielāks spriegojums palielina slīdēšanas ātrumu, taču tas samazina skeletoņa kamanas kontroli uz ledu. Pētījuma mērķis ir identificēt skeletoņa kamanas konstrukcijas struktūras vibrācijas un raksturīgās slīdes kustības berzes spēku radītās vibrācijas, un salīdzināt tās ar dažādiem slieces stingumiem. Izmantojot CAD simulācijas programmatūru, tika noteiktas pašsvārstības frekvences skeletoņa kamanai. Vērtības tika salīdzinātas ar laboratorijas mēraparātūras datiem. Praktiski eksperimenti tika veikti ledus trasē Siguldas bobsleja un kamaniņu starta ieskrējiena estakādē.

Eksperimenti tika veikti uz taisnas 23,7 m gara ledu trases posma ar kritumu  $\alpha = 12^\circ$  leņķī. Slīdes kustības laiks tika mērīts ar optiskiem laika mērīšanas sensoriem. Laiks no trases tika izmantots, lai kalibrētu akselerometra datus. Skeletoņa kamanas vibrācijas tika mērītas ar portatīvo 3-asu akselerometru, tas tika piestiprināts pie skeletoņa pamat plāksnes apakšas. Dati tika apstrādāti ar spektrālo analīzi. Iegūtas raksturojošās frekvenču vērtības. Rezultāti tika analizēti, salīdzinot datoru aprēķinu simulācijas ar praktiskiem eksperimentiem.

Paātrinājuma datu analīze apstiprināja, ka, mainoties skeletoņa kamanas slieces stingumam, pašsvārstības frekvences vērtība konstrukcijai nemainās. 3D modelēšana apliecināja, ka izmaiņas ir minimālas, ja netiek mainīts savienojuma veids. Izveidotais matemātiskais modelis pašsvārstību frekvenču noteikšanai, ļauj ātri un precīzi noteikt pirmās konstrukcijas pašsvārstības vērtības.

# Analysis of the skeleton sled sliding motion induced vibrations with different runner stiffness's on an inclined ice track

Martins Irbe<sup>1,2\*</sup>, Karlis Agris Gross<sup>1</sup>, Janis Viba<sup>2</sup>, Marina Cerpinska<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Riga Technical University, <sup>1</sup>Biomaterials Research Laboratory, Latvia

<sup>2</sup>Riga Technical University, Institute of Mechanics and Machine Building, Latvia

Martins.Irbe@rtu.lv, Karlis-Agris.Gross@rtu.lv, Janis.Viba@rtu.lv, Marina.Cerpinska@rtu.lv

**Abstract.** The skeleton is one of the winter Olympics games sports and it is the only sport where is possible to alter the degree of contact with ice by altering the runner stiffness. Stiffness increased by compressing the ends of the runners resulting in less contact with the ice. Beginners prefer a runner setting with a lower stiffness for greater stability. Experienced winter athletes will select a higher stiffness for higher speeds, but this comes at the cost of less control of slider motion on the ice. Sliding motion induced vibrations are not very obvious but can play a quite positive role in reducing the sliding friction. The purpose of this research is to identify skeleton sled vibrations that are characterized by natural frequencies of the structure and which are characterizing sliding motion friction forces and compare them with different runner stiffness's. Analyzing the effect of structural vibrations from the sliding motion on the ice surface first is clarified how the sliding object responds on forced oscillations. Using CAD Simulation software the first natural frequencies were detected for skeleton sled and runners. Values were compared with laboratory measuring equipment data. Practical experiments were performed in ice track at the bobsled push-start facility in Sigulda, Latvia and it was conducted on a straight 23.7 m long ice track angled at  $\alpha = 12^\circ$ . The sliding time was measured with optical sensors at the top and bottom of the incline after the skeleton starts from sliding from a stationary position. This sliding time was used to calibrate the accelerometer data. Measurements were made with portable accelerometer, it was fixed to the base plate of skeleton. Data was processed by spectral analysis. Then motion and structure characterizing frequencies were obtained. The results were analyzed by comparing computer calculations and simulations with practical experiments.

The acceleration data analysis confirmed that the natural frequency of skeleton sleigh structure does not change as the sleigh's runner stiffness changes. 3D modeling certified that the change was minimal if the connection type was not altered. The created mathematical model for determining natural frequencies allows to quickly and accurately determine the first modes of the oscillations of the structure.

**Keywords:** Winter sports: Skeleton: Structural vibrations: Induced vibrations: Sliding motion

## 1. Introduction

The structure of the skeleton sleigh is designed so that both it's runners act as tensioned springs between the rider and the ice surface. This is a fundamental difference to other winter sliding sports' equipment's. This means that the runners are exposed to complex loads during the race, i.e.: there are considerably greater local deformations; - the runners are pressed and bent at the entrances and exits of the track curves; - they are exposed to various vibrations while overcoming the undulations of the ice.

One of the peculiarities of the skeleton runner's construction is that it is possible to adjust the tension of the runners within a certain range before the race, by tightening the ends of the runners with a compression screw, resulting in a change of radius of the curvature.

For example, young athletes initially select the radius of runner's curvature to be  $r = 6$  mm, while experienced athletes who participate in significant races choose the curvature between 11, 12, and even 13 mm. This means that the bigger the radius of the curvature, the better the slideability – because the contact surface area reduces. But the payback for reduced contact area is a decreased ability to control the skeleton sleigh on the track curves. Athletes often risk and improve the slideability, but therefore lose some ability to control the sleigh and may even fall. Meanwhile winter sliding sports have certain constructive rules, which are regulated by the international federations and institutions of the respective sports. In skeleton it is FIBT [1].

This study was conducted at the Winter Sports Center in Sigulda Bobsled push-start facility, in co-operation with the Latvian Olympic Skeleton team. The main task of the study was to determine how the change of stiffness of the skeleton runner affects the natural of the skeleton sleigh structure. Experimental measurements of acceleration were performed for skeleton sleighs on an inclined 24 m long ice track. After the processing of the experimental data the main dominant frequencies were obtained. In the analysis of the data, frequencies related to the frictional motion processes and additional frequencies related to the structure's induced oscillations were identified. All experiments were performed at different runner's stiffness values, which were regulated on the experiments with radius of the curvature  $r$ . In parallel, the results were compared and analyzed with computer simulation in 3D. In addition, a simplified mathematical model of natural frequency determination in 1D space for 6DOF chain type system has been developed.

Previous studies have been launched at the Winter Sports Center in Sigulda, modelling the dynamics of skeleton sleigh's sliding motion [2]. In this work two-dimensional mathematical model describing the movement skeleton sleighs was created. The model has been verified experimentally on the ice track with acceleration measurement data. In this model, the influence of many parameters on sliding velocity has been studied in depth, such as:  $c$  - stiffness of the skeleton sleigh's runner;  $\mu$  - coefficient of friction of ice;  $CD$  - the force of aerodynamic resistance. The started research work continued with in-depth analysis of runner's stiffness changes. For this purpose, the runner was divided into several elements connected with rotational spring pins. The parameters of the spring stiffness were changed and their impact on sliding was analyzed. The results showed a high degree of nonlinearity.

Studies related to sliding improvement in winter sports have been explicitly discussed and summarized by Braghin et. al. [3]. In all winter sliding sports, the main task is to reduce the time spent on the track. Research began with a review of present literature on the impact of vibration on slideability. In works [4, 5] it has been experimentally proven that at high loading frequencies the friction coefficient between ice or snow and the surface of the test sample significantly reduces. It was also proven mathematically. There are vibrations excited by the dynamic component of an externally applied normal load. The average normal contact deflection during oscillations is smaller than the static deflection under the same average load that calls Hertzian stiffness [6, 7]. It is shown that the maximum average friction reduction without contact loss is approximately ten percent.

A large-scale study on skeleton sports has been carried out in the Ph.D. thesis [8]. It was analyzed how the athlete runs the start-up run and lands on the sleigh surface and how the motion was influenced by the sliding trajectories. The accelerometer was used for measurements of overall values, but no vibration data was analyzed. As the skeleton's sleigh differs significantly from the rest of winter sliding sports' sleighs, they were not discussed in detail in this Ph.D. thesis.

In this study theoretical materials [9-13] were used for the vibration analysis to accomplish working with the 3D modeling software SolidWorks Simulation and mathematical calculations. Using SolidWorks Simulation the first natural frequencies were detected for skeleton sled. Every structure has its natural frequencies of vibration called resonant frequencies. Each such frequency is characterized by a specific shape of vibration time wave. When excited with a resonant frequency, a structure vibrates and acquires specific shape, which is called vibration mode. In statics natural frequency is calculated knowing the relation between the mass properties of the structure and its stiffness. During the resonance, inertial and elastic stiffness are neglected. The sole factor controlling the vibration amplitude is damping. If damping is low, the amplitude may rise dramatically. In real life, a structure has an infinite number of natural frequencies and only a few of the lowest modes are important for analysis of the response of the structure to the dynamic loading.

## 2. Experiment of the Skeleton on the Ice Track and Runner Compression Test

The experiment was conducted on a straight 23.7 m long ice track angled at  $\alpha = 12^\circ$ . Figure 1 on the left shows the location of the accelerometer fixed to the underside of the skeleton at the center of mass. For the frequency analysis, data was collected by 3-axial portable Accelerometer X16-1D. The data recording speed was 400 Hz. The skeleton together with added mass was slid down the ice track at the Bobsled push-start facility in Sigulda, Latvia.

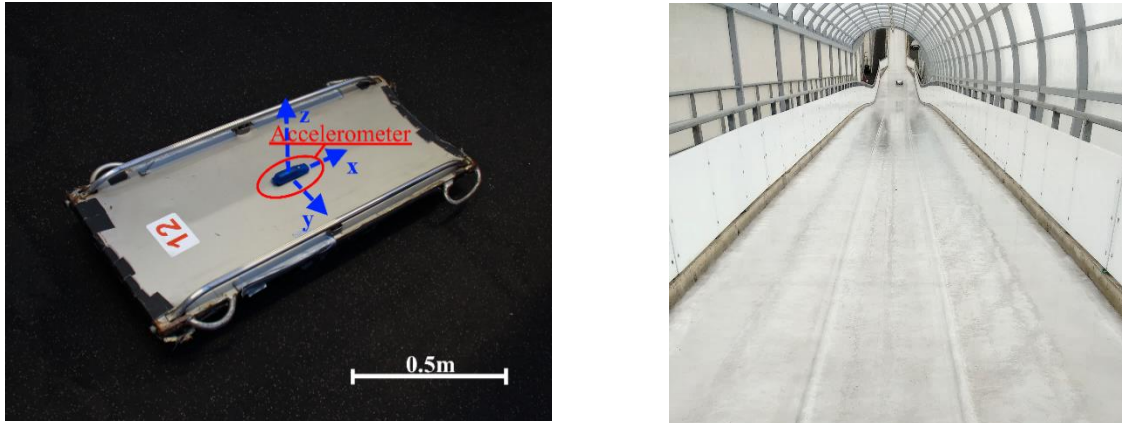


Fig. 1. Skeleton with portable accelerometer and the Bobsled push-start facility in Sigulda, Latvia

The mass of the sled is 35 kg, the added mass is 65 kg and the weight of the measuring device is 48 g. The sliding time was measured with optical sensors at the top and bottom of the incline after the skeleton started sliding from a stationary position. This sliding time was used to calibrate the accelerometer data.

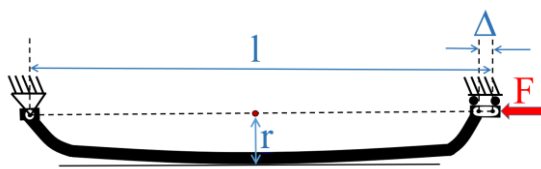


Fig. 2. The runner tension schematics

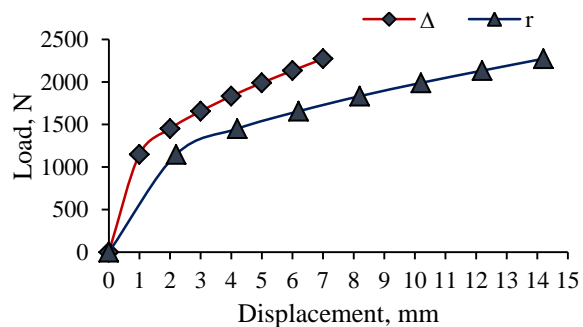


Fig. 3. The runner compression test results

Figure 2 shows the reference position when radius of the curvature is zero,  $r = 0$  mm, the runner is completely non-tensioned,  $F = 0$  N; and runner compression displacement is zero,  $\Delta = 0$  mm. There were 11 stiffness positions selected based on the athlete's experience. Defined range was from 7 mm to 12 mm with a step of 0.5 mm. In each stiffness position, 3 runs were performed, 33 runs in total. Experiments were designed to be done in the shortest possible time interval, in the middle of the day, in similar weather conditions.

The Skeleton lobe was later tested in the laboratory to determine stiffness parameters. The experiment was performed using the material tension/compression equipment Zwick/Roell Z600. The Skeleton runner was fastened to the measuring device by fixing both of its ends. Deformations were measured after compressing the ends of the runner to compression distance  $\Delta$ , registering the changing radius of curvature  $r$  and the compression force  $F$  (Fig. 2). The resulting numerical values are shown in Figure 3.

## 3. 3D Frequency Analysis for Skeleton Sledge

Analyzing the effect of vibrations on the sliding motion on the ice surface it must first be clarified how the sliding object responds to the forced oscillations. To perform frequency analysis, it is necessary to simplify the

model. In the Fig.4 a simplified finite element skeleton sled model is showed. The screws used for runner fixing at the front are replaced by a pin connection in the model. The spring connection is used for runner stiffness modelling. The Direst Sparse solvers were used to consider the effect of loading on the natural frequencies and model have widely different material properties for skeleton sled parts. For FEM mesh type is Curvature based mesh selected with more than 4.9e4 elements.

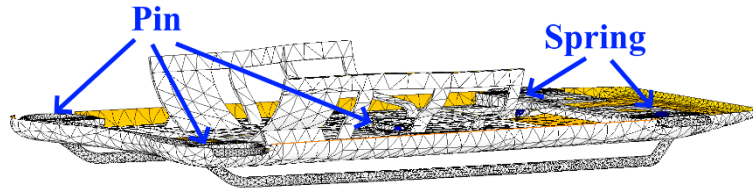


Fig. 4. Skeleton sledge Model with simplified connections

#### 4. Mathematical Link Model of Resonant Frequencies for the Skeleton and Slider

For the determination of the natural frequencies of the Skeleton sleighs, a simplified one-dimensional model with 6 elements, which can be seen in Figure 5, was created analytically. In this type of Link system elements are connected to each other by spring connections. The combined mass of sleigh and slider is  $M = 100$  kg. It is divided symmetrically into two parts:  $M/2 = m1 = m6$ . The masses are flexibly connected with the spring of stiffness parameter  $c_2$  describing the skeleton sleigh stiffness. The mass of the skeleton's runners is formed as  $m2 = m3 = m4 = m5 = 0.3$  kg. The runners' elements are connected flexibly by the spring with stiffness parameter  $c_1$ .

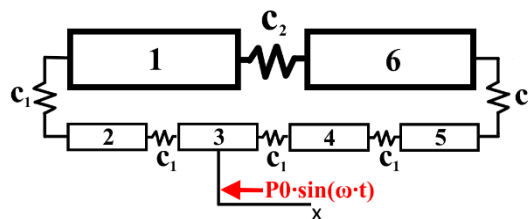


Fig. 5. The Skeleton and Slider Link Model

In order to calculate the natural frequencies, the system of equations for all spring connections was compiled. In addition, some harmonic force was added to one element, in Figure 5 example, the m3:

$$P_3 = P0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \tag{1}$$

where  $P0$  –applied force, N;

$\omega$  –angular frequency of the oscillations,  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ;

$t$  – time, s.

Adding a harmonic force to the system initiates the forced oscillations. The magnitude of the force is not of critical importance in this case and therefore  $P0$  was chosen to be  $P0 = 1\text{N}$ . Since there is no damping in the system, all elements oscillate harmoniously with one angular frequency  $\omega$ . Therefore, there is no need for the first derivation of the system to get the velocity. Obtaining the second derivation, the accelerations of the Link elements will be:

$$\ddot{x}_i = -A_i \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t), \tag{2}$$

Where  $A$  – amplitude, mm;

$i = 1, 2, 3$ , sequential number of mass elements.

From Newton's Second Law, for the Link system, after simplifications done the system of equations is obtained:

$$\begin{aligned}
\frac{M}{2} \cdot (-A_1 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_1 - A_2) - c_2 \cdot (A_1 - A_6); \\
m \cdot (-A_2 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_2 - A_1) - c_1 \cdot (A_2 - A_3); \\
m \cdot (-A_3 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_3 - A_2) - c_1 \cdot (A_3 - A_4); \\
m \cdot (-A_4 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_4 - A_3) - c_1 \cdot (A_4 - A_5) + P0; \\
m \cdot (-A_5 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_5 - A_4) - c_1 \cdot (A_5 - A_6); \\
\frac{M}{2} \cdot (-A_6 \cdot \omega^2) &= -c_1 \cdot (A_6 - A_5) - c_2 \cdot (A_6 - A_1).
\end{aligned} \tag{3}$$

By solving the equation system (3), it is possible to find accelerations for all elements of the amplitude outside the resonant frequencies. Accordingly, in the resonant zones, the amplitudes tend to infinity. This means that the determinant of the system (3) is equal to zero. From the equation of this determinant, by inserting  $c_1 = F \cdot r^{-1}$  and  $c_2 = F \cdot \Delta^{-1}$  (Fig. 3) one find:

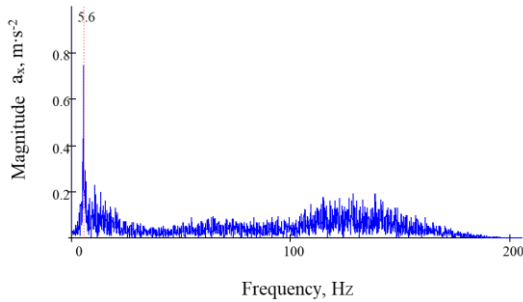
$$\begin{aligned}
-4.100625e71 \cdot \omega^{12} + 1.7027063782696177062e78 \cdot \omega^{10} - 2.3305500067588630372e84 \cdot \omega^8 \\
+ 1.173048438913584662e90 \cdot \omega^6 - 1.655977938480901193e95 \cdot \omega^4 + 2.2677913365951951128e99 \cdot \omega^2 = 0,
\end{aligned} \tag{4}$$

where  $\omega$  – equation (4) roots, that correspond to the resonant frequencies.

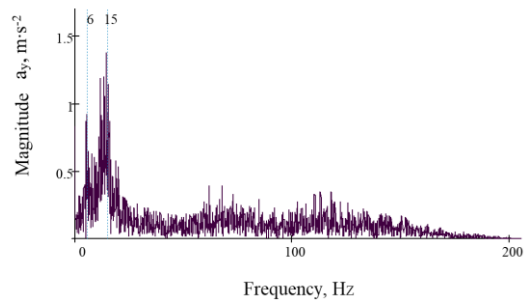
## 5. Results and Discussion

Accelerometer recording signal from experiments on the ice track was processed using the Fast Fourier Transform (FFT) software. The resulting spectral graphs are shown in the following Figures 6, 7 and 8. In experimental studies, the resonance frequencies characterizing the skeleton's and athlete's motion were recorded by an accelerometer. They correspond to the first peaks in the graphs of the acceleration components  $A_x$ ,  $A_y$  and  $A_z$  and those are around 5 - 8 Hz.

The main factors influencing the occurrence of these resonant frequencies are the variable stiffness of the runner associated with environmental conditions, such as ice and air temperature, changes in air pressure and humidity. The resonant frequency values vary nonlinearly and their shape is wavy if depending only on the stiffness. Only oscillations affecting the construction's structure were analyzed in this study. For example, Figure 6 shows that the acceleration component  $A_x$  has no resonant peaks in the data signal. Accordingly, in the next Figure 7, the transverse acceleration component  $A_y$  has a significant peak shape at 15 Hz. It is important to note here that the experiment was carried out on the ice track with a specially grooved control groove at a depth of about 2 cm (Fig. 2). This is necessary to ensure that the sleighs moved in a straight line. Thus, there is an explanation why the acceleration component  $A_y$  in the y-axis direction has relatively high acceleration values, i.e., oscillations affecting both motion and construction forms appear.



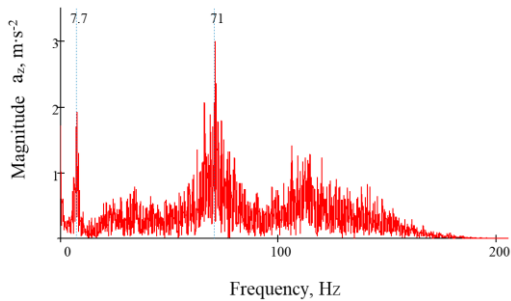
**Fig. 6.** Acceleration spectrum in x-axis direction



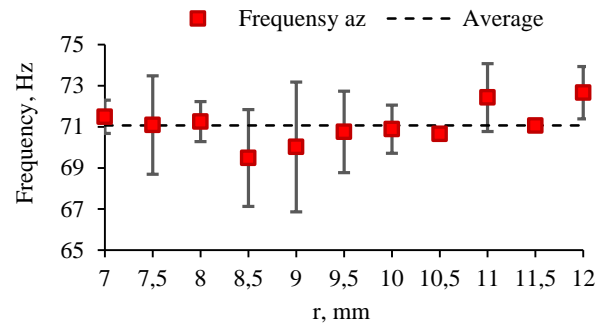
**Fig. 7.** Acceleration spectrum in y-axis direction

From the analysis of experimental data records, the highest and most significant acceleration values are formed from the contact with the base. This is observed in the spectrum of the vertical component  $A_z$  shown in Figure 8.

It has been experimentally determined how the runner's stiffness's parameter  $r$  influences the dispersion of the natural frequency measurements (Fig. 9). From the result obtained it can be concluded that the oscillations are on average with a frequency of about 71 Hz. The distribution of the mean value of the natural frequency is smaller and falls within the confidence interval.



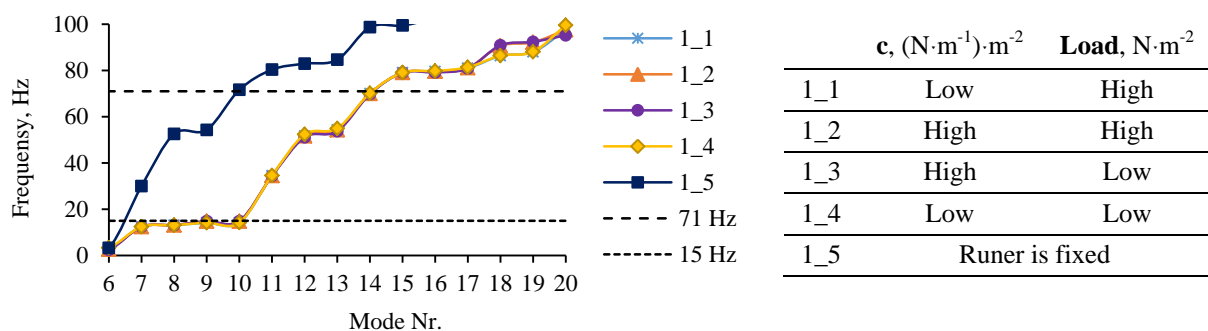
**Fig. 8.** Acceleration spectrum in z-axis direction



**Fig. 9.** Measured frequencies for skeleton sled structure vibrations in the z-axis direction depending runner stiffness radius  $r$

In this study, the experimentally obtained resonant frequencies 15 Hz and 71 Hz acceleration  $A_y$ ,  $A_z$  components were compared to the 3D model simulations. The results obtained are summarized in Figure 10. The simulation has been done for five different cases. That is, the runner's tension  $r$  and the runner's stiffness  $\Delta$  were varied from Low  $r = 6$  mm and  $\Delta = 3$  mm to High  $r = 13$  mm and  $\Delta = 7$  mm. The diameter of the runner cross-section,  $dr = 16$  mm, was also taken into account when determining the stiffness of the runner. Results showed that changes in runner stiffness have a negligible effect on the natural frequency of the whole skeleton sleigh structure.

The results of 3D modeling show that increasing the spring tension increases the natural frequency. First twenty natural frequencies of the model were determined (Fig. 10). Similarly, 3D modeling results confirm that there is a good correlation between the natural frequencies' 15 Hz and 71 Hz locations in the entire range of the 20 modes (Figure 10).

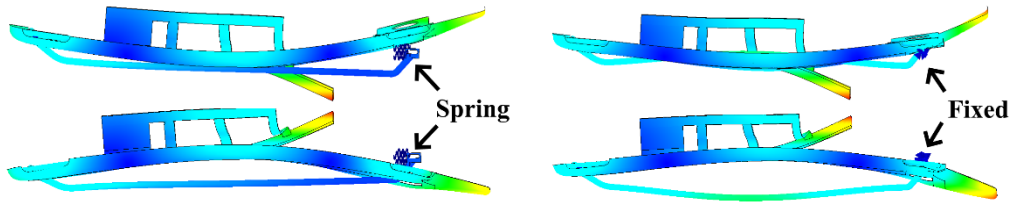


**Fig. 10.** Results from 3D skeleton sled frequency analysis with different spring stiffness and rigid connection (fixed runner)

The following additional conclusions and discussion points can be made from 3D modeling results:

1. A different result is obtained if the runner's spring's connection to the skeleton sleigh is replaced by a latching joint (curve 1\_5). Here, the stiffness of the construction's structure increases and the number of low natural frequencies decreases. This is due to the elasticity of the skeleton's runner. The elastic behavior can be verified by observing the modes' shapes, while knowing that the first natural frequency of the runner is at 120 Hz (determined previously after detaching the runner from the system using a certified measuring device from the Microlog Gx series).
2. Modes from 7 to 10 at 15Hz (see Fig. 10) and refer to the runner's oscillations in the axial direction as well as one rotational oscillation in the longitudinal direction. This proves that in the physical experiment, because of the ice grooves, the skeleton's runners produce such transverse oscillations that show the first natural frequency of the model.

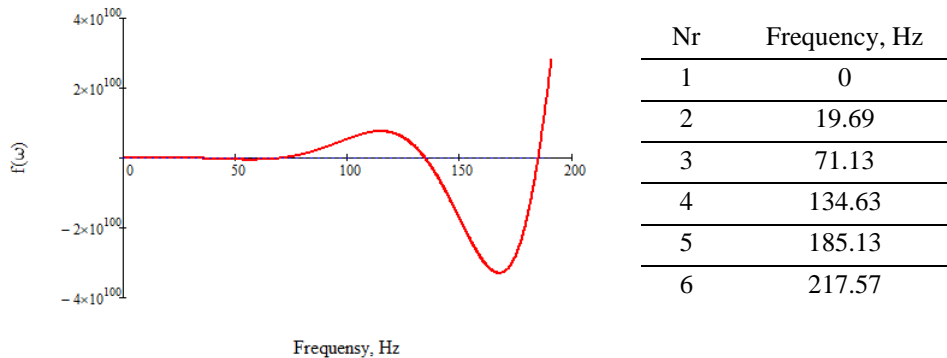
3. The created program calculates different forms of oscillation, but only those that correspond to measurements from physical experiment are examined in detail.
4. The second natural frequency is the most significant, most pronounced frequency of self-oscillations, which is determined in the physical experiment at 71 Hz, and coincides with the calculated 3D model. This is also confirmed by the form of oscillations shown in Figure 11 below.



**Fig. 11.** Skeleton sled Mode shapes depending on connection type

This picture shows two cases in which the skeleton runner on the left is connected to a tensioned spring, while the runner on the right side is fixed to the frame. Accordingly, in the fixed case, the frequency increases by 1.5 Hz. Here, for the sake of visibility, the displacements are magnified.

The results of the analytical solution from the mathematical chain method model (Fig. 5) were obtained by solving equation (4) with the angular velocity  $\omega$  argument function intersections with zero (Fig. 12).



**Fig. 12.** Angular velocity function cross points with zero and resonance frequencies

All six natural frequencies of the model were analytically determined. The first is equal to zero because there is no external elastic force. The second is 19.6 Hz, which is 4 Hz higher than that found in the physical experiment and 3D simulations. In turn, the main third natural frequency, which is 71.13 Hz, coincides with both physical experimentation and 3D simulation calculations. To explain the discrepancy should be noted that the mathematical model is 1D and does not consider transverse oscillations.

## 6. Conclusions

1. From the results of the experiment, it can be concluded that when changing the tension of the runner, the skeleton sleigh's structure's natural frequencies 15 Hz and 71 do not change in the time of the motion.
2. The results of 3D modeling show that changing the stiffness of the runner reduces the number of free oscillations.
3. The developed 6DOF mathematical model for determination of natural frequencies of the skeleton sleigh construction allows easy and quick determination of approximate natural frequencies knowing the skeleton runner's stiffness' values.
4. The accuracy of the proposed mathematical model can be improved by increasing the number of DOFs and additionally adding damping.
5. An algorithm has been developed which allows setting the optimum runner's tension of the skeleton sleigh before start, depending on the athlete's weight.

**Acknowledgements.** This work has been supported by the ERDF project “The quest for disclosing how surface characteristics affect slideability” (No.1.1.1.1/16/A/129)



The authors gratefully acknowledge the assistance from Dainis Dukurs, Inga Reiniņa, Ernests Jansons and Liene Pluduma for assistance with experiments at the bobsled push-start facility.

## References

1. International Bobsled and Skeleton Federation: International Skeleton Rules 2018 <https://www.ibsf.org/en/downloads>
2. Irbe, M., Gross, K.A., Viba, J., Cerpinska, M.: Analysis of acceleration and numerical modeling of skeleton sled motion. (2018) *Engineering for Rural Development*, 17, pp. 1401-1406., doi: 10.22616/ERDev2018.17.N179
3. Braghin, F., Cheli, F., Melzi, S., Sabbioni, E., Maldifassi, S.: The engineering approach to winter sports. (2016) *The Engineering Approach to Winter Sports*, pp. 1-383., Springer New York, doi: 10.1007/978-1-4939-3020-3
4. Lehtovaara, A.: Influence of vibration on the kinetic friction between plastics and ice. (1987) *Wear*, 115 (1-2), pp. 131-138. doi: 10.1016/0043-1648(87)90204-3
5. Shionoya A., Shimizu Y., Kenmotsu Y., Imamura A., Uchiyama H, Kimoto R., Kawada K.: Development of new simulator generating high frequency component of ski board vibrations in actual skiing. (2015) *Procedia Engineering*, 112, pp. 379-384, DOI: 10.1016/j.proeng.2015.07.211
6. Hess, D.P., Soom, A.: Normal vibrations and friction under harmonic loads: Part i—hertzian contacts. (1991) *Journal of Tribology*, 113 (1), pp. 80-86, doi: 10.1115/1.2920607
7. Hess, D.P., Soom, A., Kim, C.H.: Normal vibrations and friction at a Hertzian contact under random excitation: Theory and experiments. (1992) *Journal of Sound and Vibration*, 153 (3), pp. 491-508, doi: 10.1016/0022-460X(92)90378-B
8. Roberts, I.: Skeleton bobsleigh mechanics: athlete-sled interaction. Ph.D. thesis. The University of Edinburgh, (2013) <https://www.era.lib.ed.ac.uk/handle/1842/7600>
9. Dassault Systemes SolidWorks Corporation: SolidWorks Simulation Premium: Dynamics (2018), pp. 1-178
10. Akin, J.E.: Finite element analysis concepts: Via solidworks. (2010) *Finite Element Analysis Concepts: Via Solidworks*, pp. 1-335, doi: 10.1142/7785
11. Kurowski, P.M: *Vibration Analysis with SolidWorks Simulation 2016*. (2016), SDC Publications, Mission, KS
12. Lalanne, C.: *Mechanical Vibration and Shock Analysis: Second Edition*. (2010) *Mechanical Vibration and Shock Analysis: Second Edition*, 4, pp. 1-436, doi: 10.1002/9780470611968
13. Newland, D.E.: *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. (1993) Third edition, pp 1-477, doi:10.1155/1994/561605

#### Publikācija Nr. 22

#### **OPTIMIZATION OF ENERGY EXTRACTION USING DEFINITE GEOMETRY PRISMS IN AIRFLOW**

Publicēšanas procesā žurnālā “Latvian Journal of Physics and Technical Sciences”

Līdzautori: Jānis Vība, Igors Tipans un Šravans K. Vutukuru

Aprakstīta analītiska metode kustīgu vai nekustīgu ķermeņu (prizmu) mijiedarbības analizēšanai un kustības sintēzei gaisa plūsmā, neizmantojot telpas-laika programmēšanas skaitliskās metodes. Tam nolūkam inženieru aprēķiniem izmantots vienkāršots fluīda (gaisa) daļiņu un cietā ķermeņa mijiedarbības matemātiskais modelis, izmantojot kustības daudzuma izmaiņas likumu. Cietā ķermeņa (prizmas) un gaisa mijiedarbība aplūkota dažādos gadījumos: – kustīgs ķermenis (prizma) gaisā; – nekustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā; – kustīgs ķermenis (prizma) gaisa plūsmā. Cietā ķermeņa (prizmas) un gaisa mijiedarbības sarežģīto uzdevumu vienkāršo, izmantojot superpozīcijas principus, t.i., ņemot vērā plūsmas augšpus un leļpus cietā ķermeņa apgabalus. Noskaidrots, kā šajos divos apgabalos rodas spiediena un sūkšanas zonas ar analītiski aprēķināmiem gaisa spiedieniem, kas atkarīgi no plūsmas ātruma kvadrāta un ķermeņa formas. Visi vienādojumi tiek veidoti, pamatojoties uz klasiskās mehānikas likumiem. Veidojot aptuveno matemātisko modeli, viskozos spēkus neievēro. Tiek salīdzināti dažādu prizmu un gaisa plūsmas mijiedarbību skaitliskie rezultāti un tiem detalizēti apskatīti teorētiskie rezultāti. Matemātiskais modelis šajā darbā ir piemērojams tikai tiem ķermeņiem, kuriem tiek veikta taisna translācijas kustība. Analītiskā metode salīdzināta ar skaitliskiem rezultātiem, kas iegūti dažādu formu nekustīgām prizmām pie nemainīga gaisa ātrumam. Aprēķinos izmantots Reinoldsa vidējais Navjē – Stoksa (RANS) vienādojums, izmantojot  $k-\epsilon$  realizējamo turbulences modeli. Piedāvāts detalizēts skaidrojums aptuvenās metodes pielietojumam, izmantojot skaitliskos rezultātus, kas iegūti ar ANSYS aprēķiniem. Darba pēdējā daļā piedāvātā metode tiek izmantota enerģijas ieguves sintēzes un optimizācijas uzdevumos, ņemot vērā mainīga parametra prizmas kustību gaisa plūsmā.

# OPTIMIZATION OF ENERGY EXTRACTION USING DEFINITE GEOMETRY PRISMS IN AIRFLOW

I. Tipans, J. Viba, M. Irbe\* and S. K. Vutukuru

Faculty of Mechanical Engineering, Transport and Aeronautics, Department of Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Riga Technical University, Kipsala, Street 6B, LV-1048, Riga Latvia.

\*e-mail: [martins.irbe@rtu.lv](mailto:martins.irbe@rtu.lv)

An approximate method for analyzing and synthesis of moving rigid bodies (prisms) in airflow without using numerical methods of space-time programming techniques is described by using fluid (air) – rigid solid body interaction concept for engineering applications through a straightforward mathematical model. The interaction of rigid body (prism) and air is encountered in different cases – moving body (prism) in air; stationary bodies (prism) in air flow; moving body (prism) in airflow. The complicated task of rigid body (prism) and air interaction is simplified by using superposition principles, i.e. by taking into account the upstream and downstream rigid body (prism) and air interaction phenomenon which was found to be different under varying speeds. Numerical results obtained for various forms of prisms are shown for constant air – speed, where the steady state Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) equation is solved by using k-ε realizable turbulence model. A detailed explanation to support the proposed approximate method was given by using numerical results obtained in ANSYS computations. All equations are formed based on laws of classical mechanics; the interaction of viscous forces is neglected in forming the mathematical model. Numerical results for different model prisms are compared and the theoretical results discussed in detail. The mathematical model in the present work is applicable only for bodies that undergo rectilinear translation motion. In the final part of the present work, the proposed method is used in synthesis and optimization task of energy extraction by considering the motion of a variable parameter prism in airflow.

*Keywords: Rigid body (prisms), superposition principle, space -time programming.*

## 1. INTRODUCTION

The theme of the interaction between the solid (rigid) body and fluid still plays an important role in science, technology, production processes and in everyone's life.

In the present work three possible cases of fluid-rigid body interaction is studied: stationary rigid body in air, non-stationary body in air and non-stationary body in airflow. Though good research pertaining to Non-stationary rigid body – fluid interaction in fluid flows is available, no one can deny the fact that understanding the phenomena requires advanced programming skills (space -time techniques) along with in-depth knowledge in CFD and core engineering mathematics. General mesh deforming and re-meshing techniques are time consuming and strictly have geometry constrains and many times are computationally expensive. A better method compared to moving and deforming techniques with no restriction on closeness between objects and their complex motion is studied were continuity and momentum equations include motion effects [1]. Different types of mesh moving techniques for fluid -structure interaction was studied and compared. A new use of space-time discretization that could be extended for a full-time space Galerkin discretization was examined [2]. Fixed mesh technique by using arbitrary Lagrangian - Eulerian approach for flow problems in moving domain were studied and for every time step results were displayed on a background mesh [3-7]. An algorithm for space-time finite element meshes was used to obtain numerical results for transient Navier-Stokes equations for an adaptive moving mesh in time was presented [8]. New XFEM approach was proposed based on fixed grid method, which does not take into account most of fluid

unknown characteristics, this method is advantageous as simulations of deforming structures could be performed effectively [9]. Easily understandable and less complex method for space-time mesh that allow for refinement of selected locations within the domain was proposed [10]. Advantage of saving the computational time and to account for flexibility of unstructured meshes and improving the scope of compressible fluid flow was mentioned [11]. Solution for non-stationary fluid body problems by using high-order finite element method based on space-time discontinuous Galerkin (DG) procedure was proposed and extended to explain the dynamics of parachute motion [12]. A simple method using the concept of zones, averting the space time programming techniques and extending the concept for energy extraction for simple form objects were performed [13]. In the present work, without using any numerical space - time programming techniques and in a straightforward way using the averaged principle of superposition, fluid interaction with rigid body is explained. The entire work specifically focuses solely on rigid body –fluid (air) interaction, do not consider flow reattachment or flow – separation phenomenon and offers an alternative to vortex induced vibration concept [14-16] and the same work is further extended for energy extraction by using variable parameters of definite geometry prism. The main basic idea of the complete article is to have a simplified approach for interaction phenomenon and to offer an alternative to Vortex induced vibration techniques through a mathematical model that do not consider the viscous effects of fluid (air) but the viscous effects are in a way indirectly come-out into the mathematical model by considering the output from steady state numerical simulations (RANS by K-ε turbulence model) in ANSYS.

2. MATHEMATICAL MODELS FOR FLUID (AIR) STRUCTURE INTERACTION.

Keeping in view the much-required tasks of analysis, synthesis and optimization that are needed for many engineering applications, offers an averaged mathematical model approximately assuming laminar flow for the incompressible fluid. However, the mathematical model does not include the viscous nature of the fluid under consideration.

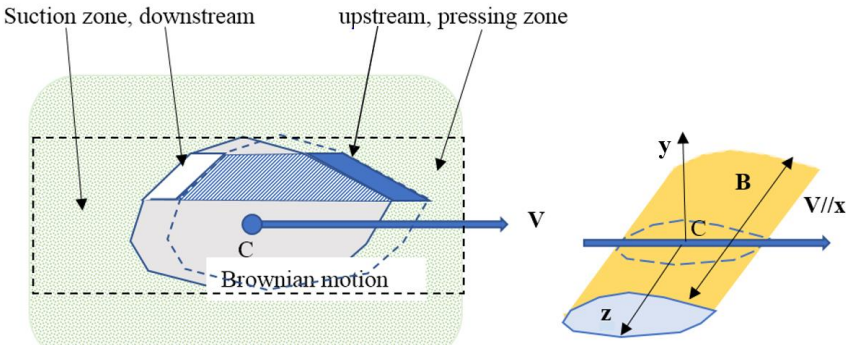


Fig. 1. External relative flow over moving - prism in very low speed airflow.

The space around the body under consideration when subjected to fluid is carefully studied; very straightforward mathematical model using classical laws of mechanics is explained based on a fluid structure interaction phenomenon.

Mathematical model is described in the case of definite geometry shaped prism (Fig. 1 - 3).

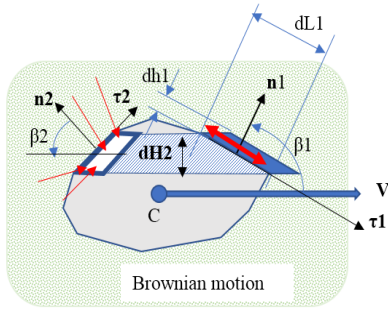


Fig. 2. Interaction of the rectilinear translation (non-rotating) motion body in windless air.

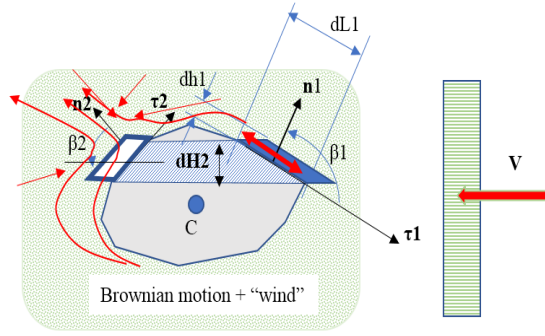


Fig. 3. Model of air interactions with stationary prism.

Considering the very small air element in the pressure zone, we use the momentum change in the differential form. According to the principle proposed in the present work (superposition principle), taking in the projection of the area normal  $n_1$ , before and after collisions (fluid - body interaction), we obtain (1): from Brownian interaction to prism:

$$\begin{aligned} m_{10} \cdot v_{B1} - (-m_{10} \cdot v_{B1}) &= -N_1 \cdot dt, \\ m_{10} &= v_{B1} \cdot dt \cdot dL_1 \cdot B \cdot \rho, \\ p_{10} &= \frac{|N_1|}{dL_1 \cdot B}, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $m_{10}$  – Brownian interaction mass;  $v_{B1}$  – an average air normal velocity in pressure zone;  $N_1$  – normal force to small element from air;  $dt$  – infinitive small time interval;  $dL_1$  – width of small element;  $B$  – prism height, perpendicular to the plane of motion;  $\rho$  – density of air;  $p_{10}$  – atmospheric pressure in pressure zone.

From prism air interaction at wind – ward side (pressure side) (2):

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v \cdot \cos(\beta_1) - 0 &= -\Delta N_1 \cdot dt, \\ m_1 &= v \cdot \cos(\beta_1) \cdot dt \cdot dL_1 \cdot B \cdot \rho, \\ \Delta p_1 &= \frac{|\Delta N_1|}{dL_1 \cdot B}, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $m_1$  – prism and air interactions boundary layer mass;  $v$  – prism velocity;  $\beta_1$  – angle between velocity  $v$  and normal  $n_1$ ;  $\Delta N_1$  – additional normal force, acting to prism;  $\Delta p_1$  – pressure increase in pressing zone.

From the system of six equations (1), (2) it is possible to find six unknowns. The two unknowns are required to solve the following calculations:

$$p_{10} = 2 \cdot v_{B1}^2 \cdot \rho \cdot dt, \quad (3)$$

$$\Delta p_1 = \rho \cdot dt \cdot v^2 \cdot [\cos(\beta_1)]^2. \quad (4)$$

Accordingly, it is possible to apply equations like (1) – (4) in the suction zone (leeward side). However, the task is little complicated with the amount of momentum differentials in the suction zone: it is not clear how to simplify the equations in differential form. Therefore, it is suggested to use one or the other hypothesis. Hypothesis should be tested experimentally or by using computer applications programs.

### The first hypothesis

In suction zone pressure reduction  $\Delta p_{21}$  over the entire surface is constant and proportional to the square of the velocity  $v$ .

We get:

$$\Delta p_{21} = -\rho \cdot C_1 \cdot v^2, \quad (5)$$

$$p_{20} = 2 \cdot VB_2^2 \cdot \rho \cdot dt; \quad (6)$$

where  $C_1$  – constant, found according to experimental or numerical modeling;  $VB_2$  – average air normal velocity in suction zone.

### The second hypothesis.

In suction zone pressure reduction  $\Delta p_{22}$ , over the entire surface is not constant, but is proportional to the square of the velocity  $v$ , and also depends on the normal  $n_2$  to the surface area and also position angle  $\beta_2$ , thereby obtain (7), (8):

$$\Delta p_{22} = -\rho \cdot C_2 \cdot v^2 \cdot \cos(\beta_2), \quad (7)$$

$$p_{20} = 2 \cdot VB^2 \cdot \rho \cdot dt, \quad (8)$$

where  $C_2$  is a second constant, found in the same way as  $C_1$ .

The obtained differential relationships (3) – (8) can be used in engineering analysis and synthesis tasks in the low speed range. To do this, the prism parameters of the given configuration must be used along with the solution for the integral equations for the object surface.

For practical engineering calculations, it is recommended to adopt  $VB_1 = VB_2$  for low velocity  $v \ll VB_1$  and  $v \ll VB_2$  ranges. Then  $p_{01} = p_{02} = p_0$ , where  $p_0$  is the mean atmospheric pressure around a given prism.

## 3. STATIONARY BODY (PRISM) IN AIRFLOW

Looking into the interaction phenomenon of airflow with a fixed prism (Fig. 3.), it appears to be that the interaction process might be different, as discussed above for rectilinear translation motion. This is because air particles have extra velocity and extra kinetic energy. However, taking the concept of interactions in relative motion, the formulas previously obtained (3) – (8) can then be used in the engineering calculations, where  $v$  is a air flow velocity.

## 4. MOVING BODY (PRISM) IN AIRFLOW

Two cases of prism motion discussed above (i.e., a rectilinear translation motion of prism in still air and a fixed prism in airflow) allow the formulation of the interaction of a moving prism in a moving air stream (Fig. 4).

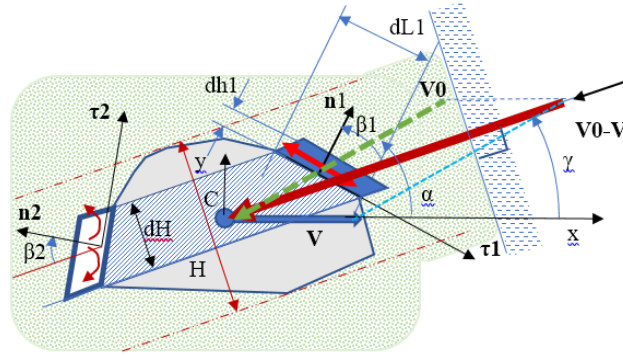


Fig. 4. Model of moving prism in airflow.

For this purpose, the relative motion velocity  $V_r$  vector in the pressure zone must be recalculated by determining the angle  $\gamma$  from the elementary parallelograms with normal directions  $n_1$  and  $n_2$  (Fig. 4.). By plotting the vectors  $V$  and  $V_0$  on the  $x$  and  $y$ -axes, we obtain (9), (10):

$$V_r = \sqrt{(-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V)^2 + (-V_0 \cdot \sin(\alpha))^2}, \quad (9)$$

$$\cos(\gamma) = \frac{-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V}{\sqrt{(-V_0 \cdot \cos(\alpha) - V)^2 + (-V_0 \cdot \sin(\alpha))^2}}, \quad (10)$$

where  $V_r$  – relative velocity module;  $V_0$  – wind velocity as vector;  $V$  – prism rectilinear translation motion velocity as vector and  $\alpha$  is a  $V_0$  flow angle (Fig. 4.).

By using obtained relationships (3) – (8), it is possible to solve various technical tasks of fluid (air) and prism motion for engineers. For example, it is possible to carry out motion analysis tasks where airflow resistance forces can be obtained. It is even more important for solving the problems of energy extraction from a fluid (air) stream. Additionally, it is also possible to optimize the shape of the object (prism) in order to obtain the desired effect (criterion) along with motion control task optimization and real system synthesis by using mechatronic systems.

## 5. NUMERICAL EXPERIMENT

Accordingly, in the proposed airflow interaction averaging superposition method, the engineer calculations require the selection of an approximation model, which in turn requires numerical values of constants  $C_1$  or  $C_2$ .

Thereby, in this direction 3D-RANS equation was solved by using K- $\epsilon$  realizable turbulence model. The sharp prism with two sides (other than longest side) measure 0.16 m and the depth was maintained constant at 0.16 m. Fig. 5. in addition, the equilateral triangular prism in Fig. 6. with side and depth 0.16 m.

In the given numerical experiment, knowing the total flow force  $F_x$ , a constant  $C_1$  was found according to the above formulas. The numerical values of  $F_x$  and constant  $C_1$  are given in Fig. 5 – 6.



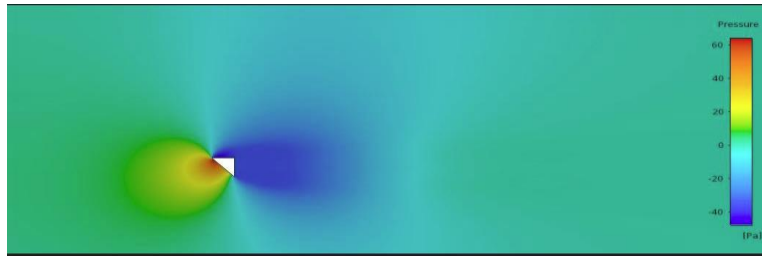


Fig. 5. Sharp right-angle Isosceles prism (angles  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) with leading vertex  $45^\circ$  in stationary airflow. Quality distribution of pressure in suction and compression zones.  $F_{x1} = 1,8942$  N;  $C1 = 0,238$ .

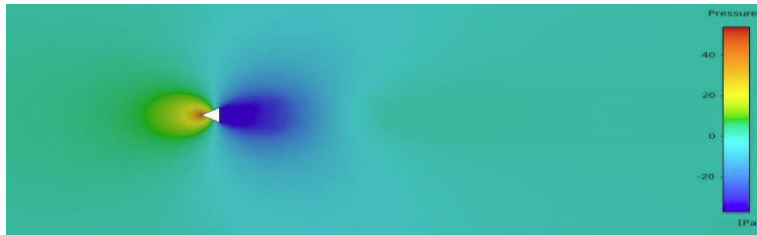


Fig. 6. Equilateral triangle (angles  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ) sharp prism in airflow, with leading vertex  $60^\circ$ . Distribution of pressure in suction and compression zones.  $F_{x2} = 1,3680$  N;  $C1 = 0,245$ .

## 6. CONCLUSIONS OF THE 3D NUMERICAL SIMULATION.

1. Theoretical calculations for the 2D model is different from the 3D numerical-simulation.
2. Visually, the first and second hypotheses ( $C1$ ,  $C2$ ) come true because the pressure in the suction zone is approximately the same at all locations (Fig 4 – 5.).
3. Pressure zone in different local places pressure is different.
4. In spite of the deviations of the pressure from the constant along the edges of the pressure zone of the prism, the total force can be found according to the methodology proposed here, for a constant narrow range:  $0.238 < C1 < 0.245$  (Fig. 5 – 6.).
5. It is known from scientific experimental studies that the difference between 3D and 2D drag coefficients is about twice. So  $C \approx 0.5$  should be used in approximately 2D calculations, this value is further used in all future calculations.

## 7. OPTIMIZATION OF TRIANGLE PRISM IN RECTILINEAR TRANSLATION MOTION IN AIRFLOW

The motion model with given length and angles is shown in Fig. 7. where  $R^{(e)}$  and  $M_z^{(e)}$  are the external forces and moment, providing rectilinear translation motion of triangle prism.



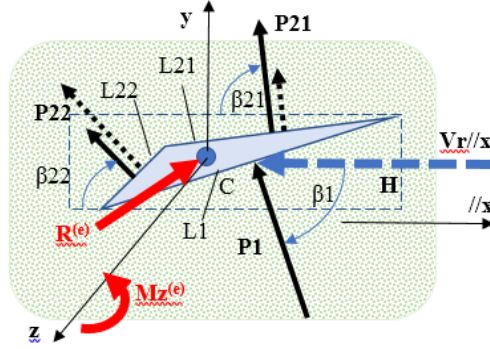


Fig. 7. Triangle prism movement in the wind direction  $V_r // V // x$ .

The optimization task should determine the prism braking velocity  $V$  that provides the maximum power in the mechatronic system. The differential equation of motion will be (11):

$$m \cdot \ddot{x} = -(V_0 - V)^2 \cdot C_0 + Q. \quad (11)$$

Here,  $C_0 = B \cdot \rho \cdot [(\cos(\beta_1))^3 \cdot L_1 + C_2 \cdot (\cos(\beta_{21}))^2 \cdot L_{21} + C_2 \cdot (\cos(\beta_{22}))^2] \cdot L_{22}$ , where  $m$  is a prism mass;  $\ddot{x}$  – constrained acceleration along x-axis;  $Q$  – braking force.

The task of optimization is following.

Given for motion parameters  $C_0$ ,  $m$  for stationary motion, when acceleration is zero ( $\ddot{x} = 0$ ). The force  $Q$  of the prismatic braking mechatronic system shall be found to provide the maximum power  $P$  produced by the airflow force.

In the given case, without limitation, there is one an optimal solution as given by (12):

$$V = \frac{V_0}{3}, \quad P = \frac{4 \cdot C_0 \cdot V_0^3}{27}, \quad Q = \frac{4 \cdot C_0 \cdot V_0^3}{9}. \quad (12)$$

As can be inferred from equation (12), (if the flow rate  $V_0$  changes) the real system requires a mechatronic force control  $Q$  system.

## 8. MOTION OF A SHARPENED PRISM IN A VERTICAL PLANE

We observe the movement of a sharp prism in a vertical plane, when angles are equal  $\beta_{22} = \beta_{21} = \beta_1$  (Fig. 8.).

According to the first model theory mentioned above (use of a constant  $C_1$ ), the motion of a sharpened prism in a vertical plane is described by differential equations (13), (14):

$$m \cdot \ddot{x} = -[\rho \cdot L \cdot B \cdot (\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha))^2 \cdot (1 + C_1) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{sign}(\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha)) \cdot \sin(\alpha)], \quad (13)$$

$$m \cdot \ddot{y} = [\rho \cdot L \cdot B \cdot (\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha))^2 \cdot (1 + C_1) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{sign}(\dot{x} \cdot \sin(\alpha) - \dot{y} \cdot \cos(\alpha)) \cdot \cos(\alpha)] - m \cdot g, \quad (14)$$

where,  $\ddot{x}$  and  $\ddot{y}$  are acceleration projections;  $\alpha$  – angle between normal and vertical direction;  $\text{sign}$  is a  $\pm 1$ , depending of function in brackets;  $g$  – free fall acceleration.

The obtained equations allow solving analytical and parametric optimization problems for a given non-stationary motion case. In addition, it should be noted that this movement is close to the bird's gliding or diving movement in the air.

Example of diving motion calculation is shown below Figs. 8. – 11. All parameters in system SI:

$$\rho = 1.25; L \cdot B = 0.04; m \cdot g = 2; C1 = 0.5; \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

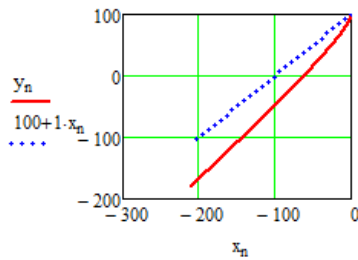


Fig. 8. The trajectory of the center of mass motion in the vertical plane, starting from the coordinates  $(x, y) = (0, +100)$ .

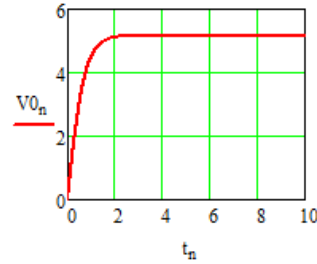


Fig. 9. Speed projection on prism normal.

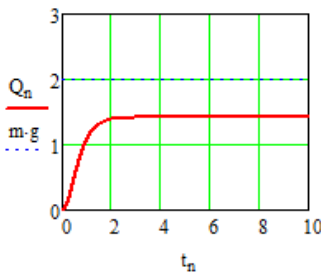


Fig. 10. Frontal force of air interaction

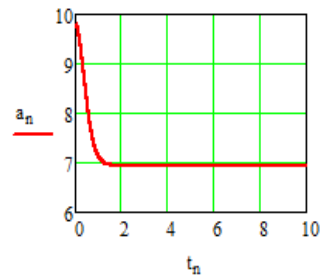


Fig. 11. Total acceleration of prism fall and lateral slip. The figure shows that the viscous forces mentioned at the beginning of the article are not taken into account.

The obtained modeling results show that the velocity projection perpendicular to the sharp prism reaches the terminal value and does not change further. However, there is no acceleration component in this direction. Accordingly, the acceleration in the tangent direction becomes constant, but the velocity component increases linearly with time. This means that in real-world applications, viscosity must be observed or a real prism with a blunt front surface must be considered.

## 9. SYNTHESIS AND OPTIMIZATION TASK OF ENERGY EXTRACTION

For the description of the given problem we will use the previously obtained relation for the sharp triangular prism 1, whose motion is relative to the wind flow 2 (Fig. 12.). The movement is along the x-axis an angle  $\alpha$  to the flow. We consider the case where the prism is attached to a base with an elastic spring 3. The energy is obtained by an electro-dynamic braking system 4. According to expressions such as (11), the differential equation of motion is (15):

$$m \cdot \ddot{x} = -f(x) - D(\dot{x}) - A \cdot \rho \cdot (V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2 \cdot \text{sign}(V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2, \quad (15)$$

where  $f(x)$  – spring characteristic;  $D(\dot{x})$  – force of electro-dynamic braking system;  $A$  – prism area of pressing zone, as before:  $A = L \cdot B$ .

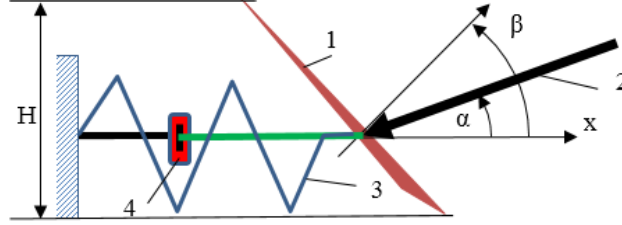


Fig. 12. Model showing the working principle for energy extraction using phenomenon of air – body (prism) interaction with sharp triangular prism 1, wind flow 2, elastic spring 3, and electro-dynamic braking system 4.

The resulting equation (15) allows to solve all kinds of analytical, optimization and synthesis problems if a criterion with given constraints on system and control parameters is formulated.

As an example, we solve synthesis problem where there can be change in area  $A$ , realized by using perforated plate. When taking into account case of linear spring. With a linear electro dynamic braking system, equation (15) is expressed as (16):

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b(\dot{x}) \cdot \dot{x} - A(\dot{x}, x, t) \cdot \rho (V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2 \cdot \text{sign}(V_0 \cdot \cos(\beta - \alpha) + \dot{x} \cdot \cos(\beta))^2, \quad (16)$$

where  $c$  – elasticity of spring;  $b(\dot{x})$  – electro dynamic systems control force;  $A(\dot{x}, x, t)$  – area variation control action, depending on synthesis task of velocity, coordinate and time.

The energy optimization task should analyze the power  $P$  of the electro dynamic system (17):

$$P = d(\dot{x}) \cdot \dot{x}^2. \quad (17)$$

## 10. MODELLING OF VARIABLE AREA PRISM IN AIRFLOW

Consider the possibility of obtaining energy from the flow if the change of area occurs instantaneously when opening or closing the perforation. Assume the simplest direction of the wind flow parallel to the prism motion axis  $\alpha = 0$  and with optimal angle  $\beta = 0$  (Fig. 12.). Then the differential equation of motion will be (18):

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} - (1 + C1) \cdot A \cdot (a_0 - a_1 \cdot \text{sign}(\dot{x} + \Delta v)) \cdot \rho (V_0 + \dot{x})^2 \cdot \text{sign}(-V_0 - \dot{x}), \quad (18)$$

where  $b$ ,  $C1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $\Delta v$  are constants.

The equation (18) has to be solved numerically by estimating the efficiency of energy production by criterion (17) as power.

Modeling example for small plate is given below, all values used in SI system. The results obtained are shown in Fig. 13 – 16 for parameters:  $m = 0.5 \text{ kg}$ ;  $c = 80 \text{ kg}\cdot\text{sec}^{-2}$ ;  $b = 0.5 \text{ kg}\cdot\text{sec}^{-1}$ ;  $C1 = 0.5$ ;  $A = 0.04 \text{ m}^2$ ;  $a0 = 0.75$ ;  $a1 = 0.25$ ;  $\Delta v = 0.5 \text{ m sec}^{-1}$ ;  $\rho = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$ ;  $V0 = 10 \text{ m sec}^{-1}$ .

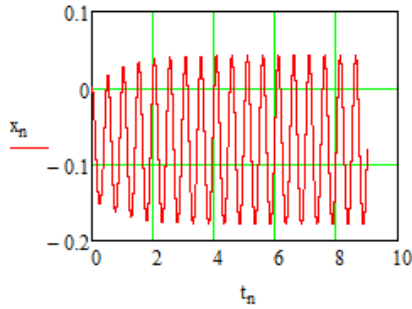


Fig. 13. Displacement with respect to time for variable area prism

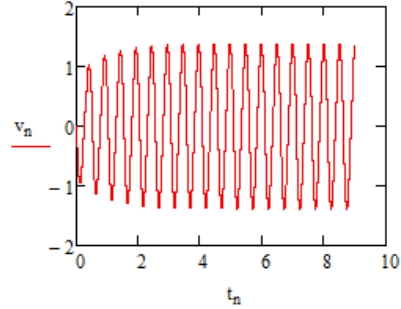


Fig. 14. Velocity with respect to time for variable area prism.

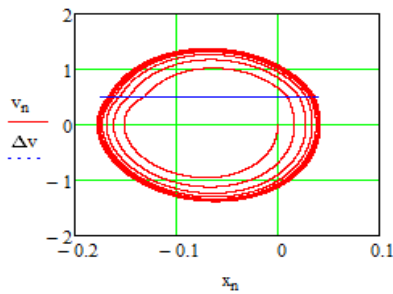


Fig. 15. Phase plane motion.

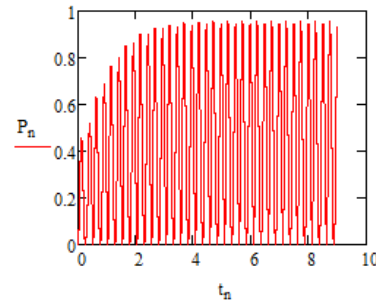


Fig. 16. Power generated for the given time interval.

From the graphs in Fig. 13 – 16, the following conclusions can be drawn:

1. In the aerodynamic system it is possible to initiate a stable oscillation movement by changing the interaction area of the perforated-plate.
2. The opening and closing of perforations may be affected by a mechatronic system.
3. There is a second mechatronic system for generating energy, which breaks the speed of oscillation and generates power.

## 11. RESULTS AND DISCUSSION

In this work we have developed a new method for calculating approximate flow and rigid body interaction for: moving body in low speed air, stationary body in air flow and moving prism in air flow. The fluid flow is assumed to be laminar, incompressible and viscous nature of the fluid is not taken into account for the mathematical modelling, as an alternative the coefficient of interaction (constant) is introduced from numerical simulation results. Stable result in case of variable area prism for energy extraction is observed Fig.15. Though the power obtained is small, the proposed theory (superposition principle) helps identify the cause and make a way for overall better efficiency as the nature of the proposed principle is purely mathematical and is explained in an easily understandable and in a straightforward way. Good and satisfactory results are obtained both for moving prisms in air

flow and energy extraction by using variable area prism. An alternate approach for solid body fluid (air) interaction phenomenon other than the traditional vortex induced vibration techniques was found to be successful in calculating energy extraction using simple mathematical model.

## 12. CONCLUSIONS

The method developed in the present work helps to perform tasks of analysis, optimization and synthesis for the interaction of objects with fluids in a simplified way, only for rectilinear translation motion of body. The proposed techniques in the work help to overcome the extensive space-time programming methods. The analysis, optimization and computer modeling examples discussed in this paper illustrate the effectiveness of the proposed method in engineering calculations.

The present work also establishes the fact that there exists an alternate approach to vortex induced vibration phenomenon for the energy extraction process considering just the body – fluid interaction coefficient into a straight forward mathematical model. The theory can be extended to any complex - body fluid interaction as the work is purely mathematical in nature.

## ACKNOWLEDGEMENTS

*This research is funded by the Latvian Council of Science, project “Creation of design of experiments and metamodeling methods for optimization of dynamics of multibody 3D systems interacting with bulk solids and fluids”, project No. Lzp-2018/2-0281 and supported by Riga Technical University's Doctoral Grant programme.*

## REFERENCES

1. Wei, G. (2005). A fixed-mesh method for general moving objects in fluid flow. International journal of modern physics B (pp. 1719-1722), vol.19, No. 28 n 29.
2. Wick, T. (2011). Fluid-structure interactions using different mesh motion techniques. Journal of Computers and structures (pp. 1456-1467), vol. 89(13).
3. Codina, R., Houzeaux, G., Coppola-Owen, H., Baiges, J. (2009). The fixed-mesh ALE approach for the numerical approximation of flows in moving domains. Journal of Computational Physics, (pp. 1591–1611), vol. 228 (5).
4. Tezduyar, T. E., Sathe, S., Keedy, R., Stein, K. (2006). Space-time finite element techniques for computation of fluid-structure interactions. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. (pp. 2002–2027), 195.
5. Tezduyar, T. E., Sathe, S. (2007). Modelling of fluid-structure interaction with the spacetime finite elements: solution techniques. Int. J. Numer. Meth. Fluids (pp. 855–900), 54.
6. Han, D., Liu, G. R., Abdallah, S. (2020). An Eulerian-Lagrangian-Lagrangian method for 2D fluid-structure interaction problem with a thin flexible structure immersed in fluids, Computers & Structures, 228, (106179).
7. Takizawa, K, Tezduyar, T. E. (2011). Multiscale space-time fluid-structure interaction techniques. Comput Mech (pp. 247–267), 48.
8. Neumuller, M., Steinbach, O. (2011). Refinement of flexible space-time finite element meshes and discontinuous galerkin methods. Computing and visualization in science (pp. 189-205), vol.14.
9. Gerstenberger, A., Wall, W. A. (2006). An extended finite element method based approach for large deformation fluid-structure interaction. European conference on computational Fluid Dynamics. ECCOMAS CFD, Netherlands, TU Delf.

10. Behr, M. (2008). Simplex space-time meshes in finite element simulations. *International journal for numerical methods in fluids* (pp.1421-1434), vol.57 (9).
11. Danwitz, M. V., Karyofylli, V., Hoster, N., Behr, M. (2019). Simplex space-time meshes in compressible flow simulations. *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 91 (1).
12. Diosady, L.T., Murman, S.M., Carton de Wiart, C. (2018). A higher order space time finite element method for moving body and fluid structure interaction problem. 10th international conference on computational fluid dynamics (ICCFD10) July 9-13 (pp. 1-16), Barcelona, Spain.
13. Tipans, I., Viba, J., Irbe, M., Vutukuru, S. K. (2019). Analysis of Non-Stationary flow interaction with simple form objects. *Agronomy Research* (pp. 1227-1234). Vol. 17(1).
14. Barrero-Gil, A., Pindado, S., Avila, S. (2012). Extracting energy from Vortex-Induced Vibrations. A parametric study, *Applied Mathematical Modelling*, vol.36.
15. Bearman, P.W. (1984). Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Fluid mech* (pp.195 – 222), 16.
16. Chin, D. D., Lentink, D. (2016). Flapping wing aerodynamics: from insects to vertebrates. *J. Exp. Biol.* (pp. 920–932), 219.

### Publikācija Nr. 23

#### **DRAG FORCE REDUCTION FOR PROPULSION SYSTEM OF A MOTORIZED SUP BOARD EQUIPPED WITH WATERJET**

Publicēšanas procesā žurnālā “Latvian Journal of Physics and Technical Sciences”  
Līdzautori: Marina Čerpinska, Andrejs Pupurs, Kaspars Burbeckis un Māris Eiduks

Darbā ir apkopoti datora simulācijas rezultāti pretestības spēkam, kas iedarbojas uz SUP dēlim pievienotajām detaļām. SUP dēlim ir pievienota papildus piedziņas sistēma. Izvēlētā piedziņas sistēma ir ar dzenskrūves mehānismu. Dzenskrūves korpuss ir pievienots SUP spurai. Tika piedāvātas dažādas iespējas piedziņas mehānisma korpusa uzbūvei. Simulācijas testi tika veikti ar SolidWorks Flow programmatūru, izmantojot divu tipu simulācijas, spiedienu uz objektu un plūsmu ap objektu. Darba mērķis bija izveidot sākotnēji stūrainai ieplūdes sistēmai plūdeni apveidu, lai izvēlētos pievienotās detaļas variantu ar vismazāko ūdens pretestību, tā rezultātā palielinot ūdens ieplūdes ātruma koeficientu. Simulācijas rezultāti parādīja, ka pievienojums būtiski palielina ūdens pretestību spurai uz tās frontālo virsmu. Aprēķinu rezultātā secināts, ka, noapaļojot piedziņas mehānisma korpusa stūrus, ir iespējams ūdens pretestības spēka koeficientu samazināt līdz pat 35%, un, izveidojot korpusa plūdeni apveidu, samazināt ūdens pretestības spēka koeficientu par papildus 10%. Plūsmas simulācijas rezultāti norādīja uz to, ka dzenskrūves mehānisma ieplūdei būtu jāatrodas uz korpusa frontālas virsmas, nevis uz korpusa sāniem.

DOI:

## **DRAG FORCE REDUCTION FOR PROPULSION SYSTEM OF A MOTORIZED SUP BOARD EQUIPPED WITH WATERJET**

M. Cerpinska\*, M. Irbe, A. Pupurs, K. Burbeckis

Riga Technical University, Laboratory of Experimental Mechanics of Materials

6B-525 Kipsalas Str., Riga, LV-1048, LATVIA

\*e-mail: [marina.cerpinska@rtu.lv](mailto:marina.cerpinska@rtu.lv)

This paper provides the simulation results of the SUP (Stand Up Paddle) board appendage resistance. The additional propulsion is added to the SUP board. It is equipped with the waterjet. The waterjet is attached to the board rudder. The variable design options for the waterjet duct were proposed. The simulation tests were performed using SolidWorks Flow software using two types of simulations, namely, the pressure on the body and the flow around the body. The objective was to streamline the bluff duct of the waterjet and thus to create the appendage design with minimum drag force from fluid flow and possibly greater Inlet Velocity Ratio. Simulation results showed that appendage accounts for significant frontal resistance. Calculations showed that rounding-off the edges of waterjet duct accounted for 35% of drag coefficient reduction, while further streamlining reduced it to additional 10%. The flow simulation results suggested that the waterjet intake should better be on the front of the duct, not on the sides of the duct.

**Keywords:** *waterjet, SUP board, propulsion, resistance, drag coefficient.*

### 1. INTRODUCTION

This study is a first part of a project aiming to design the optimal waterjet to motorize the SUP (Stand Up Paddle) board.

The idea of motorizing SUP boards for leisure activities is lucrative for two reasons. Firstly, it provides existing users new experience. It allows relaxing on the water and organizing adventurous board trips for longer distances. Secondly, it attracts new users previously not interested into SUP boarding because of the slow motion of the board or necessity to paddle actively to get propulsion.

Motorizing the leisure activity brings in the dilemma, as discussed in a book by Jennings devoted to Motorized Water Sports [1]. It is necessary to consider damage to the local environment. Yet, author stresses, that motorised boards provide a lot of positive emotions, broadens tourism offerings and as a result provide economic benefits for local and regional community [1].

The goal of the project is to attach a waterjet to the SUP fin (rudder). There could be three fins installed on one board, but the design with one fin is more usual. This project involves two teams working together. The team of electrical engineers is responsible for the selection of motor and control system for propulsion. The team of mechanical engineers is responsible for the design of propulsion components. The first challenge for the mechanical engineers is to evaluate the hydrodynamic resistance of the attached object and to choose the design which ensures less resistance. On the other hand, resistance should be evaluated together with the propulsion capacity.

The handbook on practical ship hydrodynamics states that propulsion and resistance is a complex problem, and to solve it solve CFD analysis is preferred [2]. In ship hydrodynamics theory rudder is one of the appendages. The resistance of the appendages under service conditions are tested separately or not tested at all. The difference account for a small error in resistance calculation. The chapter on "Resistance and propulsion" of the book [2] states that the significance of the resistance created by



appendages depends on their size compared to the ship size. Thus, the more complex appendages are installed on the floating object, the more important it is to evaluate their resistance. For the CFD study on submarines Shariati et. al. showed that the total resistance of a submarine increases by fitting appendages on it [3]. Authors used Star CCM+ software, developed based on finite volume method. In that study the major influence of appendage resistance was detected on the viscous part of the total resistance, while wave making resistance was not affected significantly [3].

The SUP board is a small craft compared to the ships. As noted by Carlton, for small craft propellers are usually considered the simpler and lighter propulsor [4], but in this project waterjet were chosen as a safer option than open shaft propeller. Since SUP board for tourism is mainly used on the rivers, propulsion needs to be protected from the water plants. Sometimes the bottom of the board is floating very close to the underwater stones. Thus, the case or duct of the waterjet is supposed to be the barrier which saves propulsion from damage. Propeller could still be used as a SUP board propulsor, only the duct is needed to protect it. Cooper et. al. suggests that waterjet could be considered as a special type of ducted propeller [5], and therefore in later project stages it is still possible to compare waterjet and ducted propeller performance, and choose the best propulsor given the design of the duct and inlet. Nevertheless, the procedures in the waterjet propulsion test and propellers (to confirm the self-propulsion point) are the same, and the skin friction correction force should be applied for both [6].

The typical SUP board weights around 13–14 kg. Depending on style and size there could be lighter versions starting from 7 kg and some as heavy as 18 kg. The added mass of a propulsion system should be small enough to ensure that buoyance is not disrupted. Therefore, the pump details were made of light material – the polymer – using 3D techniques.

The waterjet is attached to the SUP fin or rudder in the following way: the rudder is cut into two parts, and the waterjet is in between – far enough from the SUP board to provide space for the charging battery. The waterjet case is a natural barrier for water plants, fish and stones. On the negative side, it is a barrier to the water as well. As noted in the review paper [7], efficient inlets for the waterjet are crucial for the successful performance of the system. The task is therefore to choose the design option balancing between ease of manufacturing and efficiency. The design option that would be easiest for manufacturing suggests creating water inlet on the sides of the duct. This option is further evaluated in Results section. The effects of fin erosion are temporary neglected and will be considered in the last project stage with model experiments.

In this study we investigate the drag using Solidworks Flow Simulation. Two types of simulations (the pressure on the body and the flow around the body) are tested and compared for precision and computational time. Albeit computer simulations are time consuming, the importance of CFD modelling specifically for waterjets is stressed in the Procedures of The Specialist Committee on Validation of Waterjet Test [8]. The Specialist Committee in the report of waterjets published review on updated literature about Intake Design and Analysis [8]. Authors quoted analysed waterjet inlets for large watercrafts, yet, their research stressed the importance of CFD simulations and provided guidance on proper boundary conditions to be applied to a model.

Bulten in his PhD thesis, quoted by reference book [4] compared numerical methods with waterjet industry leaders Wärtsilä Propulsion Netherlands BV and he found that the simplified method to describe waterjet installations is not correct, because existing computer programs do not calculate the influence of the hull in the vicinity of the waterjet inlet and the pressure distribution acting on the stream tube [9].

The hypothesis of this study stated that optimizing the shape of the waterjet would improve the efficiency of proposed propulsion solution. The hypothesis was based on theory provided by Hoerner [10]. Hoerner showed that rounding-off edges in blunt shapes is not perfect (compared to complete

streamlining procedure) but still efficient method to reduce drag coefficient. Results section show that this hypothesis was true. Rounding-off edges provided 35% of drag coefficient reduction, and additional reduction of 10% was obtained after applying streamlining solution.

Waterjet in operation induces reaction forces and moment and waterjet/hull interaction stern force [11]. These forces are out of the scope of this research, but the velocity effect will be discussed in the discussion section.

## 2. THEORY

### Forces acting on the body

According to the goal of this study, the hydrodynamic resistance of the modified rudder should be minimized to ensure propulsion efficiency. In this study we minimize it by controlling the drag force. Following the equation from fluid mechanics fundamentals on the external flow [12], the drag force acting on a body is given by equation (1):

$$F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D A, \quad (1)$$

where  $F_D$  – drag force,  $N$  or  $kg \cdot m/s^2$ ;  $\rho$  – fluid density,  $kg/m^3$ ;  $V$  – relative velocity,  $m/s$ ;  $C_D$  – drag coefficient, dimensionless;  $A$  – frontal area of the body,  $m^2$ . The term  $\frac{1}{2} \rho V^2$  is called the dynamic pressure [12].

Please see Fig. 1. for the demonstration of the acting forces. Figure 1 shows that the SUP board and a person standing on are moving in two medias – the water and the air.

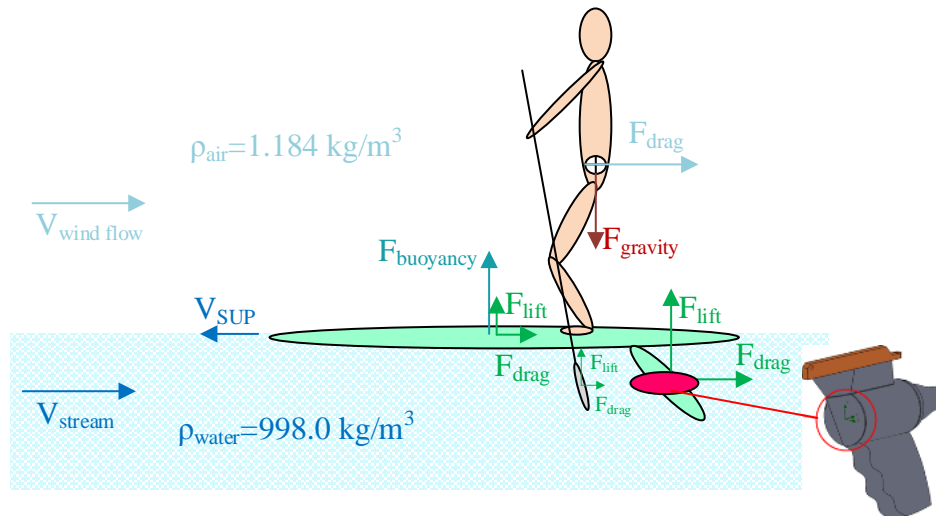


Fig.1. The forces acting on the SUP board (green colour), the person driving the board (clear colour) and SUP board appendage, including the waterjet (red colour) attached.

According to Equation (1), the drag force depends on the frontal area of the body. Figure 1 suggests that the area of the modified rudder (red colored area) would be small compared to the area of the person (clear colored area). On the other hand, water density is more than 800 times greater than the air density [12]. Therefore, the appendage under water increases the total drag force of a SUP board more than the appendage above the water would do. It is also desirable to minimizing the drag force for the appendage, because it would lessen the stresses on the attachment of the SUP fin to the board. We acknowledge that manufacturers of SUP boards do not design the attachment of the fin to experience great frontal drag force, and therefore additional calculations to check the attachment

strength would follow in the next project stages. The knowledge about the drag force the appendage experiences would be of special importance then.

In the water media the hydrostatic pressure and resulting buoyancy force is dominant. The hydrodynamic drag and lift forces are acting on a board, but for such a slender body as a SUP board the shear force acts nearly parallel to the flow direction, and thus their contribution to the lift is small [12]. The drag force for such a slender body is mostly due to the skin friction drag, which is a tangential force [10] and is also small. Therefore, for the streamlining purposes we are going to analyse the hydrodynamic pressure locally on the fin, where the waterjet is attached (see the red circle on Fig.1.). The drag force a flowing fluid exerts on a body in the flow direction [12] increases as we add a waterjet duct. Since at the beginning of the project we were going to be flexible about the inlet position and possibly allow it to be on the sides of the duct, the drag force acting on a duct was going to be similar to the drag force acting on a flat plane. In this scenario the drag force depends on the pressure only and is independent of the wall shear.

The part that is due directly to pressure is called the pressure drag or form drag because of its strong dependence on the form or shape of the body [12]. The pressure field of the SUP board causes deformation of water surface, and a wave system originates behind the board. The wave resistance force is normal to the body [10].

### **Waterjet design**

According to the handbook on propulsion systems the waterjet design could be simplified to the "three main components: an inlet ducting, a pump and an outlet or nozzle" [4].

The physics of waterjet propulsion is described in reference book [13]. It states that water is drawn through a ducting system by an internal pump which adds energy after which the water is expelled at high velocity. The unit's thrust is primarily generated as a result of the momentum increase imparted to the water [13]. The mathematical expression for the description above is provided by Carlton [4] as shown in equation (2):

$$T = \rho A_2 V_2 (V_2 - V_1) \quad (2)$$

where  $T$  – propulsor thrust produced by the system,  $N$ ;  $\rho$  – density of the water,  $kg/m^3$ ;  $A_2$  – cross-sectional area of the nozzle,  $m^2$ ;  $V_2$  – velocity of the water leaving the system,  $m/s$ ;  $V_1$  – velocity of the water entering the system,  $m/s$ .

No matter how efficient the internal pump is, there are going to be some performance losses caused by flow distortion on the intake and ship hull or SUP board boundary layer. The latter is described in separate section for more clarity. Therefore, to minimize inlet losses, this paper first focuses on the inlet design, and the pump hydraulic characteristics and nozzle design analysis are going to follow in next project stages.

The inlet ducting consists of "tunnel, inlet and supporting structures" [4]. Equation (2) suggests that achieving more thrust requires greater difference between the water inlet and outlet speed. Thus, outlet nozzle should be designed to produce greater speed of the water leaving the system, while the inlet design, in contrary, should ensure water entering speed to be possibly close to the ship speed. To describe the particular inlet feature there is a special ratio called the inlet velocity ratio.

### **Inlet Velocity Ratio (IVR)**

The special committee suggests using symbol IVR (Inlet Velocity Ratio) when describing intake working point [8].

The IVR is calculated according to equation (3) [4]:

$$IVR = \frac{V_1}{V_s}, \quad (3)$$

where  $V_1$ – the water inlet velocity,  $m/s$ ;  $V_s$ – the craft velocity,  $m/s$ .

Following equation (3), as the water inlet velocity decreases because of some constructive barrier, the IVR decreases and the flow rate through the waterjet decreases. Intuitively, the greater the area of the inlet, the greater the barrier for the flow velocity and resistance force from fluid flow.

### **Boundary Layers**

A boundary layer is a thin layer of viscous fluid close to the solid surface of a wall in contact with a moving stream. The flow velocity at the wall is zero [10], since the flow “sticks” to the wall because of its viscosity.

According to Ledoux et. al., jets form "a special group of mixing boundary layers", because there is outer boundary layer and inner boundary layer. Author suggests using numerical approach for jet problems [14].

The behaviour of differently shaped objects in the flow was presented by Vutukuru et. al. [15]. Authors used ANSYS software, and the study suggested that the pressure in the suction zone along the boundary layer is independent of the shape of the object [15]. Considering the results above, in this study we focus on the resistance independent of boundary layer.

## **3. EXPERIMENTAL PART**

The goal of the project is to develop a full-scale model of the waterjet using available 3-dimensional (3D) printing techniques and test it in water. Meanwhile, before the optimal design parameters are known, the tests were performed using SolidWorks Flow simulation software. The 3D simulation, performed in SolidWorks Flow Simulation, discretizes the time-dependent Navier-Stokes equations and solves them on the computational mesh. Please refer to section "Mesh size" for more clarity. The simulation for the experimental part was performed twice. First, the simulation focusing on the pressure zone on the appendage was completed. Then, the simulations with focus on the whole object (the uniform body) was finished.

### **Rounding-off edges and streamlining**

For the uniform body study, the waterjet tunnel is optimized in SolidWorks to reduce resistance force from fluid flow. The part subjected to analysis was intake chamber – motor cover as shown in Fig.2.

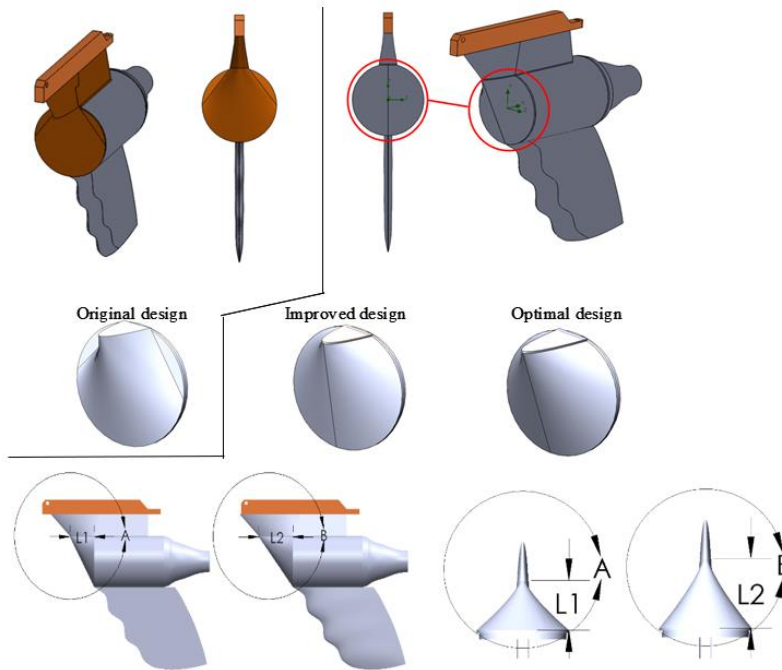


Fig.2. The fin and waterjet view before (on the left side) and after (on the right side) modifications, rounding-off edges and streamlining in SolidWorks.

Fig.2 shows the initial (original) design of the waterjet and the optimized design. The area marked by red circle shown on the appendage is further streamlined – for the chosen optimal design of the fin, the drag coefficient for different fin length is studied. Please refer to circle A and circle B on Fig.2 for illustration of the difference in fin length. On the left side the fin is shorter than appendage connection ( $L1$ ), on the right side its length is similar to the appendage connection ( $L2 = L1 + 30$  mm). For the streamlining study the simulation of flow pressure was performed with the step (difference in fin length) of 5 mm. The results of the drag coefficient depending on rudder length are shown in results section.

### Mesh size

For meshing the model SOLIDWORKS Flow Simulation uses a technique called the Finite Volume approach.

Generated mesh consists of more than  $7 \cdot 10^5$  cells. The local mesh is intended for resolving the mesh around the highest pressure in the frontal cylindrical region. Please see the example of the mesh in Fig.3.

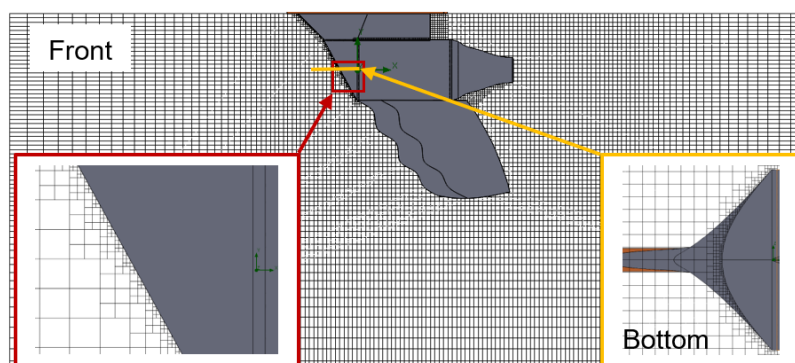


Fig.3. The illustration of the mesh size provides the example of the front cut plot of initial global mesh domain with refinement level four (4), zoomed view for local mesh at cylindrical part in front (red frame) and bottom (yellow frame) planes.

## 4. RESULTS

Some of the three-dimensional simulation results are given in this section, but the main emphasis is put on drag coefficient analysis results. The simulation results for the flow around the body were completed and the example is given in Fig.4. The complete animation for the flow around the body is available contacting the corresponding author.

3D simulations were performed in SolidWorks Flow Simulation. This simulation discretizes the time-dependent Navier-Stokes equations and solves them on the computational mesh as shown in Fig. 5. The convergence goal is the force  $F_D$  (see Eq.1) from fluid flow. The initial condition specified as fluid flow inlet velocity 2.5 m/s.

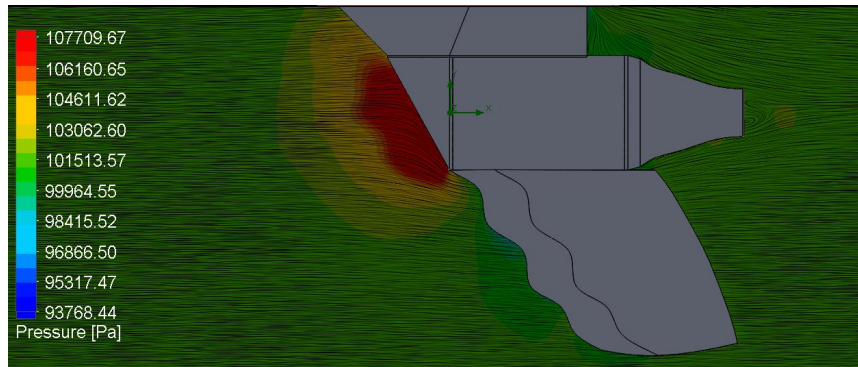


Fig.4. The example of the simulation of the flow around the body. Pressure distribution and streamlines.

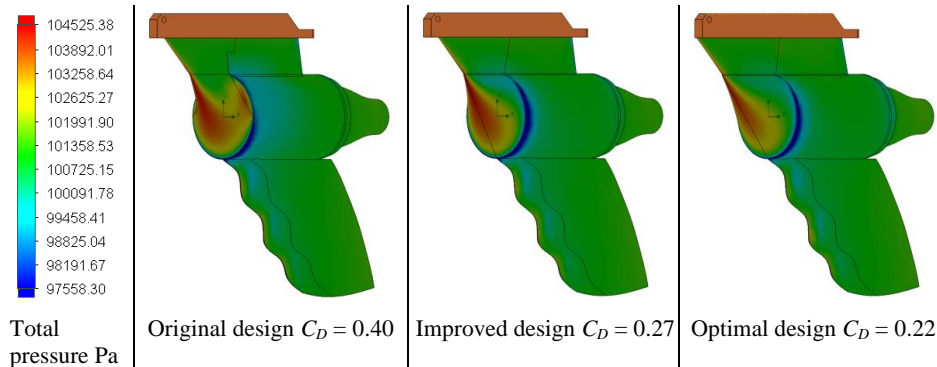


Fig.5. The pressure on the front surface for original blunt body, round-off edges and streamlined body

Fig.4 and Fig.5 shows that the originally proposed design with the inlet on the sides on the tunnel has major disadvantage comparing to inlet at the front of the tunnel, because velocity of the water is greater at the front. The dark blue color on the sides of the tunnel indicate that the pressure on the sides is the smallest, therefore the amount of water entering the inlet will from the side be much smaller than the amount of water entering the inlet from the front.

### Drag coefficient and resulting force

The results obtained from simulations are summarised in Fig.6., where the design of blunt body is indicated with black dot, and the improved design of streamlined body is indicated with red dots. The second order polynomial approximation is used for the streamlined body drag coefficient results.

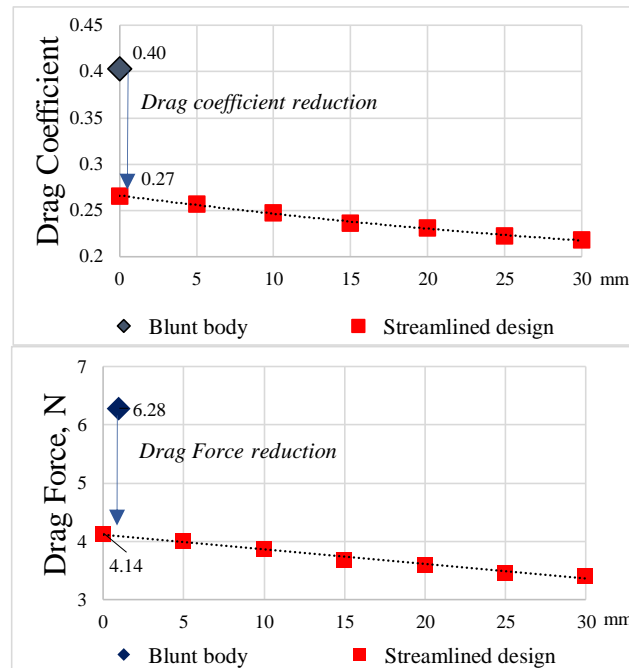


Fig.6. Drag coefficient and Drag Force reduction after rounding-off the edges of the waterjet duct

The results on Fig.6 show that rounding the edges of waterjet duct reduces drag coefficient for 35 % to 45 % depending on the length of the appendage, so this improvement is strongly suggested for manufacturing. Meanwhile, further streamlining accounts for 10% difference in drag coefficient (See Fig. 2 for illustration of difference between the appendage length from L1 to L2 = 30 mm), so it is recommended to apply it if manufacturing capacity permits. Fig. 6 shows a summary of the average drag coefficient, obtained from the simulation of 200 iterations in SolidWorks. Please refer to Fig.7 in the discussion section for a complete illustration of drag coefficient simulation.

According to Fig.6 the average drag coefficient and drag force decreases as the fin length increases, but for the fin length which equals 30 mm (this limit is set by the size of the attachment) the gained decrease is almost equal to design of 25 mm, so the further streamlining attempts would be less efficient. Fig. 6 suggests that drag coefficient could be further reduced by prolonging the fin for more than 30 mm, but we would not recommend prolongation, because it could disrupt manoeuvrability of the board.

## 5. DISCUSSION

### Drag coefficient results from different simulation methods

In this study two types of simulations were performed to predict the drag coefficient. First type of the simulation was for the pressure on the body. The second type of the simulation was for the flow around the body. The results slightly differed for both methods, because for the simulation of type 2 on the flow around the body the mesh size is smaller. Fig. 7 illustrates the difference of simulation results for the drag coefficient change during the simulation of the pressure and simulation of the flow.

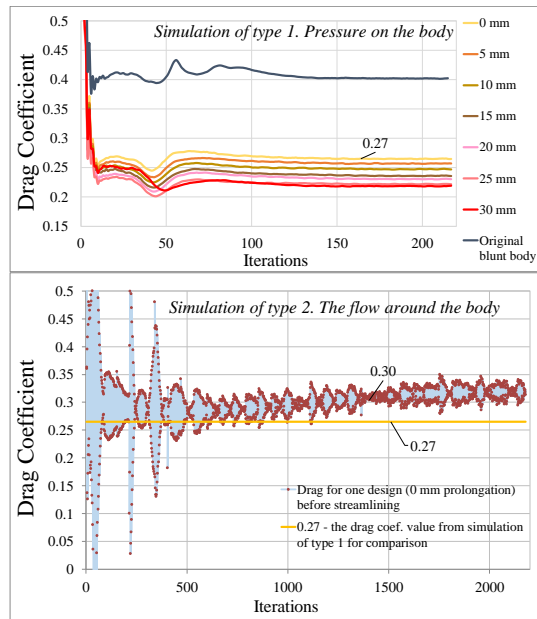


Fig.7. Drag coefficient values from simulation results for each iteration in SolidWorks - comparison of drag coefficient values calculated from pressure and from the flow around the body

To compare measurement results from two simulations, zeta-scores test [16] for the design of ~0 mm prolongation (no streamlining) was performed. For the simulation of type 1 (the pressure on the body) the mean value of the drag coefficient is 0.27, while for the simulation of type 2 (the flow around the body) the mean value is 0.3. Uncertainty at standard deviation level was calculated to be 0.08 and 0.11 for simulation of type 1 and type 2 respectively. The absolute value of the zeta was calculated to be 0.22. It is below 2, which means that the results are not in disagreement. From this analysis we concluded that the simulation of type 1 should be preferably used to explore different design options, because it requires less time to complete. For comparison, the simulation of type 2 takes around 17 hours, while simulation of type 1 could be completed in a couple of hours. Thus, for the study of drag coefficient the simulation of pressure is explicit enough. The Simulation of type 2 on the flow around the body should be used when more information about the changes of the drag coefficient in time is needed.

The data in Fig.7 suggest that during the simulation of the flow around the body the following phenomena occurs: as the flow first meets the rudder, the drag coefficient is larger, then drops to its lowest value, but then it remains stable.

The simulation of the flow around the body could later be used for further studies of vortices around the body. The flow simulation is also helpful to describe the cavitation effects that may occur in the pump or in the intake during operation of the vessel. Cavitation does not affect the powering characteristics, but it causes possible erosion effects [8].

### Inlet design

After the study of uniform body is completed the analysis of best inlet position could be discussed. First, the design easy to manufacture was proposed - the water could enter the jet through the grooves cut on the side of the tunnel. Looking at figure 6 and 7, this design has a disadvantage – the flow is small compared to the front plane. Therefore, we propose to create the waterjet inlet at the front of the tunnel, and in order to protect the various internal waterjet components, to fit it with a guarding mesh, keeping in mind the following principle - the smaller the guarding mesh of the inlet, the better protection.



### The velocity effect on drag coefficient

For the purpose of simulation the velocity was estimated to be 2.5 m/s or 9 km/h, which resulted from the estimation of SUP board moving speed. According to external flow theory, the drag coefficient depends on the Reynolds number, specifically below  $10^4$ . At higher Reynolds numbers, the drag coefficient is expected to remain constant [12]. In this study Reynolds number was calculated to be  $Re \sim 475000$ , therefore the obtained drag coefficient would be similar for moving speeds that differ from the estimated speed. When the waterjet will be in operation, the speed of the board will increase, but given the Reynolds number calculated the drag coefficient will not differ significantly.

## 6. CONCLUSIONS

1. The study showed that predicting the drag coefficient for the object in fluid could be done via two types of the simulation in Solidworks Flow. First type is the pressure on the body. The second type is the flow around the body. Both simulations provided clear results and the results of them agree well. The results slightly differ because for the simulation of type 2 the mesh size is smaller. Simulation of type 1 requires less computational time and is therefore preferable for study of drag coefficient in the future. Simulation of type 2 is preferred when the drag change in time and vortices around the body should be studied.
2. Simulation results showed that appendage accounts for significant frontal resistance and the drag coefficient could be controlled by choosing the optimal design of the waterjet.
3. The inlet design of tube with the grooves on the side is less efficient than the inlet design of tube with the mesh on the end. The flow simulation results suggest that the jet intake should better be on the front of the duct, not on the sides of the duct.
4. Rounding-off the edges of waterjet duct accounted for 35 % of drag coefficient reduction, so this improvement is worth applying the necessary manufacturing effort. The further streamlining accounted for 10 % decrease in drag coefficient. In total, 45% in drag coefficient could be obtained by working on the design on the waterjet frontal plane.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The research has been carried out within the ERA Net-LAC 2nd Joint Call on Research and Innovation, project “An ICT Platform for Sustainable Energy Ecosystem in Smart Cities” (ITCity), ID: ELAC2015/T10-0643, funded by the Latvian State Education Development Agency (VIAA) and the Romanian National Authority for Scientific Research and Innovation, CCCDI-UEFISCDI, project ERAN-NET-LAC ITCity, within PNCDI III.

## REFERENCES

1. Jennings, G. (2007). *Motorized Water Sports, Water-Based Tourism, Sport, Leisure, and Recreation Experiences*. USA: Elsevier.
2. Bertram, V. (2000). *Practical Ship Hydrodynamics*. UK: Butterworth-Heinemann.
3. Shariati, S. K., Mousavizadegan, S. H. (2017). The effect of appendages on the hydrodynamic characteristics of an underwater vehicle near the free surface. *Applied Ocean Research*. 67, 31–43. DOI: 10.1016/j.apor.2017.07.001
4. Carlton, J. (2018). *Marine propellers and propulsion*. USA: Butterworth-Heinemann. DOI: [10.1016/B978-0-08-100366-4.00016-X](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100366-4.00016-X)
5. Cooper, R. D., Doroff, S. W. (1971). *Unsteady Propeller Forces, Fundamental Hydrodynamics and Unconventional Propulsion*. Rome, Italy: Office of Naval Research.
6. Gong, J., Guo, C. Y., Wang, C., Wu, T. C., Song, K. W. (2019). Analysis of waterjet-hull interaction and its impact on the propulsion performance of a four-waterjet-propelled ship. *Ocean Engineering*. 180, 211–222. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.04.002
7. Brandau, J. H. (1968). Performance of Waterjet Propulsion Systems-A Review of the State-of-the-Art. *Journal of Hydronautics*. 2(2), 61–73. DOI: [10.1109/ULTSYM.2013.0335](https://doi.org/10.1109/ULTSYM.2013.0335)

8. Terwisga, T., et al. (2005). Report of the Specialist Committee on Validation of Waterjet Test Procedures. In Proceedings of 24th International Towing Tank Conference, 26 March 2002 (pp. 387–415). Edinburgh, Scotland: The University of Newcastle.
9. Bulten, N. W. H. (2006). *Numerical analysis of a waterjet propulsion system*. Eindhoven, The Netherlands: Technische Universiteit Eindhoven. DOI: [10.6100/IR614907](https://doi.org/10.6100/IR614907)
10. Hoerner, S. F. (1965). *Fluid Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance*. Washington, D.C., USA: Hoerner fluid dynamics.
11. Kandasamy, M., Ooi, S. K., Carrica, P., Stern, F. (2010). Integral force/moment waterjet model for CFD simulations. *Journal of fluids engineering*, 132(10). 101103–101112. DOI: 10.1115/1.4002573
12. Cengel, Y. A., Cimbala, J. M. (2017). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. 4<sup>th</sup> ed. New York, USA: McGraw-Hill Education.
13. Molland, A. F. (2011). *The Maritime Engineering Reference Book: a Guide to Ship Design, Construction and Operation*. Hungary: Elsevier.
14. Ledoux M., Hami A.E. (2017). *Compressible flow propulsion and digital approaches in fluid mechanics*. UK: Wiley-ISTE.
15. Vutukuru, S. K., Tipans, I., Viba, J., Irbe, M. (2020). Form optimization and interaction analysis of plane symmetry prism in air. In 19th International Scientific Conference Engineering for Rural Development, 20–22 May 2020 (pp. 739–746). Jelgava, Latvia: Latvia University of Life Sciences and Technologies. DOI: 10.22616/ERDev2020.19.TF170
16. Online course of University of Tartu (2013). *Lecture 12. Comparing measurement results using measurement uncertainty estimates*. Available at: <https://sisu.ut.ee/measurement/12-using-measurement-uncertainty-estimates-decision-making>