ISSN 1407-8015 TRANSPORT AND ENGINEERING 2007-24
MAŠĪNZINĀTNE UN TRANSPORTS

MECHANICS
MEHĀNIKA

COMPARATIVE ANALYSIS OF RELIABILITY OF GLOBAL SEARCH ALGORITHMS

GLOBĀLĀS MEKLĒŠANAS ALGORITMU DROŠUMA SALĪDZINOŠĀ ANALĪZE

Janis Janushevskis, Undergraduate Student, B.sc.dat.
Riga Technical University
Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia
Phone: +371 67089396, Fax: +371 67089746
E - mail: janush@one.lv

Alexander Janushevskis, Head of Laboratory, Dr.sc.ing.
Machine and Mechanism Dynamics Research Laboratory
Riga Technical University
Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia
Phone: +371 67089396, Fax: +371 67089746
E - mail: janush@latnet.lv

Janis Auzins, Leading Researcher, Dr.sc.ing.
Machine and Mechanism Dynamics Research Laboratory
Riga Technical University
Address: 6 Ezermalas Street, Riga, LV-1006, Latvia
Phone: +371 67089396, Fax: +371 67089746
E - mail: auzinsjp@latnet.lv

Atslēgas vārdi: atbildes virsmas metode, optimizācija, stohastiskā globālās meklēšanas metode, ģenētiskais algoritms

1. Ievads

Konkurētspējīgu inženiertehnisku sistēmu izstrāde mūsdienās vairs nav iedomājama bez to optimizācijas. Arvien plašāk dažādās mašīnu, konstrukciju un sarežģītu mehatronisku sistēmu izstrādāšanas stadijās, izmantojot matemātiskos modeļus, tiek realizēta to darbības datormodelēšana ar mērķi detalizēti izpētīt un uzlabot to īpašības. Mašīnbūves jomā plaši tiek lietoti tā sauktās virtuālās prototipēšanas līdzekļi – programmatūra [1, 2, 3], kas ļauj izvērtēt dažādu objektu dinamiskos un stiprības rādītājus un veikt to parametrisko optimizāciju, automātiski veidojot mehānisku sistēmu matemātiskos modeļus. Praksē bieži jāsastopas ar t.s. *globālās optimizācijas* uzdevumu.

No matemātiskā viedokļa, ja optimizācijas kritērijs neapmierina Lipšica noteikumus un meklēšanas telpa nav ierobežota, tad tas faktiski ir nekorekti noformulēts tai ziņā, ka kritērija funkcijas globālais optimums nevar tikt atrasts ar uzdotu precizitāti pēc kāda galīga kritērija funkcijas aprēķinu skaita. Vispārīgā "melnās kastes" modeļa gadījumā globālā optimizācija tiek veikta bez *apriori* zināšanām par kritērija funkcijas virsmu, ko nosaka kritērijs un ierobežojumi. Pievilkšanās apgabals tiek definēts kā virsmas apgabals, kurā ir lokālais minimums un ir apmierināti ierobežojumi. Globālās optimizācijas metodei jāsatur mehānisms, kas ļauj izkļūt no lokālajiem minimumiem, kamēr lokālās optimizācijas metodēm tāda mehānisma nav un līdz ar to pievilkšanās apgabali „noķer" lokālās meklēšanas metodes. Tāpēc globālās meklēšanas algoritmos tiek lietoti heiristiski paņēmieni, lai meklētu jaunus pievilkšanās apgabalus. Atrasto daudzsološo jeb perspektīvo apgabalu optimumi bieži tiek meklēti, lietojot tādas lokālās uzlabošanas procedūras kā gradienta nolaišanās, Ņūtona un kvazi Ņūtona u.c. metodes. Jāatzīmē, ka daudzos praktiskajos uzdevumos globālā optimuma atrašana ir nesamērojami dārga un nākas apmierināties ar suboptimāliem risinājumiem. Tāpēc tiek meklētas dažādas iespējas tomēr iegūt globālo optimumu. Viens no paņēmieniem ir tā saukto metamodeļu būvēšana un to optimizācija.

2. Atbildes virsmas metode sistēmu optimizācijai

Optimālas projektēšanas pamatā ir objekta matemātiskais modelis. Bieži reālu sistēmu komplicētības līmenis ir ļoti augsts un to modeļi ir sarežģītas nelineāras augstas kārtas vienādojumu (diferenciālo, integrālo, algebrisko u.c.) sistēmas, kuru parametri nav precīzi zināmi. To parametriskā un strukturālā identifikācija un risināšana ir ļoti darbietilpīga un prasa lielus skaitļošanas resursus. Šādos gadījumos, lai nodrošinātu optimizācijas iespējas, parasti tiek lietota atbildes virsmas metode (AVM) [4, 5, 6] vai neironu tīklu pieeja [7]. Metamodeļu jeb surogātmodeļu izveide pēc neliela skaita ļoti darbietilpīgu aprēķinu, proti, matemātisko eksperimentu (šajā gadījumā jārunā par modeļa modeli) vai naturālo eksperimentu veikšanas ir lietišķs paņēmiens, lai iegūtu empīrisku modeli, kas ļauj relatīvi viegli atrast globālo optimumu. Visbiežāk metamodeļu būvēšanai tiek izmantotas polinomiālas funkcijas vai arī lietoti stohastiskie Kriging [8] modeļi, racionālās bāzes funkcijas [9], vai adaptīvās regresijas splaini [10]. Polinomiālie modeļi izceļas ar to būvēšanas vienkāršību un aprēķināšanas ātrumu, kas ir būtiski globālās optimizācijas veikšanai. Izmantojot AVM, pieļaujamais kritērija un ierobežojumu skaitļošanas skaits var būt ievērojams un sasniegt simtiem tūkstošu un pat miljoniem reižu, jo tā sarēķināšana prasa daudzkārt mazāku laiku nekā izejas modeļa kritērija aprēķins.

3. Globālās meklēšanas metožu īss apskats

Inženiertehnisko problēmu risināšanai bieži nākas sastapties ar jauktajiem nelineārās programmēšanas uzdevumiem ar ierobežojumiem, kad kā optimizācijas parametri vienlaicīgi figurē gan diskrētie gan nepārtrauktie mainīgie. Diskrētos mainīgos daudzos gadījumos iespējams interpretēt kā nepārtrauktos. Ierobežojumus visbiežāk ievēro, transformējot sākotnējo uzdevumu uz uzdevumu bez ierobežojumiem ar soda funkciju, barjeru vai arī Lagranža reizinātāju palīdzību. Šeit tuvāk apskatīsim metodes, kuras lieto tieši nepārtraukto mainīgo gadījumā. Globālās meklēšanas metodes [11] var iedalīt determinētajās un stohastiskajās. Determinētajās metodēs tiek izmantota tāda determinētā heiristika kā meklēšanas trajektoriju modificēšana trajektoriju metodēs, kā arī sodu ievešana, lai izvairītos no apgabaliem, kur nav optimālā atrisinājuma.

Pārklāšanas metodes [12] izdala apgabalu, kas nesatur globālo optimumu un atmet to, tālāk tur nemeklējot. Tās garantē atrisinājuma kvalitāti, iteratīvi sašaurinot meklēšanas robežas.

Atrisinājuma iegūšanai nepieciešama ļoti pamatīga telpas pārmeklēšana, respektīvi, tās ir skaitļošanas ziņā dārgas metodes un optimizācijai nepieciešamais laiks var būt ļoti liels, ja problēmas izmēri ir lieli. Sadalīt un ierobežot (*branch and bound*) metodes un intervālu metodes meklēšanas apgabalu rekursīvi sadala mazākās apakštelpās un atdala apgabalus, kas nesatur optimālo atrisinājumu. Tās ir pārklāšanas metodes, kas novērtē kritērija funkcijas apakšējās robežas meklēšanas apakštelpās, atļaujot novērtēt iegūstamā lokālā minimuma kvalitāti. Kombinējot to ar skaitliski pārbaudāmiem optimalitātes pietiekamības noteikumiem, tās atļauj pamatot vislabākā iegūtā atrisinājuma globālo optimalitāti. Tomēr, lai tiktu garantēta atrisinājuma kvalitāte, uzdevumam jāapmierina Lipšica noteikumi. Sliktākajā gadījumā tās prasa eksponenciāli pieaugošu darba patēriņu, tātad ir ļoti darbietilpīgas. Vispār šis "sadalīt un ierobežot" princips var tikt veiksmīgi izmantots citās heiristiku izmantojošās metodēs. Tomēr ja meklēšanas telpa ir relatīvi liela, tad šīs metodes strādā slikti.
Vispārinātās nolaišanās metodes [13] turpina meklēšanas trajektoriju katru reizi, kad atrasts lokālais minimums. Pirmajā pieejā trajektoriju metodes modificē diferenciālvienādojumu, kas apraksta lokālās nolaišanās trajektoriju tā, ka tās var evakuēties no lokālā minimuma. To trūkums ir liels funkcijas aprēķinu skaits, ko jāveic neperspektīvajos apgabalos. Otrajā pieejā kritērija funkcija tiek modificēta, uzliekot sodu, lai algoritms atkārtoti neatgrieztos jau atrastajā lokālajā minimumā. Trūkums ir tāds, ka jo vairāk lokālo minimumu ir atrasts, jo grūtāk minimizēt modificēto kritērija funkciju.
Tātad determinētās metodes var tikt iedalītas: 1) uz punktu bāzētās metodēs, kuras rēķina funkciju diskrētos punktos, kā piemēram vispārinātās nolaišanās metodēs un 2) uz apgabalu bāzētās metodēs, kas aprēķina funkcijas robežas kompaktos apgabalos, kā piemēram, pārklāšanas metodes. Uz punktu bāzētās metodes ir nedrošas, bet prasa mazāk aprēķinu un otrādi.
Stohastiskās globālās optimizācijas metodes, lai pieņemtu lēmumus ekstrēmumu meklēšanai, balstās uz varbūtībām. Gadījuma meklēšanas metodēm pieskaita tīro gadījuma meklēšanu ar vienreizēju vai daudzkārtēju startu, gadījuma meklēšanu pa taisni, adaptīvo gadījuma meklēšanu, sadalīšanu pa apakškopām, aizstāšanu ar vissliktāko punktu, evolucionēšanas algoritmus un modelēto atlaidināšanu [11]. Visvienkāršākais, lai izkļūtu no lokālā minimuma, ir restartēties. Klasteru jeb grupēšanas metodēs [14, 15], lai izvairītos no jau zināmiem lokālajiem minimumiem, tiek lietota klasteru analīze. Pastāv divas stratēģijas, lai grupētu punktus ap lokālajiem minimumiem: 1) saglabā tikai punktus ar relatīvi mazām funkcijas vērtībām, 2) pārvieto katru punktu uz lokālo minimumu, veicot dažus lokālās meklēšanas soļus. Tās strādā slikti, ja funkcijas virsma ir ļoti nelīdzena vai arī meklēšana iesprūdusi dziļā lokālā optimuma gravā. Metodēs, kas bāzējas uz stohastiskiem modeļiem, tiek lietoti gadījuma mainīgie, lai modelētu kritērija funkcijas nezināmās vērtības. Baijesa metode [16] pamatojas uz gadījuma funkciju un minimizē sagaidāmās novirzes no globālā minimuma novērtējuma. Tās efektivitāte nav augsta.
Modelētā atlaidināšana [17] izmanto analoģiju tam fizikālajam faktam, ka karsējot un lēni atdzesējot metāla izstrādājumus, iegūst viendabīgāku tā kristālisko stāvokli, kurā pamatvielas brīvajai enerģijai ir globālais minimums. Temperatūras režīmam ir būtiska nozīme, jo tas atļauj sistēmai sasniegt zemākos enerģijas stāvokļus ar varbūtību pēc Bolcmaņa eksponenciāla likuma, tādējādi, ka ir iespējams pārkāpt enerģijas subbarjerām, kas savādāk būtu spiedušas sistēmu palikt lokālajā minimumā. Līdzīgi kā fizikālā atlaidināšana modelētās atlaidināšanas konverģēšana var būt lēna. Tāpēc tiek lietoti visādi uzlabojumi, lai procesu paātrinātu.
Ģenētiskie algoritmi (ĢA) [18, 19, 20, 21] lieto bioloģiskas evolūcijas analoģijas, atļaujot mutācijas un krustošanos starp labu lokālo optimumu kandidātiem tajā cerībā, ka tiks iegūti arvien labāki optimumi. Katrā meklēšanas stadijā tiek glabāta visu populāciju konfigurācija. Mutācijas tiek veiktas, lai veiktu lokālo meklēšanu, kamēr krustošanās operatori nodrošina

iespēju pamest lokālo minimumu pievilkšanas apgabalus. Ar lielu varbūtību krustošanas likumi veido pēcnācējus ar tādu pašu vai labāku adekvātumu. ĢA efektivitāte atkarīga no pareiziem selekcijas un krustošanas noteikumiem. Koordinātu savstarpējā maiņa ir pietiekoši laba, ja šīm koordinātām ir gandrīz neatkarīga ietekme uz adekvātumu, bet, ja to ietekmes spēcīgi korelētas, tā kā tas ir funkcijām ar dziļām šaurām gravām, kas nav paralēlas koordinātu asīm, tad ĢA ir lielas grūtības. ĢA veiksmīga uzskaņošana prasa lielu iedziļināšanos konkrētajā problēmā.
Tabu meklēšanā [22, 23] tiek ievests tabu saraksts, kas satur informāciju par meklēšanas vēsturi. Katrā iterācijā tiek veikts lokāls uzlabojums. Taču kustība uz jau atrastiem atrisinājumiem, pateicoties tabu sarakstam ir aizliegta, respektīvi ir uzlikts tabu (aizliegums). Tabu saraksts aizsargā no atgriešanās lokālajā optimumā no kurienes meklēšana nesen evakuējusies. Tabu meklēšana dod labus rezultātus, risinot lielus diskrētās optimizācijas uzdevumus.
Stohastiskās metodes tiek pieskaitītas nedrošajām. Taču šīs metodes bieži ir vienīgās, kas ar pieņemamu darbietilpību ļauj risināt liela izmēra uzdevumus. Patlaban inženierpraksē visplašāk izmantotās ir tieši stohastiskās globālās meklēšanas metodes. Tāpēc izstrādātais EDAOpt [24, 25] optimizācijas algoritms tiek salīdzināts tikai ar šīm skaitļošanas ziņā visefektīvākajām metodēm.

4. Testa funkcijas

Testa funkciju nosaukumus esam centušies saglabāt iespējami tuvu pirmavotos uzrādītajiem.
1) Goldstein Price funkcijai [21]

$$f_1(x)= [1+(x_1+x_2+1)^2(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2)]\\ [30+(2x_1-3x_2)^2(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2)] \quad (1)$$

apgabalā $-2\leq x_i\leq 2$, i=1, 2 ir 4 lokālie minimumi un viens globālais: $f_1(0, -1) = 3$.
2) Griewank2 funkcijai

$$f_2(x)=\frac{x_1^2+x_2^2}{200}-\cos x_1 \cos\frac{x_2}{\sqrt{2}}+1 \quad (2)$$

apgabalā $-100\leq x_i\leq 100$, i=1, 2 ir aptuveni 500 lokālie minimumi un viens globālais: $f_2(0, 0) = 0$.
3) Griewank10 funkcijai

$$f_3(x)=\sum_{i=1}^{10}\frac{x_i^2}{4000}-\prod_{i=1}^{10}\cos\frac{x_i}{\sqrt{i}}+1 \quad (3)$$

apgabalā $-600\leq x_i\leq 600$, i=1,..., 10 ir vairāki tūkstoši lokālo minimumu un viens globālais: $f_3(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) = 0$.
4) Hartman3 funkcijai

$$f_4(x)=-\sum_{i=1}^{4}c_i e^{-\sum_{j=1}^{3}\alpha_{ij}(x_j-p_{ij})^2} \quad (4)$$

ar koeficientiem

i	α_i	c_i	p_i
1	(3.0, 10.0, 30.0)	1.0	(0.36890, 0.11700, 0.26730)
2	(0.1, 10.0, 35.0)	1.2	(0.46990, 0.43870, 0.74700)
3	(3.0, 10.0, 35.0)	3.0	(0.10910, 0.87320, 0.55470)
4	(0.1, 10.0, 35.0)	3.2	(0.03815, 0.57430, 0.88280)

apgabalā $0\leq x_i\leq 1$, i=1,..., 3 ir nezināms skaits lokālo minimumu un viens globālais minimums: $f_4(0.114614, 0.555649, 0.852547) = -3.86278$.

5) Hartman6 funkcijai

$$f_5(x) = -\sum_{i=1}^{4} c_i e^{-\sum_{j=1}^{6} \alpha_{ij}(x_j - p_{ij})^2} \tag{5}$$

ar koeficientiem

i	α_i	c_i	p_i
1	(10, 3, 17, 3.5, 1.7, 8)	1.0	(0.1312, 01696, 0.5569, 0.0124, 0.8283, 0.5886)
2	(0.05, 10, 17, 0.1, 8, 14)	1.2	(0.2329, 0.4135, 0.8307, 0.3736, 0.1004, 0.9991)
3	(3, 3.5, 1.7, 10, 17, 8)	3.0	(0.2348, 0.1451, 0.3522, 0.2883, 0.3047, 0.6650)
4	(17, 8, 0.05, 10, 0.1, 14)	3.2	(0.4047, 0.8828, 0.8732, 0.5743, 0.1091, 0.0381)

apgabalā $0\leq x_i\leq 1$, i=1,..., 6 ir nezināms skaits lokālo minimumu un viens globālais minimums: $f_5(0.201690, 0.150011, 0.476874, 0.275332, 0.311652, 0.657300) = -3.32237$.

6) Branin funkcijai

$$f_6(x) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6 \right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)\cos x_1 + 10 \tag{6}$$

apgabalā $-5\leq x_1\leq 10$; $0\leq x_2\leq 15$ ir 3 globālie minimumi: $f_6(-3.14159, 12.27500) = f_6(3.14159, 2.27500) = f_6(9.42478, 2.47500) = 0.397887$ un neviena lokālā minimuma.

7) Camel Back funkcijai

$$f_7(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4 \tag{7}$$

apgabalā $-5\leq x_i\leq 5$, i=1, 2 ir 4 lokālie minimumi un 2 globālie minimumi: $f_7(0.0898400, -0.712656) = f_7(-0.0898400, 0.712656) = -1.0316285$

8) F8 funkcijai

$$f_8(x) = 2(x - 0.75)^2 + \sin(5\pi x - 0.4\pi) - 0.125 \tag{8}$$

apgabalā $0\leq x\leq 1$ ir globālais minimums: $f_8(0.0898400, -0.712656) = -1.12323$

9) F9 funkcijai

$$f_9(x) = -\sum_{j=1}^{5} [j \sin[(j+1)x + j]] \tag{9}$$

apgabalā $-10\leq x\leq 10$ ir globālais minimums: $f_9(0.0898400, -0.712656) = -12.03125$

10) Hosc45 funkcijai

$$f_{10}(x) = 2 - \prod_{i=1}^{10} \frac{x_i}{n!} \tag{10}$$

apgabalā $0 \le x_i \le i$, $i=1,\ldots, 10$ ir viens globālais minimums: $f_{10}(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) = 1$.
11) Pshubert1 funkcijai

$$f_{11}(x) = \left\{ \sum_{i=1}^{5} i \cos[(i+1)x_1 + i] \right\} \left\{ \sum_{i=1}^{5} i \cos[(i+1)x_2 + i] \right\} + 0.5[(x_1 + 1.42513)^2 + (x_2 + 0.80032)^2] \tag{11}$$

apgabalā $-10 \le x_i \le 10$, $i=1, 2$ ir sekojošs globālais minimums: $f_{11}(-1.4251, -0.8003) = -186.73091$. Nomainot formulā (11) koeficientu 0.5 uz 1.0 funkcija tiek nosaukta par Pshubert2 (skat. 1. tabulu).
12) Quartic funkcijai

$$f_{12}(x) = \frac{x_1^4}{4} - \frac{x_1^2}{2} + \frac{x_1}{10} + \frac{x_2^2}{2} \tag{12}$$

apgabalā $-10 \le x_i \le 10$, $i=1, 2$ ir viens globālais minimums: $f_{12}(-1.04668, 0) = -0.35239$
13) Leonarda Rastrigina funkcijai [26]

$$f_{13}(x) = x_1^2 + x_2^2 - \cos 18x_1 - \cos 18x_2 \tag{13}$$

apgabalā $-1 \le x_i \le 1$, $i=1, 2$ ir aptuveni 50 lokālo minimumu un viens globālais: $f_{13}(0, 0,) = -2$.
14) Shekel5 funkcijai

$$f_{14}(x) = -\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{(x - \alpha_i)(x - \alpha_i)^T + c_i} \tag{14}$$

ar koeficientiem

i	α_i	c_i
1	(4.0, 4.0, 4.0, 4.0)	0.1
2	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0)	0.2
3	(8.0, 8.0, 8.0, 8.0)	0.2
4	(6.0, 6.0, 6.0, 6.0)	0.4
5	(3.0, 7.0, 3.0, 7.0)	0.4

apgabalā $0 \le x_i \le 10$, $i=1,\ldots,4$ ir 5 lokālie minimumi ar $f_{14}(\alpha_i) \approx -1/c_i$ un viens globālais: $f_{14}(4.00004, 4.00013, 4.00004, 4.00013) = -10.1532$
5) Shekel7 funkcijai

$$f_{15}(x) = -\sum_{i=1}^{7} \frac{1}{(x-\alpha_i)(x-\alpha_i)^T + c_i} \tag{15}$$

ar koeficientiem

i	α_i	c_i
1	(4.0, 4.0, 4.0, 4.0)	0.1
2	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0)	0.2
3	(8.0, 8.0, 8.0, 8.0)	0.2
4	(6.0, 6.0, 6.0, 6.0)	0.4
5	(3.0, 7.0, 3.0, 7.0)	0.4
6	(2.0, 9.0, 2.0, 9.0)	0.6
7	(5.0, 5.0, 3.0, 3.0)	0.3

apgabalā $0\leq x_i \leq 10$, i=1,..., 4 ir 7 lokālie minimumi ar $f_{15}(\alpha_i) \approx -1/c_i$ un viens globālais: $f_{15}(4.00057, 4.00069, 3.99949, 3.99961) = -10.4029$

16) Shekel10 funkcijai

$$f_{16}(x) = -\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{(x-\alpha_i)(x-\alpha_i)^T + c_i} \tag{16}$$

ar koeficientiem

i	α_i	c_i
1	(4.0, 4.0, 4.0, 4.0)	0.1
2	(1.0, 1.0, 1.0, 1.0)	0.2
3	(8.0, 8.0, 8.0, 8.0)	0.2
4	(6.0, 6.0, 6.0, 6.0)	0.4
5	(3.0, 7.0, 3.0, 7.0)	0.4
6	(2.0, 9.0, 2.0, 9.0)	0.6
7	(5.0, 5.0, 3.0, 3.0)	0.3
8	(8.0, 1.0, 8.0, 1.0)	0.7
9	(6.0, 2.0, 6.0, 2.0)	0.5
10	(7.0, 3.6, 7.0, 3.6)	0.5

apgabalā $0\leq x_i \leq 10$, i=1,..., 4 ir 10 lokālie minimumi ar $f_{16}(\alpha_i) \approx -1/c_i$ un viens globālais: $f_{16}(4.00075, 4.00059, 3.99966, 3.99951) = -10.5364$

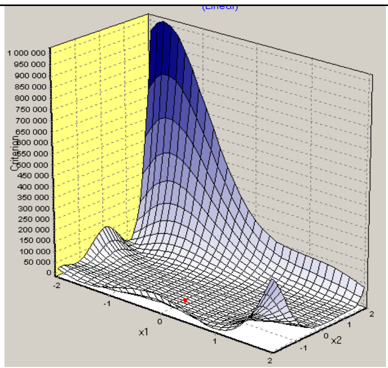
17) Viļņa Eglāja lietotajai funkcijai [25]

$$f_{17}(x) = \sum_{i=1}^{4} \left(x_i^2 + i x_i\right) + 40 \prod_{j=1}^{4} \sin x_j \tag{17}$$

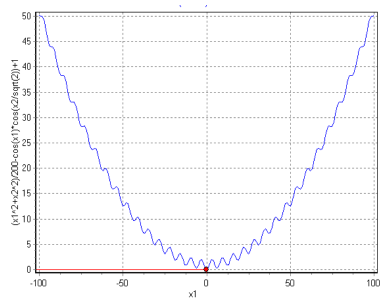
apgabalā $-50\leq x_i \leq 50$, i=1,..., 4 ir liels skaits lokālo minimumu un viens globālais: $f_{17}(1.471979, -1.543479, -1.567407, -1.591337) = -42.92577$

5. Iegūtie rezultāti un to analīze

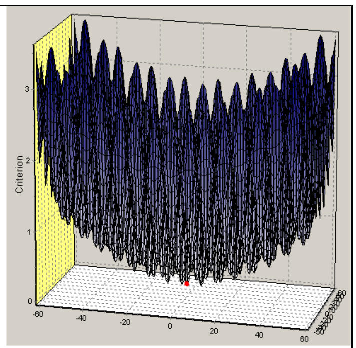
Lai izvērtētu izstrādāto gadījuma meklēšanas divfāžu multistarta optimizācijas algoritma (tālāk EDAOpt) meklēšanas efektivitāti, tas tika pārbaudīts, risinot 4. sadaļā aprakstītos testa uzdevumus. 1. attēlā parādītas testa funkcijas vai to raksturīgie šķēlumi ar EDAOpt atrastajiem globālajiem minimumiem. Tie tika atrasti praktiski ar 100% veiksmi visās meklēšanas sērijās. Risinot dažus uzdevumus (kā piemēram, Griewank10, kas 10 parametru telpā satur vairākus tūkstošus lokālo minimumu), algoritms atsevišķos gadījumos konverģēja globālā optimuma vietā uz globālajam optimumam tuviem ekstrēmumiem. Tādējādi visos gadījumos tika atrasts visperspektīvākais optimumu apgabals. Tam ir ļoti būtiska nozīme, jo praktiskos uzdevumos ļoti svarīgi šos apgabalus nepalaist garām.



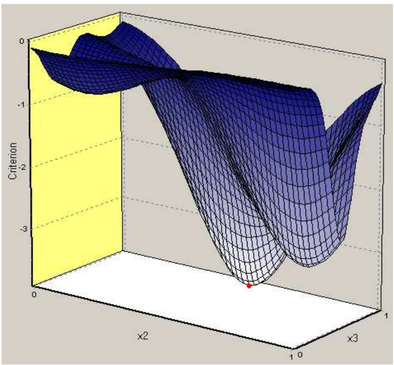
Goldstein Price (1)



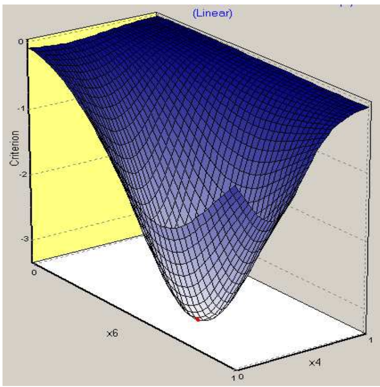
Griewank2 (2)



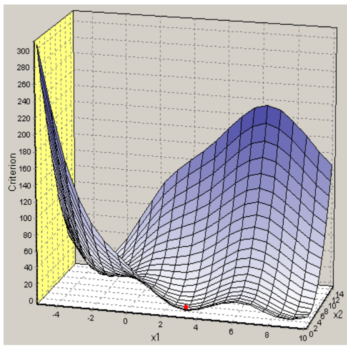
Griewank10 (3)



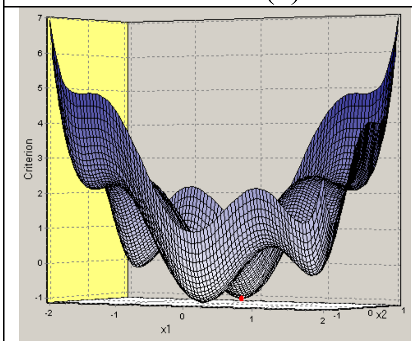
Hartman3 (4)



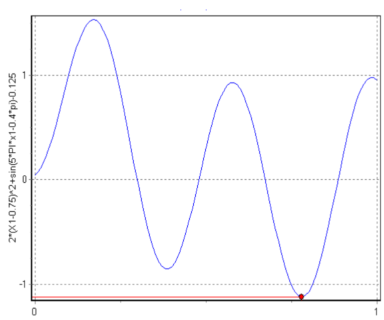
Hartman6 (5)



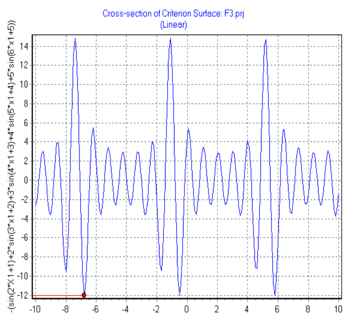
Branin (6)



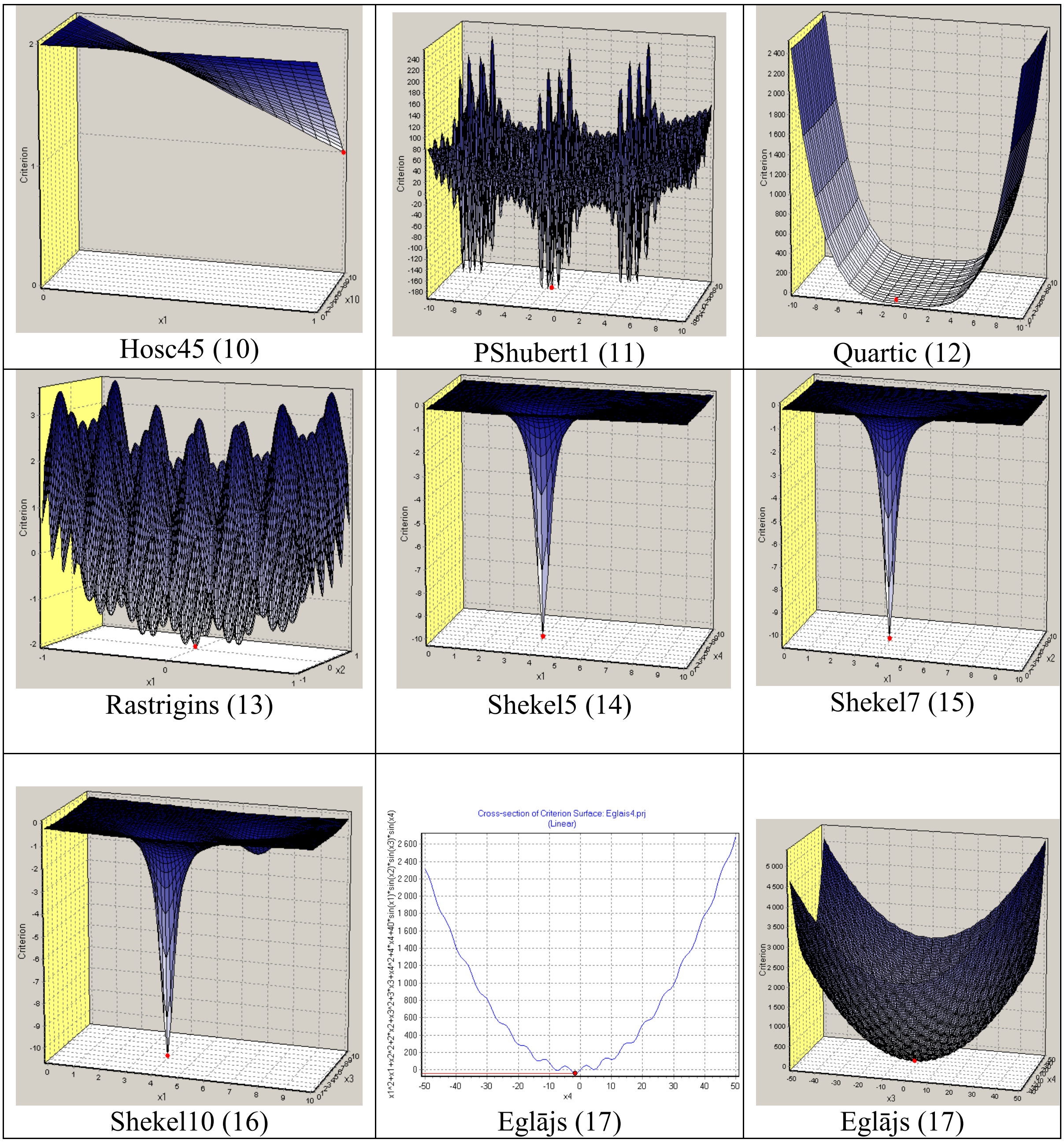
Camel Back (7)



F8 (8)



F9 (9)



1. attēls. EDAOpt atrastie testa funkciju minimumi

1. tabula. Optimizācijas algoritmu efektivitātes rādītāji (ĢA un ĢA+ rezultāti ņemti no [21])

Funkcija	Para-metru skaits	Aprēķinu skaits			Absolūtā kļūda			Veiksmes %		
		ĢA	ĢA+	Edaopt	ĢA	ĢA+	Edaopt	ĢA	ĢA+	Eda-opt
F8 (8)	1	5566	784	156	0.000	0.000	0.000000	100	100	100
F9 (9)	1	5347	744	131	0.001	0.014	0.000211	100	100	100
Branin (6)	2	8125	2040	593	0.003	0.002	0.001857	81	100	100
Camel Back (7)	2	1316	1316	346	0.005	0.005	0.004880	98	100	100
Goldstein Price(1)	2	8185	4632	816	0.229	0.013	0.012726	59	100	100
PShubert1 (11)	2	7192	8853	32849	4.563	0.983	0.446767	63	100	100
PShubert2 (11)	2	7303	4116	1430	4.772	0.986	0.859322	59	100	100
Quartic (12)	2	8181	3168	1134	0.003	0.002	0.001810	83	100	100
Hartman 3 (4)	3	1993	1680	1150	0.025	0.020	0.019775	94	100	100
Shekel5 (14)	4	7495	36388	500187	6.067	0.072	0.052194	1	97	100
Shekel7 (15)	4	8452	36774	390185	4.856	0.165	0.093911	0	98	100
Shekel10 (16)	4	8521	36772	390175	5.126	0.074	0.095070	0	100	100
Hartman6 (5)	6	19452	53792	650475	0.144	0.033	0.011820	23	92	100
Hosc45 (10)	10	11140	126139	14020	1.000	0.392	0.000000	0	2	100

Tabulā 1 ir apkopoti EDAOpt salīdzināšanas rezultāti ar standarta ĢA un uzlabotā ģenētiskā algoritma (ĢA+) programmatūru. Lai būtu iespējama objektīva salīdzināšana, bija jāpielāgojas literatūrā [21] norādītajiem aprēķina nosacījumiem. Tā kā tiek izvērtētas stohastiskas metodes, tad katras funkcijas minimums tika meklēts 100 reizes. Par sekmīgu tika uzskatīta meklēšana, ja funkcijas globālais minimums atrasts ar uzrādīto precizitāti. Kā var redzēt 100% panākumus (globālais minimums atrasts visos 100 mēģinājumos pēc kārtas) standarta ĢA garantē tikai uz viendimensijas F8 un F9 funkcijām, kamēr uz pārējām panākumi ir pieticīgāki un atsevišķos gadījumos ĢA vispār nespēj atrast globālos minimumus. Krietni labākus rezultātus sasniedz ĢA+, kuras "heiristiskie koeficienti" ir uzlaboti. No prakses ir zināmi gadījumi, kad šos koeficientus uz atsevišķiem testa uzdevumiem var "piedzīt" tā, ka globālie ekstrēmumi šīm konkrētām funkcijām tiek atrasti ar dažām iterācijām, kamēr citu funkciju optimizācijai algoritms praktiski kļūst nederīgs. Neskatoties uz to, salīdzināsim izstrādāto algoritmu tieši ar ĢA+. Tabulā atspoguļoti dati tikai par tām funkcijām ar parametru skaitu līdz 10, par kurām darbā [21] ir doti ĢA+ efektivitātes dati. Optimizējot F8, F9, Branin, Camel Back, Goldstein Price, PShubert2 un Quartic funkcijas, globālo minimumu atrašanas precizitāte ir augstāka un vienlaicīgi funkciju aprēķināšanas skaits ir ~3 līdz 5.5 reizes mazāks ar EDAOpt nekā ar ĢA+, respektīvi, EDAOpt efektivitāte ir viennozīmīgi augstāka. Sevišķi tas izpaužas, optimizējot funkciju Hosc45, kad globālā minimuma atrašanai ar EDAOpt nepieciešams 9 reizes mazāk punktu (funkcijas aprēķinu), pie kam veiksmes procents EDAOpt ir 100, bet ĢA+ tikai 2, kas norāda uz mūsu algoritma augsto drošību, vienlaicīgi liecinot par koeficientu ne visai veiksmīgo "piedzīšanu" ĢA+ metodei. Iegūtie rezultāti nebūt neliecina, ka ĢA nav piemērots globālās meklēšanas procedūrās, tieši otrādi, ĢA, modelētā atlaidināšana un tabu meklēšana ir vienas no efektīvākajām, jo praktisko risinājumu atrašana nekad neaprobežojas ar dažām meklēšanas sērijām, bet gan vienmēr saistīta ar pētāmās sistēmas rūpīgu un detalizētu izpēti, proti, jutības līkņu būvēšanu un funkcionēšanas stabilitātes novērtēšanu optimalitātes apgabalos utt. Jāatzīmē, ka sasniegt 100% veiksmi ar stohastiskās meklēšanas metodēm ir grūti, jo vienmēr pastāv varbūtība veikt arī neefektīvu meklējumu pie ierobežota punktu skaita. Tā piemēram, lai atrastu globālos minimumus Hartman6 funkcijai un Shekel funkcijai ar 5 un 7 lokālajiem minimumiem 4 parametru telpā ar 100 % veiksmi izrādījās, ka EDAOpt nepieciešamais punktu skaits ir par kārtu lielāks nekā ĢA+ metodei atbilstoši ar 92%, 97% un 98% veiksmi. Šis fakts nenorāda uz kādas metodes pārākumu, bet liecina, ka lai sasniegtu drošību tuvu 100%, tad minimālajam punktu skaitam tiešām jābūt ar norādīto kārtu. Lai iegūtu daudzmaz objektīvu salīdzinājumu, būtu jānodrošina precīza absolūto kļūdu un veiksmju sakrišana. Tā kā mērķis nebija formāla skaitliska novērtējuma iegūšana, bet gan kvalitatīvs algoritmu izvērtējums, tad šāda salīdzināšana netika veikta. Jo vairāk tāpēc, ka EDAOpt standarta interfeisā meklēšana netiek terminēta pēc kādas uzdotas precizitātes, bet gan ar datora precizitāti (10-baitu peldošā punkta aritmētika) un kā vienīgais meklēšanai obligāti uzdodamais parametrs ir maksimālais algoritma iterāciju skaits un nekādu citu parametru ("heiristisko koeficientu") obligāta uzdošana nav nepieciešama.

Jāpiebilst, ka salīdzināšanu atsevišķiem testa uzdevumiem bijām spiesti veikt pie, mūsuprāt, augsta kritērija relatīvās kļūdas līmeņa, proti ~1%, kad optimizācijas parametru novirze no optimālajām var sasniegt ļoti augstas vērtības. Manipulēšana ar precizitāti var ienest lielu subjektīvismu novērtēšanā.

Nobeigumā jāatzīmē, ka Griewank2, Rastrigina un arī Eglāja funkciju globālie minimumi ar EDAOpt tiek atrasti bez īpašām grūtībām. Meklējot minimumus Branin funkcijai, katrs no 3 globālajiem minimumiem tiek atrasts ar varbūtību 1/3, bet Camel Back funkcijai abi globālie minimumi katrs ar varbūtību 1/2.

6. Secinājumi

Plaša testa uzdevumu klāsta risināšana parādīja, ka izstrādātais EDAOPT [24, 25] algoritms dod ievērojami augstāku drošību, meklējot globālos optimumus, salīdzinājumā ar tradicionālajiem standarta stohastiskajiem meklēšanas algoritmiem un uzskatāms par efektīvu alternatīvu. Vairumā gadījumu augsta drošība tiek sasniegta ar ievērojami mazāku skaitļošanas darbietilpību. Taču tas ir mazāk svarīgi gadījumā, kad tiek izmantota metamodeļu būvēšanas pieeja. AVM metodikas izmantošanas gadījumā kā svarīgākā optimizācijas algoritma īpašība izvirzās optimuma atrašanas drošība. Programma EDAOpt palīdz lietotājam arī vizuāli uzskatāmi orientēties šķietami neparredzamajos optimizācijas džungļos.

Literatūra

1. Auzins, J., Janushevskis, A., Rikards, R. Software Tools for Experimental Design, Metamodelling and Optimization // In: Book of Abstracts. 5th Euromech Solid Mechanics Conference ESMC 5, 17 - 22.08.2003 - Thessaloniki, 2003 - p. 182.
2. Janushevskis A., Lavendelis E., Onzevs O. Method for Optimisation of Random Vibrations of Nonlinear Mechanical System // In: Solid Mechanics and its Applications, vol. 73 – Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers, 2000 - p. 159 - 168.
3. Янушевскис А.В., Аузиньш Я.П., Бойко А.Ф. Верификация программ расчета динамики механических систем // In: Proceedings of the 1st International Conference "Modern Problems of Mechanical Engineering and Instrument Making", 24 - 28.09.2003 - Tomsk, 2003 - p. 104-107.
4. Myers R.H., Montgomery D.C. Response Surface Methodology // In: Process and Product Optimization Using Design Experiments, 2nd edition - New York: Wiley, 2002.

5. Rikards, R., Auzinsh J. Response Surface Method in Optimum Design of Lightweight Composite Structures // In: Computational Analysis of Composite Lightweight Structures in Aerospace Applications, Rolfes R., Teßmer J. eds. - Braunschweig: DLR Institut für Strukturmechanik, 2003 - p. 111-120.
6. Auzins J., Janushevskis A. New Experimental Designs for Metamodelling and Optimization // In: Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V), 7 - 12.07.2002, Vienna, Austria, Mang H.A., Rammerstorfer F.G., Eberhardsteiner J. eds. - Vienna: University of Technology, ISBN 3-9501554-0-6, 10 pages.
7. Waszcyszyn Z., Ziemianski L. Neurocomputing in identification problems of structural mechanics // In: Book of Abstracts. 5th Euromech Solid Mechanics Conference ESMC 5, 17-22.08.2003 - Thessaloniki, 2003 - p. 299.
8. Simpson T.W., Peplinski J.D., Koch P.N., Allen J.K. Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and Recommendations // In: Engineering with Computers, No.17. -2001 - p. 129-150.
9. Dyn N., Levin D., Rippa S. Numerical Procedures for Surface Fitting of Scattered Data by Radial Basis Functions // In: SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing - 1986 7(2): - p. 639-659.
10. Friedman J.H. Multivariate Adaptive Regression Splines // In: The Annals of Statistics, 19 (1) -1998 - p. 1- 67.
11. Handbook of Global Optimization, Horst R., Pardalos P.M. eds. - Kluwer Academic Publishers, 1995.
12. Horst R., Tuy H. Global Optimization: Deterministic Approaches // In: Springer - Berlin, 1993.
13. Vincent T.L., Goh B.S., Teo. K.L. Trajectory- following Algorithms for Min-Max Optimization Problems // In: Journal of Optimization Theory and Applications, 75 (3) - 1992 - p. 501-519.
14. Torn A. Cluster analysis using seed points and density determined hyperspheres as an aid to global optimization // In: IEEE Trans. Syst. Men and Cybernetics -1977 - p. 610-616.
15. Torn A., Viitanen S. Topological global optimization // In: In Recent Advances in Global Optimization , Floudas C.A., Pardalos P.M. ed. - Princeton University Press - 1992 - p. 385-398.
16. Mockus. J. Application of Bayesian Approach to numerical Methods of Global and Stochastic Optimization // In: Journal of Global Optimization, 4 - 1994 - p. 347-365.
17. E., Korst J. Simulated Annealing and Boltzmann Machines - J.Wiley and Sons, 1989.
18. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search // In: Optimization and Machine Learning - Addison - Wesley Pub.Co., 1989.
19. Koza J.R. Genetic programming, on the programming of computers by means of natural selection - Cambridge: MIT Press, 1993.
20. Renders J.M., Flasse S.P. Hybrid methods using genetic algorithms for global optimization // In: IEEE Trans Systems, Man Cybernetics – part B: cybernetics, 26 (2) - 1996 - p. 243 - 258.
21. Andre J., Siarry P., Dognon T. An improvement of the standard genetic algorithm fighting premature convergence in continuous optimization // In: Advances in Engineering Software 32 -2001 - p.49 – 60, www.elsevier.com.
22. Battiti. R. The Reactive Tabu Search // In: ORSA J. Computing, 6(2) - 1994 - p. 126 - 140.

23. Cvijovic D., Klinowski J. Taboo Search: an approach to the multiple minima problem // In: Science, 267 - 1995, - p. 664-670.
24. Auzins J., Janushevskis A., Rikards R., Software Tool EDAOpt for Optimization of Complex Systems // In: Book of Abstracts. XXXI International Conference "Advanced Problems in Mechanics" (APM 2003), - St. Petersburg, 2003, - p. 24 - 25.
25. Auzins J., Janushevskis A., Onzevs O. Optimization of Multibody Vibration Response by Global Search Procedure // In: Proceedings of ECCM '99 - Munich, 2000 –17 pages., CD-ROM.
26. Растригин Л.А., Рипа К.К. Автоматная теория случайного поиска – Рига: Зинатне, 1973.

Januševskis J., Januševskis A., Auziņš J. Globālās meklēšanas algoritmu drošuma salīdzinošā analīze
Tiek piedāvāts globālās meklēšanas metožu īss apskats un atbilstošās programmatūras eksperimentāls salīdzinājums. Risinot virkni vispāratzītu testa uzdevumus, tiek salīdzināts uz dažādu meklēšanas metožu bāzes radītās programmatūras globālo ektrēmumu atrašanas drošums. Balstoties uz veikto analīzi, parādīta autoru izstrādātā optimizācijas algoritma efektivitāte, kas ir būtiski augstāka nekā modernajiem ģenētiskajiem algoritmiem. Tiek dots 17 izmantoto testa uzdevumu detalizēts matemātiskais apraksts.

Janushevskis J., Janushevskis A., Auzins J. Comparative Analysis of Reliability of Global Search Algorithms
It is proposed a brief overview of the global search methods and experimental comparison of appropriate software. By solving of set of the recognized test problems using software based on different search methods, the reliability of obtaining of the global extremums is compared. Based on conducted analysis, it is shown a high effectivity of developed by authors' optimization algorithm in comparison with the modern genetic algorithms. The detailed mathematical description is given of the 17 test problems used for comparison.

Янушевскис Я., Янушевскис А., Аузиньш Я. Сопоставительный анализ надежности алгоритмов глобального поиска
Предложен краткий обзор методов глобального поиска и экспериментальное сравнение соответствующего программного обеспечения. Решая ряд общепризнанных тестовых задач, сравнивается надежность нахождения глобальных экстремумов программами, реализующими различные методы поиска. Базируясь на проведенный анализ, показана высокая эффективность разработанного авторами алгоритма оптимизации, которая значительно превосходит эффективность современных генетических алгоритмов. Приведено подробное математическое описание 17 использованных тестовых задач.